

**Este artículo puede ser usado únicamente para uso personal o académico.
Cualquier otro uso requiere permiso del autor.**

Estructura-Evolución de un Modelo de Sistema Dinámico de Terremotos: Análisis de Correlaciones Ocultas de Largo Alcance

V. Castellanos-Rodríguez^{1 2}, E. Jiménez-López^{2 3} & R. Femat²

¹ División de Geociencias Aplicadas,

² División de Matemáticas Aplicadas,

Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica A.C.,

Camino a la Presa San José 2055, Col. Lomas 4 sección,

78216, San Luis Potosí, S.L.P., México.

³ El Colegio Mexiquense

Ex-Hacienda Santa Cruz de los Patos, s/n

Col. Cerro del Murcielago, 51350,

Zinacantepec, Estado de México, México

Este trabajo se apoya en el análisis-comparación de las series de tiempo generadas por un modelo dinámico de terremotos el cual se presenta como un sistema no lineal de tercer orden que acopla leyes de fricción y heterogeneidades del medio. El análisis-comparación de la estructura del modelo se realiza con tres métodos de análisis de series de tiempo que buscan correlaciones ocultas de largo alcance y además proporcionan información de la estructura-evolución del sistema dinámico. Las series de tiempo analizadas son las generadas por el modelo de Fricción Dieterich-Ruina-Stribeck donde ejemplifica los desplazamientos relativos entre los bloques tectónicos en contacto. El primer método de análisis es la transformada ondoleta (TO) que da información de la distribución de la energía en los diferentes niveles ondoleta, el segundo método es el análisis de fluctuaciones sin tendencia (DFA por sus siglas en inglés) que da información de la estructura-comportamiento de la serie de tiempo y por último el exponente de Hurst que se utiliza para determinar la persistencia de señales además investiga el comportamiento caótico o auto-similar de series de tiempo.

Palabras clave: Modelo de Fricción Dieterich-Ruina-Stribeck, Transformada ondoleta, DFA, exponente de Hurst.

This work is based on the analysis-comparison of time series generated by a dynamic model of earthquakes which is presented as a nonlinear system of third order coupled laws of friction and inhomogeneities of the medium. The analysis-comparison of the model structure is performed with three methods of time series analysis seeking hidden long-range correlations and also provide information about dynamical system-evolving structure. The time series analyzed are generated by the Friction model Dieterich-Ruina-Stribeck which illustrates the relative displacements between tectonic blocks in contact. The first method of analysis is the wavelet transform (WT) which gives information on the energy distribution in the different wavelet levels, the second method is the detrended fluctuation analysis (DFA) which gives information on the structure-behavior of the time series and finally the Hurst exponent used to determine the persistence of signals further investigates the chaotic behavior or self-similar time series.

Keywords: Friction model Dieterich-Ruina-Stribeck, Wavelet transform, DFA, Hurst exponent.

PACS: 05.45.-a, 05.45.Tp

1. Introducción

Una forma de determinar la estructura de un sistema dinámico es mediante el análisis de las series de tiempo de las variables de estado que lo conforman. El objetivo de este trabajo es determinar la estructura del sistema de terremotos a través del análisis de la serie de tiempo generada por el sistema mediante sus variables de estado. El sistema dinámico no lineal de terremotos involucra leyes de fricción experimentales como la de esfuerzos en rocas: Dieterich-Ruina [1, 2], y el efecto de lubricación de Stribeck que se realiza durante el desplazamiento relativo de dos bloques [3, 4]. Es nuestro propósito mostrar, por medio de su estructura que el sistema dinámico analizado presenta comportamientos como los observados en la sismicidad de la corteza terrestre y de esta manera validar el modelo. Algunos de los comportamientos que se observan en la naturaleza de la sismicidad son: presencia de frecuencia fundamental en el espectro de potencia del desplazamiento durante un sismo, fractalidad y comportamiento auto-similar. A pesar de que existen diferentes herramientas

para el análisis de series de tiempo con dinámica compleja, proponemos utilizar el logaritmo de la varianza de los coeficientes ondoleta ortogonales [5, 6, 7, 8], el análisis de fluctuaciones sin tendencia (DFA)[9, 10] y el cálculo del exponente de Hurst [11, 12], que han resultado ser herramientas apropiadas para analizar señales no estacionarias y transitorias, así como estructuras tipo fractal [5, 7, 8, 13].

De hecho, al obtener los coeficientes de la transformada ondoleta (TO) funcionarán como un microscopio matemático en una parte específica de una señal para extraer las estructuras locales y singularidades de la señal [5]. Esto hace que la transformada ondoleta sea ideal para analizar señales no estacionarias y transitorias, así como estructuras de tipo fractal. Por otro lado, el análisis de fluctuaciones sin tendencia (DFA), es un método de escala simple y eficiente comúnmente utilizado para detectar correlaciones de largo alcance en series de tiempo no estacionarias y fractales [10].

El concepto de fractal [14] ha sido utilizado en series de tiempo sísmicas con la característica de auto-similaridad que implica que el grado de irregularidad y fragmentación es idéntico en todas las escalas [13, 15]; Andrews [16, 17] sugirió que los fractales pueden también describir la ocurrencia y mecánica de terremotos. Bajo el supuesto de que el carácter fractal está inmerso en la distribución de los desplazamientos de la falla, la rugosidad o fluctuaciones de las series de tiempo pueden ser analizadas por las tres herramientas mencionadas con anterioridad y los resultados obtenidos pueden mostrar estructuras tipo fractales.

Por otro lado, el exponente de Hurst está también directamente relacionado con la dimensión fractal, lo que da una medida de la rugosidad de una superficie [13, 18]. La dimensión fractal se ha utilizado para medir la rugosidad de las series de tiempo, por ejemplo. La relación entre la dimensión fractal, D , y el exponente de Hurst, H , es

$$D = 2 - H \quad (1)$$

Un pequeño exponente de Hurst tiene una dimensión fractal alta y una superficie más rugosa. Un mayor exponente de Hurst tiene una dimensión fractal más baja y una superficie más lisa. Por tanto los caminos Brownianos se pueden generar a partir de un exponente de Hurst definido. Si el exponente de Hurst es $0,5 < H < 1,0$, el camino aleatorio será un proceso de memoria larga. Los conjuntos de datos de este tipo se refieren a veces como movimiento Browniano fraccionario (mBf), definido de la siguiente manera [13, 14]: El mBf unidimensional es un proceso aleatorio X de una variable real (generalmente el tiempo t) si el incremento $X(t_2) - X(t_1)$ tiene distribución normal con media cero y varianza.

$$Var(X(t_2) - X(t_1)) = |t_2 - t_1|^{2H} \sigma_{x_1 - x_0}^2, \quad (2)$$

H es el exponente de Hurst y $\sigma_{x_1 - x_0}^2$ es la varianza de la diferencia $X(1) - X(0)$ cuando $t_2 - t_1$ es igual a una unidad de t . Además del comportamiento fractal, los sismos presentan una frecuencia fundamental en el espectro de potencia de los desplazamientos [19].

El artículo está organizado de la siguiente forma: en la Sección 2 se describe el modelo Dieterich-Ruina-Stribeck de la física del terremoto, donde presentamos el sistema dinámico no lineal de tercer orden asociado al modelo. En la Sección 3 se presenta una descripción general de las técnicas de análisis que se utilizan en este trabajo, en la Sección 4 se presenta el análisis de las series de tiempo con la transformada ondoleta en su versión discreta, el análisis de fluctuaciones sin tendencia y el exponente de Hurst, y por último, las conclusiones son dadas en la Sección 5.

2. Modelo Dieterich-Ruina-Stribeck

El conjunto de ecuaciones diferenciales mostradas en la ec. (3) son el modelo Dieterich-Ruina-Stribeck correspondiente al sistema dinámico citado en [20]:

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= -v[\theta + (1 + \varepsilon) \ln v] \\ \dot{u} &= v - 1 \\ \dot{v} &= -\gamma^2[u + (1/\xi)(\theta + \ln v)] + \alpha F_0(v) \end{aligned} \quad (3)$$

donde $x = (\theta, u, v) \in \mathbb{R}^3$, son las variables de estado, (θ es una medida del contacto entre asperezas en la ley de fricción de Dieterich-Ruina) $\theta, u \in \mathbb{R}$ y $v \in \mathbb{R}_+$. Las constantes friccionales $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ se asocian con las fricciones de Coulomb, Stribeck y viscosa, respectivamente. No consideraremos el cambio de signo en la dirección del desplazamiento, por lo que $F_0(v) = \alpha_1 + \alpha_2 \exp^{-\mu v} + \alpha_3 v$.

Los parámetros $\Pi = (\varepsilon, \xi, \gamma) \subset \mathbb{R}^3$ están dados de la siguiente manera. $\varepsilon = (A - B)/A \in \mathbf{R}_{>0}$; $\xi = kL/A \in \mathbf{R}_{>0}$ y $\gamma = \sqrt{(k/M)}(L/v_0) \in \mathbf{R}_{>0}$, asociados con la caída de esfuerzo durante el desplazamiento,

deformación y la frecuencia de oscilación, respectivamente. A, B son propiedades del material, tal que $B > A > 0$; L es una longitud característica de desplazamiento.

El sistema (3) será referido como Dieterich-Ruina-Stribeck (DR-S). La Fig. 1(a) muestra dos atractores DR-S para valores de $\Pi_1 = (0.25, 0.8, 0.8)$, $\alpha = (1.4, 0.2, 0.1)$ que corresponden a una región oscilatoria auto-sostenida en la frontera de la bifurcación de Hopf, asociada con un valor límite de estabilidad/inestabilidad del punto de equilibrio del sistema en sentido de Lyapunov, para un sistema sub-amortiguado. Mientras que en la Fig. 1(b) $\Pi_2 = (1.5, 0.8, 0.8)$ son valores en la región oscilatoria del sistema (no auto-sostenidas). En ambos casos, el sistema es inestable (mayores referencias sobre el análisis de este sistema dinámico se encuentra en [20]). La variable de estado del sistema que será analizada es u .

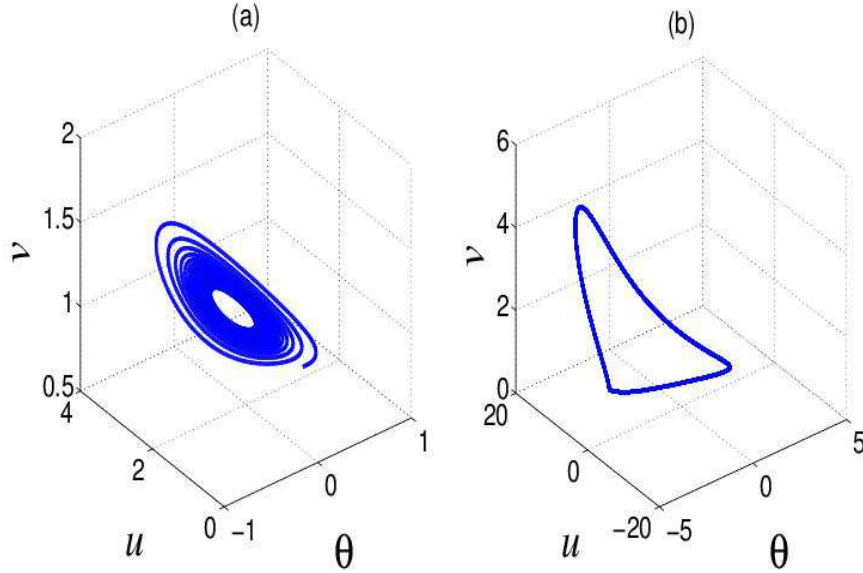


Figura 1: Atractores Dieterich-Ruina-Stribeck. (a) $\Pi_1 = (0.25, 0.8, 0.8)$, (b) $\Pi_2 = (1.5, 0.8, 0.8)$.

Para ejemplificar el modelo en una forma visual mostramos la Fig. 2 donde se observa el comportamiento del mecanismo cinético entre bloques tectónicos en la corteza terrestre bajo acción *stick-slip* por efectos de fricción. El modelo incluye niveles de lubricación entre las superficies en contacto: fricción de Coulomb (en la frontera), fricción de Stribeck (entre las uniones de asperezas), fricción viscosa (entre las superficies de la matriz porosa), y una ley de fricción dinámica y empírica del esfuerzo en rocas de granito conocida como ley dependiente de la tasa de desplazamiento y de una variable de estado dinámica (más detalles de estas leyes de fricción en [1, 2, 3, 4, 20, 21] y referencias en ellos).

3. Técnicas de Análisis

3.1. Transformada Ondoleta

La transformada ondoleta discreta (TOD) [22] basada en la ondoleta ortonormal nos permite escribir la expansión de una señal arbitraria $x(t)$ de energía finita de la siguiente manera:

$$x(t) = \sum_j \sum_k x_k^j \psi_{j,k}(t), \quad (4a)$$

$$x_k^j = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi_{j,k}(t) dt. \quad (4b)$$

Todas las funciones de la base ortonormal ondoleta son versiones dilatadas y trasladadas de una función referida como la ondoleta de análisis $\psi(t)$, las cuales se expresan como

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - k) \quad (5)$$

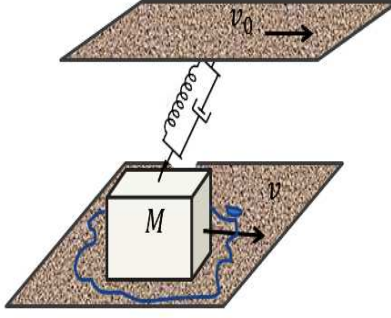


Figura 2: *Modelo conceptual Dieterich-Ruina-Stribeck. Oscilador acoplado a una placa móvil por un lado, y a una placa fija por medio de propiedades friccionales, se desplaza en superficie rugosa y lubricada. El resorte representa la deformación en el entorno de la falla y el amortiguador la viscosidad del medio. El desplazamiento, la velocidad y la aceleración relativas están dados por $u = x - v_0 t$, $\dot{u} = v - v_0$ y $\ddot{u} = \dot{v}$ respectivamente, donde $v = \dot{x}$*

con j y k denotando los índices de dilatación y de la traslación, respectivamente. La contribución de la señal en un nivel particular j está dado por

$$x_j(t) = \sum_k x_k^j \psi_{j,k}(t), \quad (6)$$

y esta relación nos da información del comportamiento en tiempo de la señal dentro de diferentes bandas de frecuencia, proporcionando el conocimiento de su respectiva contribución de la energía total de la señal. Debido a la naturaleza o estructura tiempo-escala (frecuencia) de la TOD, esta resulta ser apropiada para estudiar o analizar funciones, distribuciones o procesos que tienen características auto-similares. De hecho, se puede probar que si una señal $x(t)$ es auto-similar, entonces su transformada ondoleta es auto-similar en el dominio tiempo-escala. Con base en lo anterior, para este tipo de señales la varianza de los coeficientes de ondoleta, x_k^j , está relacionada con el nivel j mediante la siguiente relación [8]

$$\text{var}(x_k^j) \approx (2^j)^{-\beta}, \quad (7)$$

donde β es el parámetro espectral de la señal [5, 6, 7, 8]. La relación (7) es usada para encontrar niveles dominantes de energía asociados con la señal, por ejemplo, en el estudio de STC, si la gráfica semi-logarítmica muestra un máximo en un nivel o un conjunto “pequeño” de niveles, significa una gran concentración de energía en dichos niveles y que la STC tiene estructura coherente o frecuencia portadora. En caso contrario a que la gráfica semi-logarítmica no presente un nivel máximo se tiene un comportamiento de ruido Gaussiano, donde la energía está distribuida en todos los niveles ondoleta. Si se presenta una recta con pendiente negativa en todos los niveles, entonces el carácter fractal de la señal se puede deducir, donde la pendiente es $-\beta$ [7].

3.2. Análisis de Fluctuaciones sin Tendencia

El análisis DFA, es un método donde se determinan las características auto-similares [10, 23]. En este trabajo usamos el DFA para caracterizar las propiedades de correlación (escala) y comprende los siguientes pasos:

Para una serie de tiempo dada $x(i), i = 1, \dots, N$, con periodo de muestreo Δt ,

1. Se calcula la media de la serie de tiempo

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N y(j). \quad (8)$$

Se integra la serie de tiempo $x(i), i = 1, \dots, N$, como sigue:

$$\bar{y} = \sum_{j=1}^i [y(j) - \bar{y}], \quad i = 1, \dots, N. \quad (9)$$

2. Se divide la integral de la serie de tiempo $x(i)$ en cajas de igual medida n , la cual corresponde a una escala de tiempo $\tau = n\Delta t$. Una función polinomial de grado m , denotada por $x_{pol,m}(i; \tau)$, es usada para interpolar la secuencia en cada caja. La interpolación de la curva $x_{pol,m}(i; \tau)$ en cada caja representa la tendencia local en cada caja.
3. Se calcula la secuencia de fluctuación:

$$z_m(i; \tau) = x(i) - x_{pol,m}(i; \tau), \quad i = 1, \dots, N \quad (10)$$

El ajuste lineal que se asume normalmente es $m = 1$ [10].

4. La función de fluctuación $F_m(\tau)$ es calculada como la media al cuadrado de la raíz de los valores de la secuencia $z_m(i; \tau)$;

$$F_m(\tau) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N z_m(i; \tau)^2} \quad (11)$$

5. Repitiendo el proceso para una extensión de rango de longitud de segmentos n . De acuerdo a las recomendaciones dadas por Peng [23], siguiendo el rango de las secciones $n_{min} \simeq 5$ y $n_{max} \simeq N/4$.

Si la serie de tiempo presenta una ley de escala, entonces

$$F_m(\tau) \sim \tau^\alpha \quad (12)$$

donde α es llamada exponente de escala, se calcula como la pendiente de la línea recta de la gráfica de $F = \{\log(\tau) \text{ vs } \log(F_m(\tau))\}$. La línea recta en la gráfica indica auto-similaridad estadística.

En este caso el comportamiento la correlación es para todos los valores de la serie de tiempo, la pendiente en el análisis exhibe características de una serie de tiempo estándar (Ruido blanco) con $\alpha \simeq 0,5$. De otra forma, si $\alpha < 0,5$ la correlación de la señal es anti-persistente (un incremento en el valor de la señal es seguido probablemente por un decremento de la misma, y viceversa). Si $\alpha > 0,5$ la correlación de la señal es persistente (un incremento en el valor de la señal es seguido probablemente por un incremento, y viceversa). Cuando el valor $\alpha \simeq 1$ y $\alpha \simeq 1,5$ corresponde a un proceso $1/f$ -ruido y a un movimiento Browniano, respectivamente. Un valor de $\alpha > 1,5$ corresponde a correlación de largo alcance que no es necesariamente relacionada a procesos estocásticos. De hecho, $\alpha > 1,5$ puede ser reflejado como correlación determinista [10].

3.3. Exponente de Hurst

El exponente de Hurst es un estimador sin dimensiones para detectar auto-similitud de una serie de tiempo. Inicialmente se propuso por Harold Edwin Hurst para desarrollar una ley de regularidades del nivel de las aguas del Nilo, pero ahora encuentra aplicaciones en la medicina, en las finanzas, y en terremotos (ver [13] y referencias en ellos). El exponente de Hurst se encuentra estrechamente ligado con el trabajo de Einstein sobre el movimiento Browniano, el cual relaciona la distancia R que puede recorrer una partícula suspendida en un fluido, con el tiempo T que le toma recorrer dicha distancia. Esta relación está determinada mediante la ecuación (13)

$$R = T^{0,5} \quad (13)$$

Hurst pensó que podría basarse en tal ecuación para observar y/o verificar el comportamiento aleatorio de los desbordamientos en el río Nilo y propuso el siguiente procedimiento: En principio se considera a $X = x_1, x_2, \dots, x_n$ una serie temporal de n componentes de la variable a estudiar. Posteriormente dividió la serie de tiempo en cajas de igual dimensión el cual forma un subespacio N , que es el tamaño elegido de la sub-serie ($N \geq 3$). El valor medio de esta sub-serie temporal se define como

$$x_m = (x_1 + x_2 + \dots + x_N)/N \quad (14)$$

Se sustrae la media de la serie como muestra la ecuación (15)

$$z_r = (x_r - x_m); \quad r = 1, \dots, N. \quad (15)$$

Se genera una serie de sumas acumuladas como muestra la ecuación (16)

$$y_r = \sum_{i=1}^r z_i; \quad r = 1, \dots, N. \quad (16)$$

La última componente del vector y_r es cero debido a la estandarización realizada en la ecuación (15). La suma acumulada es solo de una caja, por tanto se genera una serie de datos w_r con los valores de las sumas acumuladas de cada una de las cajas. Por último se calcula el rango ajustado de w_r denominado R_N como se muestra en la ecuación (17). En principio se considera a

$$R_N = \max(w_N) - \min(w_N) \quad (17)$$

El rango ajustado R_N representa la distancia máxima que se mueve el proceso en la serie de tiempo dado N . Se calcula la desviación estándar de w_r y la llamaremos S_N . Por último, cambiamos el tamaño de la caja y realizamos el mismo proceso. Podría pensarse en aplicar la ecuación (13) tomando $T = n$, sin embargo esta solo aplica para movimientos Brownianos, es decir, series temporales con media cero y desviación estándar 1. Hurst encontró que una generalización de la ecuación (13) puede escribirse como se muestra en la ecuación (18)

$$(R/S)_N = c * N^H \quad (18)$$

Donde el valor de $(R/S)_N$ es denominado el rango reescalado de x y c es una constante. Este rango reescalado está expresado en términos de la desviación estándar local. En general el valor del rango reescalado cambia con el incremento de N por medio de una ley exponencial dependiente del parámetro H , el cual se denomina el exponente de Hurst. Luego calculando el logaritmo de la ecuación (18) se tiene

$$\log(R/S)_N = \log(c) + H * \log(N) \quad (19)$$

Por lo tanto el exponente de Hurst H puede ser calculado a partir del ajuste lineal sobre la gráfica del logaritmo del rango reescalado $(R/S)_N$ versus el logaritmo del tamaño de la caja N , este valor será un número entre 0 y 1 dependiendo de las características de la serie estudiada.

La interpretación del valor del exponente de Hurst es como sigue: si $0 < H < 0,5$ se dice que la serie presenta un comportamiento anti-persistente. En este caso se tiene que la serie de tiempo recorre un rango más corto (se aleja menos de su valor inicial) en un intervalo de tiempo determinado en comparación al rango recorrido por un proceso aleatorio, es decir, presenta un comportamiento similar al de reversión a la media. Sin embargo no puede asegurarse que la media permanezca estable aunque debe presentar movimiento erráticos que confinan su variación a un rango más estrecho que el generado por un proceso aleatorio.

Para el caso en que $H = 0,5$ se dice que la serie se comporta como el movimiento Browniano, que es un caso particular del mBf. Se debe tener en cuenta que este resultado no es exclusivo de una distribución Gaussiana, por lo cual es posible que los datos sean generados aleatoriamente con una distribución uniforme.

Y por último, cuando $0,5 < H < 1$ se dice que la serie presenta un comportamiento persistente, lo cual indica que la serie de tiempo recorre un rango más amplio que un proceso aleatorio. Este tipo de comportamientos se presentan en procesos con efectos de memoria larga la cual es independiente de la escala de tiempo. Esta es la primera pista que puede sugerir la presencia de determinismo en los datos analizados: un exponente de Hurst entre $0,5 < H < 1$.

4. Análisis de Series de Tiempo

En esta sección se analiza la serie de tiempo de la variable de estado \hat{u} del sistema DR-S (3) para los conjuntos de parámetros Π_1 y Π_2 utilizando la herramienta de la TOD, DFA y Exponente de Hurst.

La primera técnica utilizada es el logaritmo de la varianza de los coeficientes ondoleta en función del nivel j , utilizando la ec. (7). Cuando se presenta un máximo en algún nivel de la transformada ondoleta nos indica que la señal bajo estudio tiene su frecuencia fundamental en ese nivel de energía con respecto a los demás niveles. Por ejemplo el ruido blanco contiene una gran gama de frecuencias conformando a la señal y esto implica que los niveles ondoleta no presenten un nivel máximo con respecto a los otros niveles, debido a que el ruido no presenta una frecuencia fundamental. Los resultados del análisis se presentan a continuación.

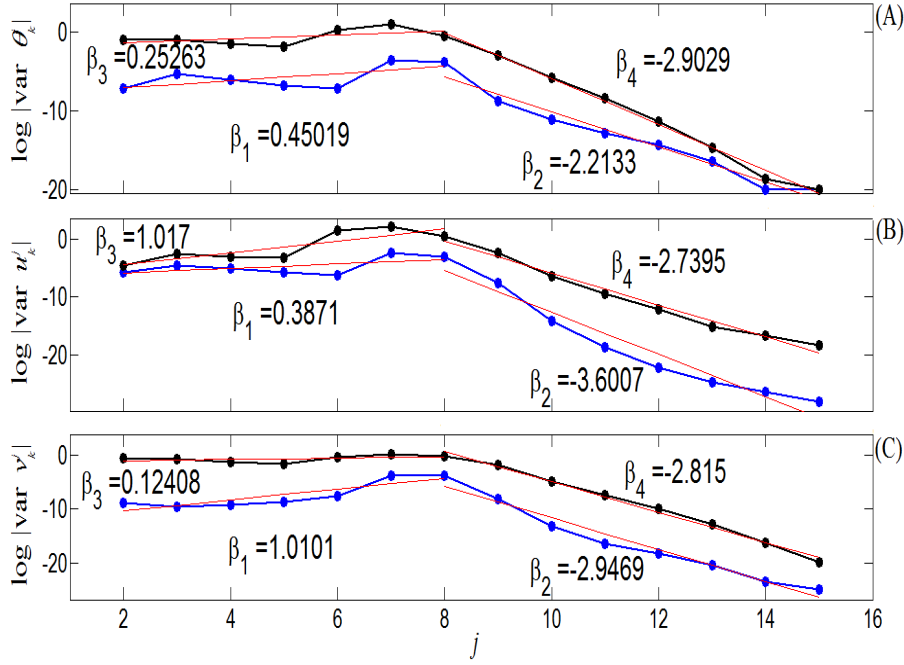


Figura 3: Transformada ondoleta. Color azul $\Pi_1 = (0.25, 0.8, 0.8)$ le corresponden β_1 y β_2 , negro $\Pi_2 = (1.5, 0.8, 0.8)$, β_3 y β_4 .

- TO (Fig.3(b)). Para Π_1 y Π_2 ; se presentan dos comportamientos: el de tipo ruido blanco y tipo fractal. El logaritmo de la varianza de los coeficientes con respecto a los niveles $2 \leq j \leq 8$ presentan una distribución de energía en tales niveles ondoleta, mientras que en los niveles $8 \leq j$ se presenta una recta con pendiente negativa. En la Fig. 3 (b) se muestra la respectiva caracterización en términos de la varianza de los coeficientes ondoleta de las series de tiempo.

Ahora consideramos el DFA, para caracterizar las propiedades de correlación (escala), de la serie de tiempo generada por el sistema dinámico (3), donde se observan diferentes comportamiento de las trayectorias. Fig. 4.

- DFA (Fig.4(b)). Para Π_1 y Π_2 ; se presentan dos tipos de comportamiento. La pendiente positiva en los dos casos muestra un comportamiento similar al de movimiento Browniano fraccionario y tienen comportamiento similares, punto de inflexión en ambos casos, nivel 17, lo que indica que existe una frecuencia portadora o fundamental; en los niveles 17 a 23 el comportamiento es anti-persistente, pendiente muy cercana a cero.

Por último el exponente de Hurst es un estimador sin dimensiones para detectar auto-similitud de una serie de tiempo. Que resulta una buena propuesta para nuestro análisis.

- Hurst (Fig.5(b)). Para Π_1 y Π_2 , la series temporales de \hat{u} presentan un mismo comportamiento, Fig. 5(b), la pendiente positiva muestra un comportamiento anti-persistente, esto es un sobre saturación de datos periódicos. Dado que $H < 0.5$, se considera que presenta movimientos erráticos que confinan su variación a un rango más estrecho que el generado por un proceso aleatorio. No podemos decir que el proceso es aleatorio. La dimensión fractal mostrada en la ec. (1) está entre 1 y 2; $D_{\Pi_1} = 1.72$ y $D_{\Pi_2} = 1.60$.

5. Conclusiones

El análisis de la serie de tiempo de la variable de estado u , para valores de parámetros dentro una rango donde el sistema Dieterich-Ruina-Stribeck presenta oscilaciones y el sistema es inestable en sentido de Lyapunov, nos indica que existe comportamiento de tipo ruido blanco y de tipo fractal. El exponente de Hurst para cada variable es menor que 0.5, presentando una saturación de datos periódicos, y la dimensión

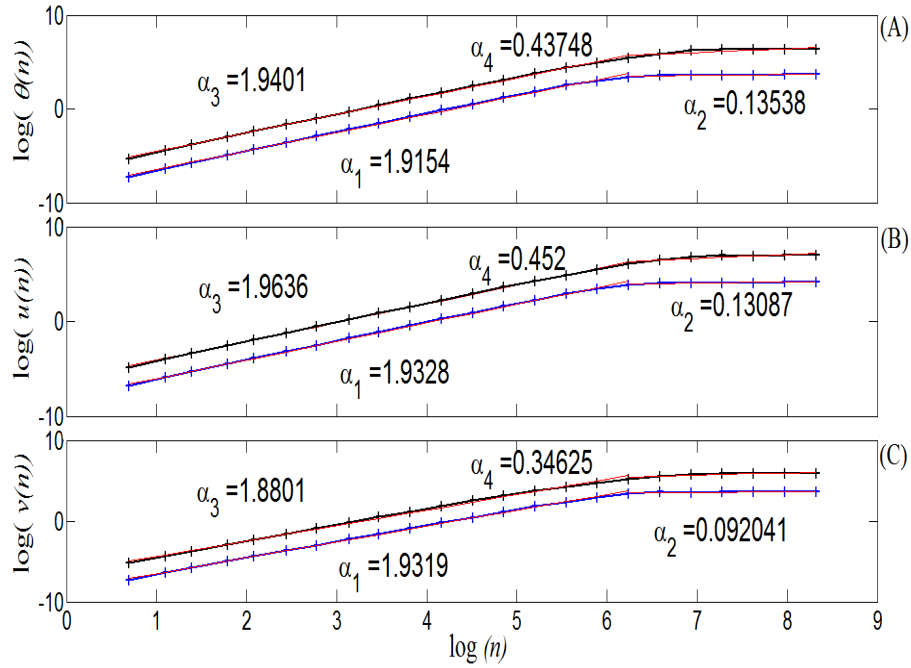


Figura 4: Análisis de fluctuaciones sin tendencia. Color azul $\Pi_1 = (0.25, 0.8, 0.8)$ le corresponden α_1 y α_2 , negro $\Pi_2 = (1.5, 0.8, 0.8)$, α_3 y α_4 .

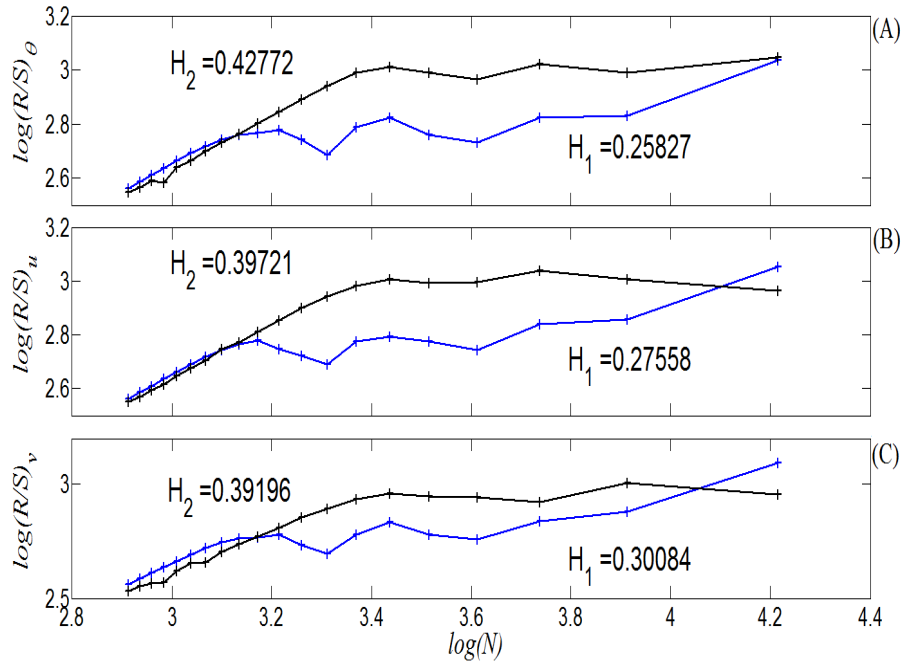


Figura 5: Valor del exponente de Hurst. Color azul $\Pi_1 = (0.25, 0.8, 0.8)$, le corresponde H_1 ; negro $\Pi_2 = (1.5, 0.8, 0.8)$, H_2 .

fractal está entre 1 y 2; además muestra un comportamiento similar al de movimiento Browniano fraccionario y la existencia de una frecuencia fundamental, comportamiento propio de la sismicidad. El comportamiento observado para los conjuntos de parámetros Π_1 y Π_2 es el mismo, lo que pudiera ser efecto de inestabilidad del sistema y no de qué tan cerca está del límite estable/inestable.

Las estructuras encontradas a partir de las correlaciones de largo alcance sugieren que el sistema dinámico

de terremotos DR-S, reproduce comportamientos observados en la sismicidad de la corteza terrestre.

Agradecimientos

V.C.R. es estudiante de doctorado de CONACYT (México) en DGAp-DMAp-IPICYT. E.J.L. agradece al IPICYT por la hospitalidad durante el desarrollo de este trabajo en DMAp-IPICYT.

Referencias

- [1] H. C. Scholz, *Nature* **391.6662** (1998): 37-42.
- [2] J. H. Dieterich and D. K. Brian, *Pure and Applied Geophysics* **143.1-3** (1994): 283-302.
- [3] J. Alvarez-Ramírez, R. Garrido and R. Femat, *Phys. Rev. E*, **51**, (1995) 6235.
- [4] S. Andersson, A. Söderberg and S. Björklund, *Tribology Int.*, **40**, (2007) 580.
- [5] J.S. Murguía and E.Campos-Cantón, *Rev. Mex. de Fís.*, **52** (2006) 155.
- [6] E. Jiménez-López, J. S. Murguía, E. and Campos-Cantón, *Rev. Mex. de Fís.*, **58** (2012) 44-47.
- [7] W. J. Staszewski and K. Worden, *Int. Journal of Bif. and Chaos*, **3** (1999)455.
- [8] G. W. Wornell and A. V. Oppenheim, *IEEE Trans. Inform. Theory*, **38** (1992)785.
- [9] J. W. Kantelhardt, B. E. Koscielny, H. A. Rego, S. Havlin and A. Bunde, *Physica A*, **295** (2001) 441-454.
- [10] J. Alvarez-Ramirez, E. Rodriguez, J. C. Echeverria, and H. Puebla, *Chaos, Solitons and Fractals*, **36(5)** (2008) 1157-1169.
- [11] P. Herman, *European Journal of Physiology*, **439** (2000) 403-415.
- [12] F. Pallikari, *Journal of Scientific Exploration*, **13** (1999) 25-40.
- [13] Chu-Chuan Peter Tsai. *Pure and Applied Geophysics*, **149(4)** (1997) 689-706.
- [14] B. B. Mandelbrot, W. H. Freeman, New York, USA, 1982.
- [15] K. Aki, *An International Review*, D. C. (1981) 566
- [16] D. J. Andrews, *J. Geophys. Res.* **85**, (1980)3867.
- [17] D. J. Andrews, *J. Geophys. Res.* **86**, (1981)10821.
- [18] J. Feder, (Plenum Press, New York 1988).
- [19] B. Erickson, B. Birnir and D. Lavallée, *Non. Process. Geophys.*, **15**, (2008)1.
- [20] V. Castellanos-Rodriguez and R. Femat, *Ana. and Cont. of Chaotic Systems* **3-1** (2012) 115-120.
- [21] C. Marone, *Annu. Rev. Earth Planet Sci.*, **26**, (1998)643.
- [22] Stéphane Mallat, (2nd. Edition, Academic Press, 1999).
- [23] C-K. Peng, SV. Buldyrev, S. Havlin S, M. Simons and HE. Stanley, *Phys Rev E.*, **9** (1994) 49:1685.