

INSTITUTO POTOSINO
DE INVESTIGACIÓN
CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA, A.C.

IPICT

**INSTITUTO POTOSINO DE INVESTIGACIÓN
CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA A.C.**

POSGRADO EN CIENCIAS APLICADAS

**CONTROL DE CONVERTIDORES EN CASCADA CON UN
SÓLO INTERRUPTOR ACTIVO**

TESIS QUE PRESENTA:

M. I. E. MA. GUADALUPE ORTIZ LÓPEZ

PARA OBTENER EL GRADO DE

DOCTOR EN CIENCIAS APLICADAS

EN LA OPCIÓN DE:

CONTROL Y SISTEMAS DINÁMICOS

DIRECTOR DE TESIS:

DR. JESÚS LEYVA RAMOS

SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P.

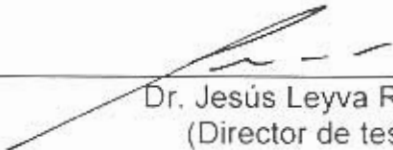
DICIEMBRE DEL 2007




INSTITUTO POTOSINO
DE INVESTIGACIÓN
CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA, A.C.

IPICT Constanza de aprobación de la tesis


La tesis **Control de Convertidores en Cascada con un Sólo Interruptor Activo** presentada para obtener el Grado de Doctor en Ciencias Aplicadas en la Opción de Control y Sistemas Dinámicos fue elaborada por Ma. Guadalupe Ortiz López y aprobada el **3 Diciembre de 2007** por los suscritos, designados por el Colegio de Profesores de la División de Matemáticas Aplicadas del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica.



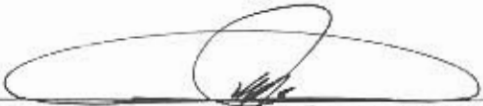
Dr. Jesús Leyva Ramos
(Director de tesis)



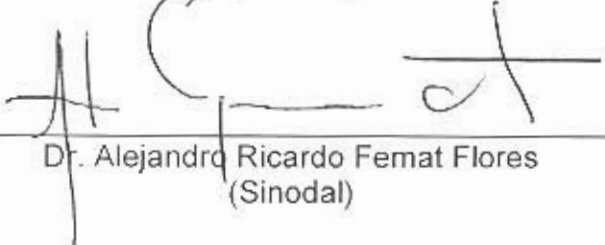
Dra. Ilse Cervantes Camacho
(Sinodal)



Dr. Daniel Alejandro Melchor Aguilar
(Sinodal)



Dr. Jorge Alberto Morales Saldaña
(Sinodal)



Dr. Alejandro Ricardo Femat Flores
(Sinodal)



Esta tesis fue elaborada en el Laboratorio de Electrónica de Potencia de la División de Matemáticas Aplicadas del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C. bajo la dirección del Dr. Jesús Leyva Ramos.

Durante la realización del trabajo el autor recibió una beca académica del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (193935) y del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica A.C.



Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C.

Acta de Examen de Grado

El Secretario Académico del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C., certifica que en el Acta 005 del Libro Primero de Actas de Exámenes de Grado del Programa de Doctorado en Ciencias Aplicadas en la opción de Control y Sistemas Dinámicos está asentado lo siguiente:

En la ciudad de San Luis Potosí a los 3 días del mes de diciembre del año 2007, se reunió a las 11:00 horas en las instalaciones del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C., el Jurado integrado por:

Dr. Alejandro Ricardo Femat Flores	Presidente	IPICYT
Dr. Jesús Leyva Ramos	Secretario	IPICYT
Dr. Daniel Alejandro Melchor Aguilar	Sinodal	IPICYT
Dra. Ilse Cervantes Camacho	Sinodal	IPICYT
Dr. Jorge Alberto Morales Saldaña	Sinodal externo	UASLP

a fin de efectuar el examen, que para obtener el Grado de:

**DOCTORA EN CIENCIAS APLICADAS
EN LA OPCIÓN DE CONTROL Y SISTEMAS DINÁMICOS**

sustentó la C.

Ma. Guadalupe Ortiz López

sobre la Tesis intitulada:

Control de Convertidores en Cascada con un Sólo Interruptor Activo

que se desarrolló bajo la dirección de

Dr. Jesús Leyva Ramos

El Jurado, después de deliberar, determinó

APROBARLA

Dándose por terminado el acto a las 13:00 horas, procediendo a la firma del Acta los integrantes del Jurado. Dando fé el Secretario Académico del Instituto.

A petición de la interesada y para los fines que a la misma convengan, se extiende el presente documento en la ciudad de San Luis Potosí, S.L.P., México, a los 3 días del mes diciembre de 2007.

L.C.C. Ivonne Lizette Cuevas Velez
Jefa del Departamento de Asuntos Escolares

Dr. Marcial Bonilla Marín
Secretario Académico



Dedicada a mis hijos Jesús y María Eugenia

AGRADECIMIENTOS

Primeramente a Dios, por todo y todos a los que me ha dado y por permitirme alcanzar esta meta tan anhelada.

Muy especialmente al Dr. Jesús Leyva Ramos, por aceptar ser mi director de tesis y por su valiosa asesoría, conocimientos y apoyo, los cuales me permitieron desarrollar y concluir satisfactoriamente este trabajo de tesis.

A los sinodales: Dra. Ilse Cervantes C., Dr. Daniel A. Melchor A., Jorge A. Morales S. y Dr. Alejandro Ricardo Femat F. por sus valiosas críticas y acertadas sugerencias, las cuales me llevaron a la realización de un mejor trabajo.

Al Mtro. Luis H. Diaz S., encargado del laboratorio de Electrónica de Potencia, por su valiosa colaboración para la obtención de resultados experimentales y al Dr. E. Enrique Carbajal G. por los conocimientos y experiencia compartidos.

A los profesores investigadores del Departamento de Matemáticas Aplicadas del IPICYT por los conocimientos brindados.

A los compañeros tanto de doctorado como de maestría: Fran, Eugenia, Claudia, Aurora, Griselda, Perla, Beatriz, Clara, Misael, Andrés, José Miguel, Juan Manuel, Víctor Manuel, Crescencio, Raymundo y Emeterio, por el tiempo y el apoyo compartidos

Y a todas aquellas personas que no es posible nombrar y que con su valiosa ayuda hicieron posible que este trabajo fuera realizado.

Indice

Constancia de aprobación de la tesis	ii
Créditos institucionales	iii
Acta de examen	iv
Dedicatorias	v
Agradecimientos	vi
Glosario	ix
Resumen	x
Abstract	xi
CAPÍTULO 1	
Antecedentes	1
1.1 CONVERTIDORES EN CASCADA DE n-ETAPAS CON n- INTERRUPTORES ACTIVOS	3
1.2 CONVERTIDORES CUADRÁTICOS	4
1.3 OTROS TIPOS DE CONFIGURACIONES PROPUESTAS	9
1.4 PROPUESTA DEL PRESENTE TRABAJO	13
CAPÍTULO 2	
Convertidores en Cascada	15
2.1 CONVERTIDORES DE n-ETAPAS CON UN INTERRUPTOR ACTIVO	15
2.1.1 Convertidor reductor de n-etapas	15
2.1.2 Convertidor elevador de n-etapas	18
2.2 MODELADO EN ESPACIO DE ESTADOS CONMUTADO DE CONVERTIDORES	21
2.2.1 Modelo conmutado convertidor reductor n-etapas	23
2.2.2 Modelo conmutado convertidor elevador n-etapas	24
2.3 MODELADO PROMEDIO DE CONVERTIDORES	26
2.3.1 Modelo promedio del convertidor reductor de n-etapas	28
2.3.2 Modelo promedio del convertidor elevador de n-etapas	28
2.4 MODELOS LINEALES PARA CONVERTIDORES EN CASCADA	29
2.4.1 Modelo lineal del convertidor reductor de n-etapas	31
2.4.2 Modelo lineal del convertidor elevador de n-etapas	32
2.5 MODELOS PARA CONVERTIDORES DE UNA Y DOS ETAPAS	33

CAPÍTULO 3	
Análisis de Estabilidad de convertidores	37
3.1 CONVERTIDORES CUADRÁTICOS	38
3.1.1 Convertidor cuadrático reductor	40
3.1.2 Convertidor cuadrático elevador	43
3.2 CONVERTIDORES DE n-ETAPAS	45
3.3 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE LOS CONVERTIDORES DE n-ETAPAS	50
CAPÍTULO 4	
Control modo-corriente de convertidores en cascada	52
4.1 CONTROL-MODO CORRIENTE PROMEDIO	53
4.2 CONTROL PARA UN CONVERTIDOR ELEVADOR CUADRÁTICO	58
4.3 CONTROL PARA UN CONVERTIDOR ELEVADOR DE TRES ETAPAS	68
4.4 PROCEDIMIENTO DE DISEÑO DE UN CONTROL PARA UN CONVERTIDOR ELEVADOR DE n-ETAPAS	77
CAPÍTULO 5	
Resultados experimentales en un regulador conmutado	79
5.1 REGULADOR CUADRÁTICO ELEVADOR	80
5.1.1 Resultados experimentales	81
5.2 DISEÑO DE UN CONTROLADOR MODO-VOLTAJE	86
5.2.1 Resultados experimentales	89
CAPÍTULO 6	
CONCLUSIONES	92
6.1 CONCLUSIONES	92
6.2 TRABAJO A FUTURO	94
Apéndice A	
ANÁLISIS DE ESTABILIDAD DEL REGULADOR CONMUTADO	95
BIBLIOGRAFÍA	102

Glosario de símbolos y acrónimos

u	Ciclo de trabajo del convertidor conmutado
CA	Corriente alterna
CD	Corriente directa
PI	Controlador proporcional-integral
CD-CD	Conversión de corriente directa a corriente directa
S	Función de sensibilidad
LVK	Ley de voltajes de Kirchhoff
LCK	Ley de corrientes de Kirchhoff
O_n	Matriz cero de dimensión $n \times n$
$I_{n \times n}$	Matriz identidad de dimensión $n \times n$
$P > 0$	Matriz real positiva definida
MCC	Modo de conducción continua
MCD	Modo de conducción discontinua
Π	Producto
$\Delta V / \Delta t$	Relación de cambio de voltaje en el tiempo
ΔI_{L_i}	Rizo en la corriente del i-ésimo inductor
ΔV_{C_i}	Rizo en el voltaje del i-ésimo capacitor
GPS	Sistema de posicionamiento global por sus siglas en inglés
Σ	Sumatoria
MOSFET	Transistor de efecto de campo con tecnología MOS

Resumen

Control de Convertidores en Cascada con un Sólo Interruptor Activo

Palabras clave: Convertidores conmutados CD-CD, convertidores cuadráticos, convertidores en cascada, control modo-corriente, reguladores conmutados

En las últimas dos décadas, se han dado a conocer un gran número de aplicaciones para convertidores conmutados de Corriente Directa a Corriente Directa (CD-CD). Los nuevos desarrollos tecnológicos requieren de fuentes de poder con relaciones de conversión mucho más amplias tanto para la reducción como para la elevación de voltajes. Una clase de convertidores que provee una amplia relación de voltaje es el convertidor en cascada, el cual consiste de dos o más convertidores básicos de CD-CD conectados en cascada. Una solución alternativa es el uso de un convertidor en cascada de n-etapas con un solo interruptor activo. Esta clase de convertidores se estudia en esta tesis.

Un análisis de las ganancias de CD se muestra con las correspondientes fórmulas para los rizados en los voltajes de los capacitores y corrientes de los inductores. Las condiciones en los inductores para la operación en conducción continua son dadas también. Los modelos lineal conmutado, promedio no lineal y promedio linealizado se derivan para la anterior clase de convertidores. Estos modelos son usados para estudiar su comportamiento dinámico. Para un convertidor de dos etapas o cuadrático se realiza el estudio de estabilidad usando sus funciones de transferencia. Este análisis se extiende a los convertidores de n-etapas por medio del segundo método de Lyapunov.

Posteriormente, se contempla el desarrollo de una metodología para el diseño de controladores en modo-corriente promedio. Este tipo de convertidores presenta ceros complejos en el lado derecho del plano-s, lo cual dificulta el diseño de dichos controladores. Se estudia el efecto de la ganancia del controlador, y se propone una metodología analítica de diseño basada en el moldeo de la ganancia de lazo, garantizando estabilidad del lazo cerrado y robustez. Así mismo, permite localizar fácilmente los principales parámetros del circuito de control que optimizan el funcionamiento del regulador.

Finalmente, se obtienen resultados experimentales para un regulador conmutado usando un convertidor cuadrático elevador, los cuales muestran sus buenas características de regulación y robustez ante cambios en el voltaje de entrada, cambios en la carga y cambios en la señal de referencia del voltaje de salida. Estos resultados se comparan contra los resultados de un controlador modo-voltaje que se construye para el mismo convertidor.

Abstract

Control of Cascade Converters with a Single Active Switch

Key words: Switch-mode DC-DC converters, quadratic converters, cascade converters, current-mode control, switching regulators.

During the last two decades, a great number of applications for switch-mode DC-DC converters have been reported. New technological developments require power supplies with wide conversion rates, which result in significant step-up or step-down voltages. A class of converters that provides a wide voltage ratio is the cascade converter, which consists in two or more basic switch-mode DC-DC converters connected in cascade. An alternative solution is to use an n-stage cascade converter with a single active switch. This class of cascade converters is studied in this thesis.

An analysis of the DC gains is shown with the corresponding formulae for the voltage ripples in the capacitors and the current ripples of the inductors. The conditions in the inductors for continuous conduction mode are also given. Switched linear, nonlinear averaged and linear averaged models are derived for the aforementioned class of converters. These models are used to study their dynamic behavior. For a two-stage or quadratic converter, a stability analysis is developed from the corresponding transfer functions. Furthermore, the stability of higher order converters is verified using the second method of Lyapunov.

A methodology is developed for the design of the controller under average current-mode control. However, this class of converters exhibits complex right-half side zeros, the above makes the controller difficult to design. The effect of the gain of the controller is studied and a design methodology is proposed based on loop gain shaping to obtain good robust stability characteristics. The design-oriented analytic results allow the designer to easily pinpoint the control circuit parameters that optimize the regulator's performance.

At the end, experimental results are given for a switching regulator using a quadratic boost converter to show the output voltage of the converter under changes in the input voltage, load resistance and reference signal. Current-mode control is compared with voltage-mode control to assess the performance of the proposed scheme.

Capítulo 1

Antecedentes

El uso de circuitos para conversión de Corriente Directa a Corriente Directa (CD-CD) adquiere un gran auge en el siglo pasado a finales de la década de los sesenta al utilizarse fuentes de corriente directa en aplicaciones de la industria aeroespacial [1-3]. No obstante, la teoría básica en que estos circuitos se fundamentan es más antigua y se origina en las aplicaciones de los rectificadores. Pero aún cuando las ideas básicas existían, fue necesaria la existencia de dispositivos semiconductores de potencia que hicieran posible su operación a un precio económicamente razonable.

Actualmente, las fuentes de alimentación CD-CD, además de utilizarse en equipo aeroespacial tienen un gran uso en radios, computadoras, equipo de comunicación portátil, televisiones, automóviles, equipo de laboratorio, etc., con requerimientos de regulación de voltaje que solamente las fuentes en modo conmutado pueden proporcionar, basadas en la mayoría de los casos, en el uso de MOSFETs [1-3]. El aspecto económico es muy importante en dichas fuentes, ya que las principales industrias manufactureras estiman que debido a que el costo de los circuitos electrónicos ha bajado considerablemente, casi un 50% del costo total de un producto electrónico (teléfono inalámbrico o computadora portátil) se invierte en la fuente de alimentación [3].

Las aplicaciones antes mencionadas han evolucionado en los últimos años, surgiendo requerimientos de reguladores CD-CD con relaciones de conversión más amplias tanto para la reducción como para la elevación de los voltajes. En el primer caso se puede mencionar a la industria automotriz en la que se está cambiando el sistema tradicional, cuya alimentación es una batería de 12 V, a una batería de 36 V debido al gran aumento de la carga eléctrico-electrónica que está excediendo la capacidad práctica de los sistemas eléctricos. La carga promedio de

un automóvil, alimentado con una batería de 12 V, se estima entre 750 W y 1 KW llegando en vehículos de lujo como el BMW 750L a los 5.8 KW. Los fabricantes de equipos eléctricos para automóvil prevén que dentro de los próximos diez años un vehículo medio alcanzará un consumo de 10 KW. Los nuevos circuitos integrados y los microprocesadores están usando fuentes de poder de 3.3 V o 1.5 V [4-6]. La tendencia es el uso de circuitos integrados alimentados por fuentes de voltaje a menos de 1 V. En el caso de elevación de voltaje, se tiene a los equipos de comunicación portátil, que han incrementado el nivel de voltaje demandado a la batería (Niquel-Cadmio, Litio), que produce normalmente 1.2 V o 2.4 V, a niveles de voltaje de 12 V o más, al incluir correo electrónico, GPS, comunicación de dos vías etc., presentando un interesante desafío [7]. En el mismo caso se encuentran los arreglos serie-paralelo de celdas de voltaje producido por fuentes alternativas de generación eléctrica tales como las de tipo fotovoltaica o de combustible [8, 9], que forman un módulo en el que se debe garantizar por medio de un convertidor que cada elemento provea el mismo valor de voltaje de salida.

Un primer enfoque para resolver este problema sugiere el uso de convertidores conmutados básicos operando con ciclos de trabajo extremadamente altos o bajos. En teoría, un amplio rango de conversión puede obtenerse ajustando la señal de control del modulador del convertidor, pero en la práctica los rangos mínimos y máximos de ciclo de trabajo que un convertidor convencional pueden alcanzar están limitados por las características de operación de los elementos de conmutación. Por esta razón, los tiempos de encendido y apagado del elemento activo de conmutación juegan una papel muy importante en el ciclo de trabajo y consecuentemente en la relación de conversión. Además, cuando el ciclo de trabajo es muy cercano a 0 o a 1, existe un gran deterioro en las señales del voltaje de salida y corriente del inductor; y por consecuencia, en la señal de control.

Otra solución propone el uso de transformadores dentro de la configuración reductora o elevadora del convertidor [1]. En este caso, se producen grandes picos de elevación en el voltaje aplicado a los elementos de conmutación, los

cuales se ven sometidos a grandes esfuerzos, con el consecuente daño a los mismos. Igualmente estas estructuras emplean circuitos de control más complicados que las que se usan en convertidores convencionales en cascada.

1.1 CONVERTIDORES EN CASCADA DE n-ETAPAS CON n-INTERRUPTORES ACTIVOS

Una configuración que proporciona un amplio rango de conversión, sin usar un transformador, es aquella formada a partir de n-convertidores convencionales conectados en cascada [10]. Los circuitos de un convertidor reductor de n-etapas y de un convertidor elevador de n-etapas se muestran en la Figura 1.1.

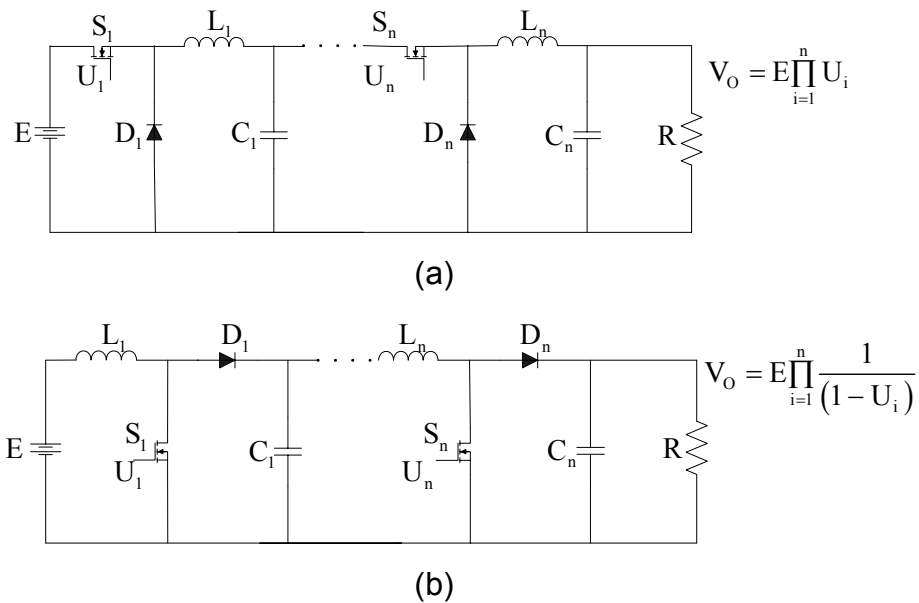


Figura 1.1 Convertidores en cascada de n-etapas convencionales: a) reductor, y b) elevador.

La relación entre el voltaje de entrada y el voltaje de salida en función de los ciclos de trabajo nominales U_i está dada para: a) el convertidor reductor de n-etapas por $\prod_{i=1}^n U_i$, y b) para el convertidor elevador de n-etapas por $\prod_{i=1}^n 1/(1-U_i)$.

Con objeto de estudiar el comportamiento dinámico de estos convertidores, utilizando el concepto de modelos promedio, se han obtenido sus

representaciones matriciales en el espacio de estados de la forma $\dot{x} = \bar{F}(u)x + \bar{G}(u)e$, las cuales son válidas para convertidores operados a alta frecuencia bajo modo de conducción continua [11]. El modo de conducción continua, es aquel en el que la corriente en todos los inductores del circuito del convertidor nunca llega a un valor cero o negativo.

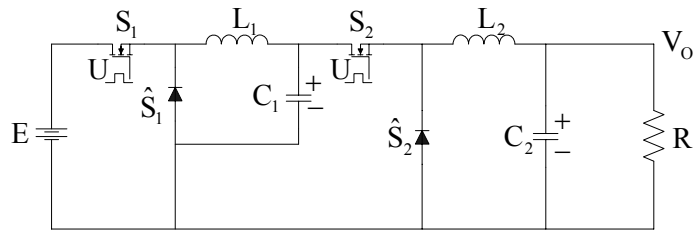
Estos modelos promedio igualmente se pueden linealizar alrededor de un punto de operación, obteniéndose expresiones de la forma $\dot{x} = Fx + Ge$. Estos modelos lineales invariantes en el tiempo describen aproximadamente el comportamiento del circuito para frecuencias por abajo de la mitad de la frecuencia de conmutación; y por lo tanto, pueden no ser suficientemente válidos para predecir oscilaciones subarmónicas debidas a las inestabilidades del rizo.

Los convertidores en cascada han sido modelados por otros tipos de técnicas, tal como la de diagramas de señales de flujo [12-14], obteniéndose modelos no lineales para convertidores reductores y elevadores en cascada.

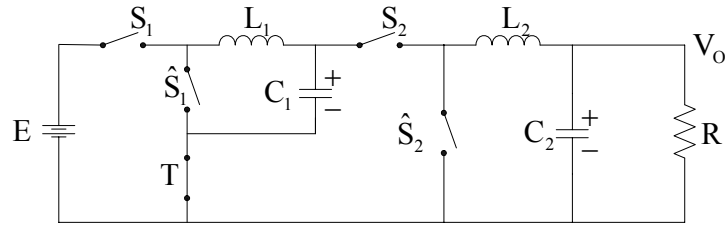
1.2 CONVERTIDORES CUADRÁTICOS

Una de las principales desventajas que presenta la conexión de n-convertidores en cascada es el incremento en las pérdidas de potencia total del sistema, debida a los interruptores activos [10]. Teniendo como fundamento la razón antes expuesta, los investigadores Maksimovick y Cûk proponen la construcción de convertidores de dos etapas con un solo interruptor activo [15, 16]. Primeramente muestran que este tipo de convertidores necesariamente utiliza en su construcción dos inductores, dos capacitores y cuatro interruptores. Posteriormente, utilizando el concepto de celda de conmutación mostrado en la Figura 1.2, encuentran que con la colocación y polarización adecuada de los interruptores activos y pasivos, puede implementarse un circuito equivalente con tan sólo un interruptor activo.

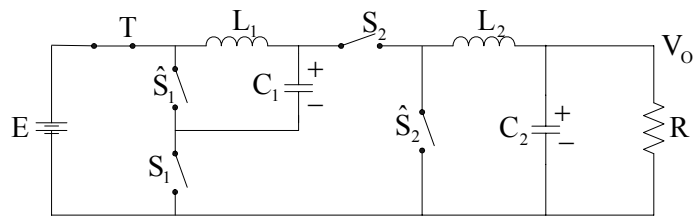
A partir de este concepto sintetizan las seis configuraciones de convertidores reductores y reductores-elevadores, con dependencia cuadrática del voltaje de salida respecto al ciclo de trabajo, mostradas en la Figura 1.3.



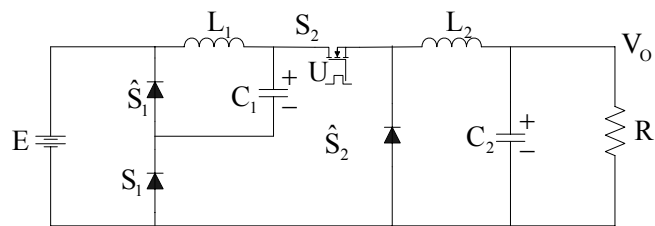
(a)



(b)

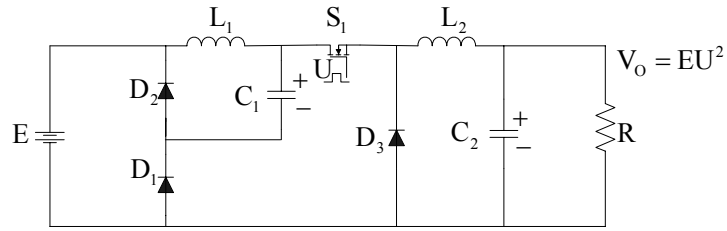


(c)

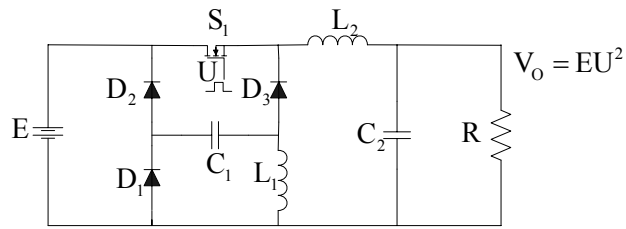


(d)

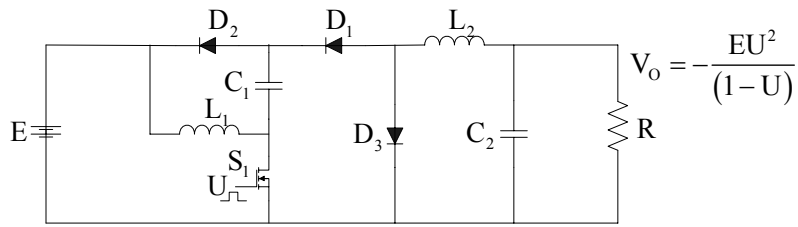
Figura 1.2. Convertidor cuadrático reductor: a) Convertidor reductor con dos interruptores activos, b) Representación del circuito con interruptores, c) Circuito equivalente con interruptores, y d) Convertidor cuadrático reductor con un sólo interruptor activo.



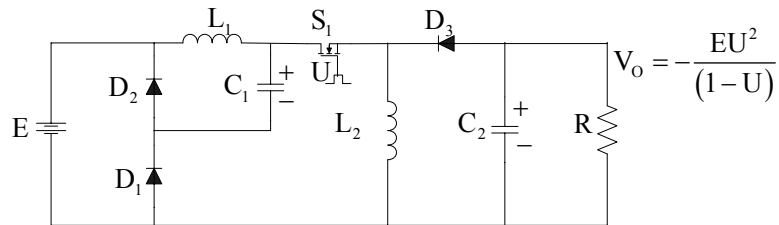
(a)



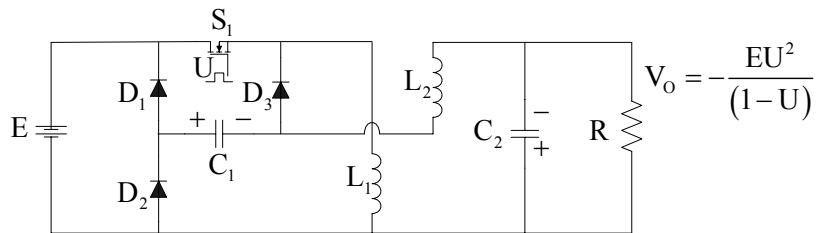
(b)



(c)



(d)



(e)

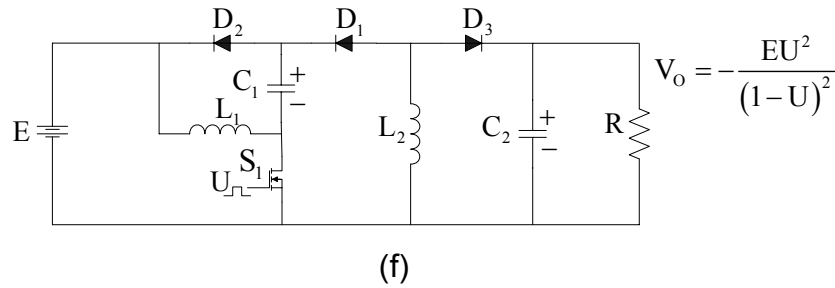


Figura 1.3. Convertidores cuadráticos: a) Convertidor clase \mathcal{A}_1 , b) Convertidor clase \mathcal{A}_2 , c) Convertidor clase \mathcal{B}_1 , d) Convertidor clase \mathcal{B}_2 , e) Convertidor clase \mathcal{B}_3 , y f) Convertidor clase \mathcal{C}_1 .

Igualmente en [16] discuten las características en CD de cada una de las configuraciones en modo de conducción continua (MCC) y en modo de conducción discontinua (MCD), estableciendo las condiciones de los valores de los elementos del circuito para la primera.

La razón de conversión entre el voltaje de entrada y el voltaje de salida de los convertidores cuadráticos mostrados en la Figura 1.3 se deriva suponiendo la operación en MCC. En MCC todos los voltajes de los capacitores y todas las corrientes de los inductores son cantidades de CD con un rizo de corriente alterna (CA) superpuesto relativamente pequeño. Es importante mencionar que los tiempos de encendido y apagado de los diodos están sincronizados con el tiempo de encendido y apagado del MOSFET.

Para mostrar el funcionamiento de estos convertidores, a continuación se analiza el convertidor clase \mathcal{A}_1 mostrado en la Figura 1.3 a). En este análisis se asume que los rizos de CA en los voltajes de capacitores y corriente de inductores por ser tan pequeños no son tomados en cuenta. En el convertidor clase \mathcal{A}_1 , cuando el MOSFET está encendido, el diodo D_1 se enciende simultáneamente, conduciendo la corriente I_{L_1} . La corriente promedio en el MOSFET es UI_{L_2} . Debido a que la corriente promedio en el MOSFET también es igual a I_{L_1} se tiene

entonces que $i_{D_1} = I_{L_2}(1-U)$ lo que confirma que el diodo D_1 está encendido efectivamente. Durante el tiempo de encendido del MOSFET, los diodos D_2 y D_3 están apagados. Cuando el MOSFET es apagado al mismo tiempo se apaga el diodo D_1 y, el diodo D_2 proporciona un camino para la corriente I_{L_1} , mientras que el diodo D_3 proporciona un camino para la corriente I_{L_2} . Puesto que las dos redes conmutadas en el convertidor clase \mathcal{A}_1 son eléctricamente idénticas a las de redes conmutadas de los dos convertidores reductores en cascada, el convertidor clase \mathcal{A}_1 tiene una relación de conversión del tipo $M(U) = U^2$.

El convertidor clase \mathcal{A}_1 puede verse como un convertidor formado por una etapa reductora pasiva (L_1, C_1, D_1, D_2) y un etapa reductora activa (L_2, C_2, D_3, S). El encendido de los diodos dentro del convertidor reductor pasivo es consecuencia de la entrada de corriente pulsante del convertidor reductor activo. Por lo tanto, si otro tipo de convertidores con corriente pulsante de entrada son precedidos por un etapa pasiva reductora, su relación de conversión estará multiplicada por U . Tal es el caso de los convertidores clase \mathcal{B}_2 que son la conexión de un convertidor reductor pasivo y un reductor-elevador activo.

Basados igualmente en el principio de celda de conmutación, los investigadores Luo y Ye proponen una configuración para un convertidor cuadrático elevador [17, 18], cuyo circuito se muestra en la Figura 1.4. Para dicho convertidor obtienen las relaciones de CD para los valores y los rizados de voltajes de capacitores y corrientes de inductores. Además sugieren la posible extensión de la configuración a más etapas.

El convertidor elevador mostrado en la Figura 1.4 puede verse como la conexión en cascada de dos convertidores elevadores formados el primero por (L_1, C_1, D_1) y el segundo por (L_2, C_2, D_3) en donde el diodo D_2 y el interruptor S_1 forman el interruptor activo de la primera etapa y el interruptor S_1 es el interruptor activo de la segunda etapa.

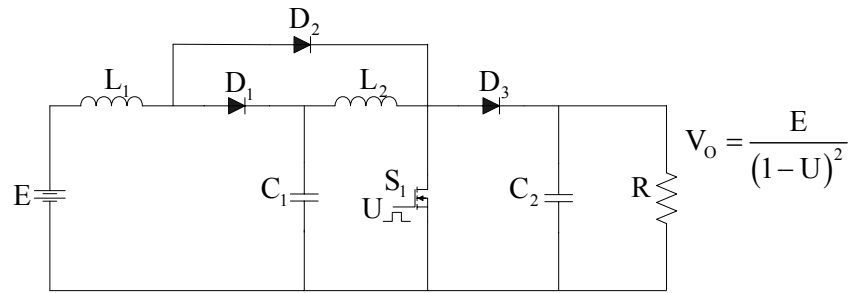


Figura 1.4. Convertidor elevador cuadrático

Basándose igualmente en la estructura de convertidores cuadráticos reductores y elevadores en [19, 20] se propone el uso de una red resonante para conseguir una conmutación suave.

1.3 OTROS TIPOS DE CONFIGURACIONES PROPUESTAS.

Para lograr más amplios rangos de conversión en convertidores CD-CD conmutados se han propuesto, entre otras, configuraciones en cascada de dos etapas utilizando convertidores convencionales en la primera etapa y convertidores con transformadores en la segunda. La investigación en este campo se ha enfocado principalmente a convertidores de voltaje bajo y corriente alta, cuya principal aplicación son las nuevas generaciones de microprocesadores y sistemas de comunicación de datos. Estas configuraciones se muestran en la Figura 1.5.

En la Figura 1.5, S_1 corresponde al interruptor activo de la etapa conmutada convencional, el cual opera con un ciclo de trabajo U_1 . Los interruptores activos de la etapa aislada se representan como S_2 a S_5 . En las tres primeras configuraciones, los interruptores S_2 y S_3 operan con el mismo ciclo de trabajo U_2 , pero en períodos de conmutación alternados.

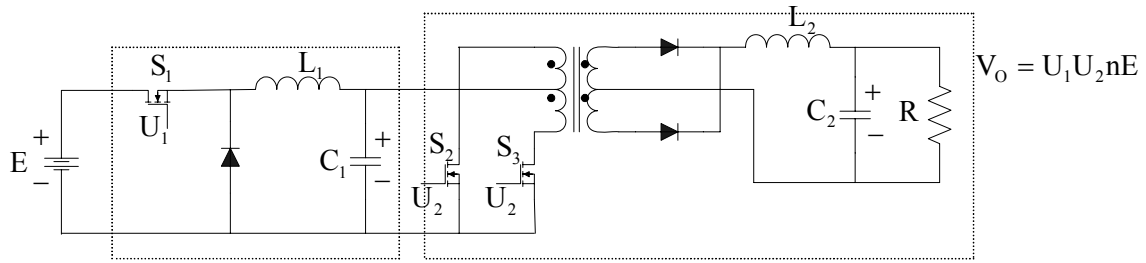
En la cuarta configuración operan simultáneamente los interruptores S_2 con S_5 y S_3 con S_4 . Los cuatro interruptores operan con el mismo ciclo de trabajo U_2 , pero cada par señalado trabaja en períodos de conmutación alternados.

Sobre las configuraciones utilizadas en la segunda etapa, se puede mencionar que la usada más comúnmente es la denominada de contrafase, ya que es la más adecuada para manejar voltajes relativamente bajos, debido a que presenta pocas pérdidas en el primario, ya que en todo momento existe solo un transistor conectado en serie con el voltaje de entrada.

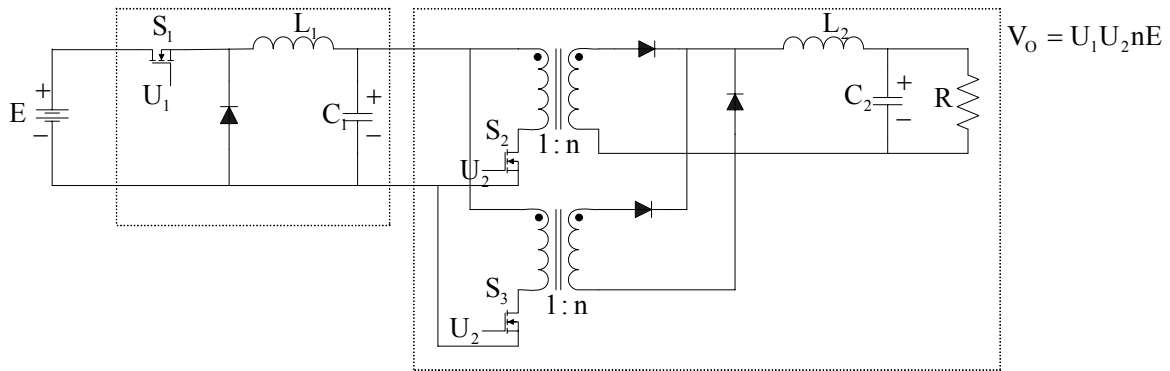
Esta configuración presenta como desventaja problemas de saturación del transformador debido a que no se puede garantizar que el tiempo de conducción de los transistores S_2 y S_3 sea exactamente igual y puede existir desbalance de corriente, causando que la componente de DC aplicada al transformador no sea exactamente cero. Por esta razón, cada dos periodos de conmutación puede existir un incremento en la magnitud de la corriente magnetizante, y al continuar este desbalance, la corriente inclusive puede llegar a saturar el transformador. Adicionalmente presenta suboptimización del transformador ya que sus embobinados primario y secundario tienen una toma central de voltaje.

La configuración en adelante es apropiada para el manejo de corriente alta debido a que su corriente de salida no es pulsante. Tiene pocas pérdidas en el núcleo magnético, pero presenta como desventaja que solo puede utilizarse con un ciclo de trabajo que varíe entre $0 < U \leq 0.5$.

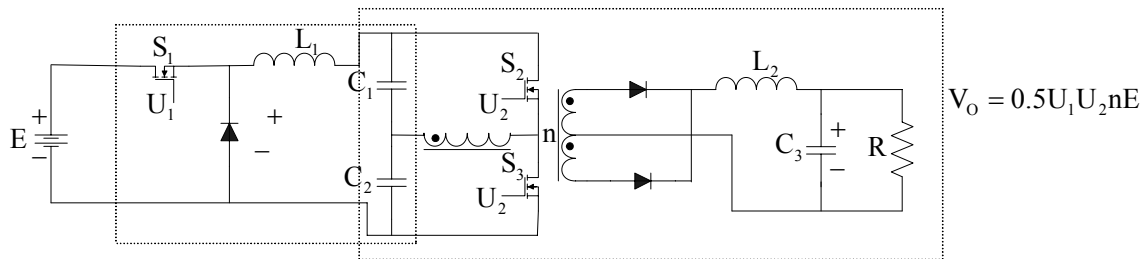
La configuración en medio puente es conveniente para potencias mayores de 750 W debido a los cuatro transistores y los respectivos circuitos que utiliza para operarlos. En la configuración medio puente el voltaje resultante que se aplica al transformador es la mitad del que se logra con la configuración de puente completo; y por lo tanto, debe doblarse el número de vueltas del transformador usado. Esto trae por consecuencia que la corriente aplicada a los transistores sea el doble, por lo que es adecuado para potencia baja. Cabe mencionar que debido a características de su circuito físico, el control modo-corriente no es factible de aplicar a la configuración medio puente.



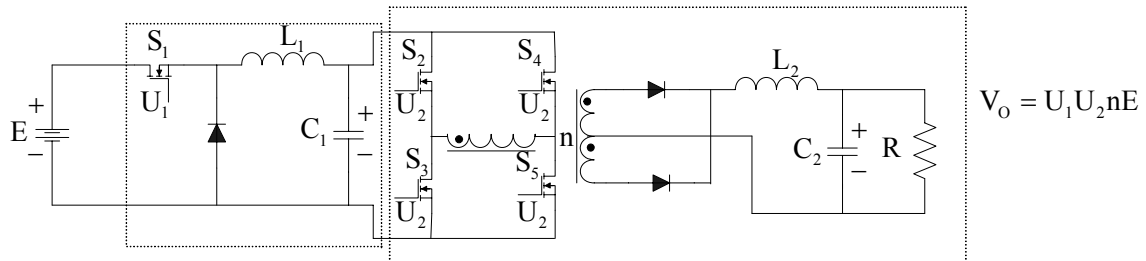
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 1.5. Convertidores con amplio rango de conversi3n con etapa aislada: a) reductor + contrafase, b) reductor + adelanto, c) reductor + medio puente, y d) reductor + puente completo.

Los modelos en señal pequeña de las cuatro configuraciones con aislamiento mostradas se han obtenido, proponiéndose esquemas de control de tres lazos utilizando en el lazo interior control modo-corriente promedio [21]. Adicionalmente, mediante el uso de un convertidor reductor resonante en la primera etapa se ha propuesto un convertidor de alta densidad de energía, discutiéndose sus principios de operación y diseño para las cuatro configuraciones con aislamiento sin utilizar regulación [22].

Otra configuración propuesta, cuyo objetivo es elevar el voltaje de salida en progresión geométrica, tiene como base el convertidor elevador cuadrático, descrito en la sección 1.3. Su principio de funcionamiento se muestra por medio del convertidor de dos etapas con el doble del voltaje de salida de la Figura 1.6. Como puede observarse, se ha colocado al convertidor de dos etapas una etapa elevadora adicional basada en la teoría de convertidores Luo o superelevadores de voltaje [23]. Este circuito adicional, denominado circuito doble elevador, está formado por dos diodos y dos capacitores (D_{11} , D_{12} , C_{11} , C_{12}) y permite duplicar el valor voltaje de la etapa a la cual se conecta.

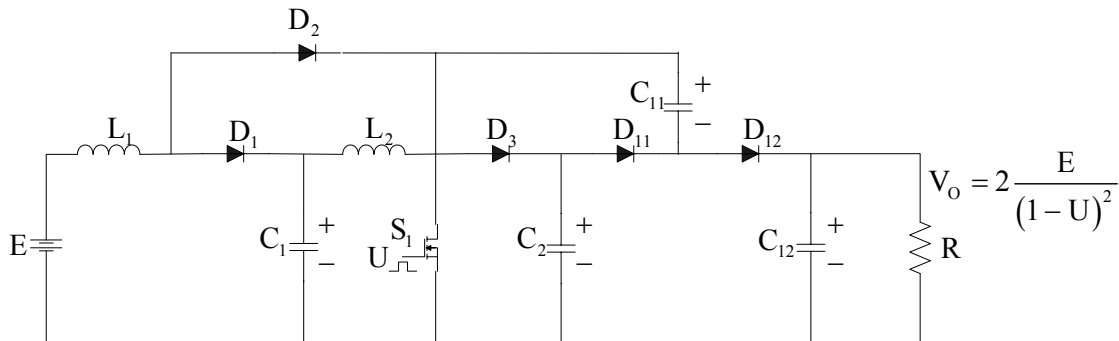


Figura 1.6. Convertidor elevador de dos etapas con adición elemental.

Con objeto de lograr incrementos de manera geométrica en el valor del voltaje de salida, en el mencionado trabajo, se proponen circuitos adicionales dobles, triples y múltiples en cada una de las etapas de los convertidores elevadores en cascada.

1.4 PROPUESTA DEL PRESENTE TRABAJO

En el presente trabajo se proponen, como una posible solución al problema de amplio rango de conversión de voltaje, los convertidores de n-etapas con un solo interruptor activo. Esta propuesta se basa en el hecho que los convertidores cuadráticos no pueden satisfacer todos los requerimientos de relación del voltaje de entrada-salida. Adicionalmente resultan atractivos ya que, debido a que esta clase de convertidores utiliza un sólo interruptor activo, el circuito de control es sencillo para ser analizado y construido al implementarse un regulador.

La organización de este documento es la siguiente. En el Capítulo 2, basados en el concepto de celda de conmutación, se presentan los convertidores de n-etapas con un interruptor activo, que en sus configuraciones utilizan un sólo interruptor activo y $(2n-1)$ interruptores pasivos. Para estas configuraciones se estudian las relaciones en CD para el voltaje de salida, las corrientes en los inductores, los voltajes en los capacitores y los rizados tanto en la corriente de los inductores como en el voltaje de los capacitores. Además, se encuentran los valores de los elementos para conducción continua y se derivan los modelos en espacio de estados conmutado lineal, promedio no lineal y promedio lineal para convertidores reductores y elevadores en cascada de n-etapas con un solo interruptor activo.

En el Capítulo 3, se analiza la estabilidad para convertidores cuadráticos por medio del análisis de las funciones de transferencia de las corrientes en los inductores y los voltajes en los capacitores. Para los convertidores tanto reductores como elevadores de n-etapas se realiza el estudio de estabilidad basado en el segundo teorema de Lyapunov. Además se analiza el comportamiento de la función de sensibilidad de los modelos lineales al variarse el ciclo de trabajo del convertidor.

En el Capítulo 4, con base en las expresiones encontradas en el capítulo anterior, se analiza e implementa un procedimiento para el diseño de un controlador en modo corriente promedio para un regulador. El desarrollo de este tipo de controladores es interesante, ya que los convertidores de n-etapas con un

sólo interruptor activo presentan múltiples ceros complejos en el lado derecho del plano, lo cual dificulta el diseño de dichos controladores. Se estudia el efecto que sobre el lazo de corriente tienen las ganancias del controlador y se obtiene un procedimiento analítico para el diseño del mismo, el cual permite localizar los principales parámetros del circuito de control que optimizan el funcionamiento del mismo. Una vez calculado el lazo de corriente se procede al diseño del lazo de voltaje en el cual se utiliza un controlador convencional. El procedimiento es aplicado para el estudio de dos reguladores: el primero implementado para un convertidor elevador cuadrático y el segundo en un convertidor elevador de tres etapas. Se analiza el comportamiento de ambos reguladores por medio de simulaciones de diversas condiciones de operación.

En el Capítulo 5, utilizando la metodología desarrollada, se implementa un regulador cuadrático elevador para un voltaje de 9 V a 48 V con una potencia de 50 W. En este prototipo de prueba se estudia la regulación ante cambios en el voltaje de entrada, la regulación ante cambios en la carga de salida y la regulación ante cambios en la referencia de voltaje. Así mismo, estos resultados son comparados con los correspondientes a un regulador construido en modo-voltaje.

Finalmente en el Capítulo 6 se hace una recopilación de las conclusiones obtenidas a lo largo de este trabajo así como los posibles temas a investigar en un futuro, relacionados con esta investigación.

Capítulo 2

Convertidores en cascada

Como se expuso anteriormente, un regulador conmutado con una amplia relación de conversión entre el voltaje de entrada y el de salida puede lograrse tanto con la utilización de convertidores en cascada de n-etapas como con el uso de configuraciones formadas por un convertidor conmutado convencional y una etapa con aislamiento. Ambas clases de topologías, al utilizar varios interruptores activos, emplean circuitos de control cuyo análisis y construcción pueden ser muy complejos al utilizarse dentro de un regulador. Por la razón antes expuesta, y debido a que los convertidores cuadráticos no pueden satisfacer todos los requerimientos de voltajes de salida, es muy interesante ampliar las topologías reductora y elevadora de dos etapas a n-etapas utilizando un solo interruptor activo, estudiando su comportamiento dinámico y a partir de este desarrollar los controladores apropiados.

2.1 CONVERTIDORES DE n-ETAPAS CON UN SÓLO INTERRUPTOR ACTIVO.

2.1.1 Convertidor reductor de n-etapas

Utilizando como base de referencia la configuración del convertidor reductor cuadrático clase \mathcal{A}_1 mostrada en la Figura 1.3 a), cuyo principio de operación es la celda de conmutación descrita en la sección 1.2, es posible extender dicha configuración a una de n-etapas [24]. En el convertidor clase \mathcal{A}_1 es posible observar que por medio de la corriente de entrada pulsante que produce la etapa reductora activa, es posible la conmutación de los diodos de la etapa reductora pasiva. Por lo tanto, si n-1 etapas reductoras pasivas son conectadas en cascada en una hilera con un solo interruptor activo, resulta el convertidor reductor con una relación de conversión $M(U) = U^n$, que se muestra en la Figura 2.1. En

ella se emplean n inductores L_i , n capacitores C_i , un solo interruptor activo S y $(2n - 1)$ diodos D_i . El ciclo de trabajo nominal está representado por U e indica la proporción de tiempo que el elemento activo se encuentra encendido en un ciclo de conmutación completo; y por lo tanto, tiene un valor $0 < U < 1$.

El voltaje de entrada esta representado por E , el voltaje de salida como V_o , la frecuencia de conmutación del interruptor por f_s , la carga es modelada por R y n representa el número de etapas del convertidor.

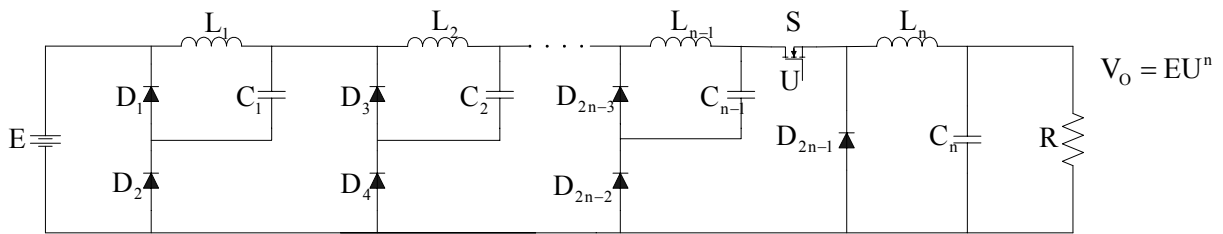


Figura 2.1. Convertidor reductor de n -etapas con un solo interruptor activo.

La relación de conversión del convertidor se deriva asumiendo que el convertidor opera en MCC. Como ya se mencionó en MCC, todos los voltajes de los capacitores y las corrientes de los inductores tienen un valor de CD con un rizo relativamente pequeño de CA. Adicionalmente los tiempos de encendido y apagado de los diodos están sincronizados con el tiempo de encendido y apagado del MOSFET.

En el convertidor de la Figura 2.1 cuando el MOSFET S está encendido simultáneamente están encendidos los diodos D_2 , D_4 hasta D_{2n-2} , por lo que se tiene una trayectoria para la corriente. Los diodos D_1 , D_3 hasta D_{2n-1} en ese instante de tiempo están apagados, por lo que no permiten el paso de corriente. El circuito formado se muestra en la Figura 2.2. Tanto en este circuito como en los que se muestran en lo sucesivo se asume que tanto el MOSFET como los diodos son interruptores ideales, es decir, no presentan perdidas de potencia y solo abren o cierran el circuito. Adicionalmente ninguno de los elementos del circuito presenta elementos parásitos.

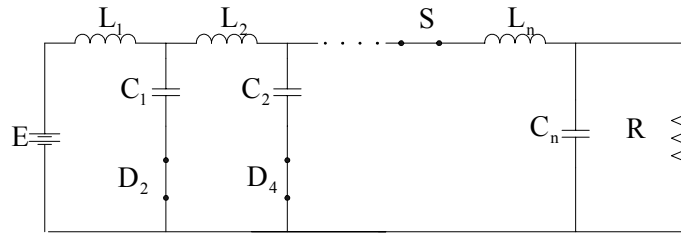


Figura 2.2. Convertidor reductor de n-etapas con el interruptor activo cerrado.

Posteriormente, al apagarse el elemento activo S, durante la fracción del ciclo de trabajo correspondiente a $(1-U)$, se apagarán de manera simultánea los diodos D_2, D_4 hasta D_{2n-2} , encendiéndose los diodos D_1, D_3 hasta D_{2n-1} , que permitirán una nueva trayectoria de corriente, tal como se muestra en la Figura 2.3.

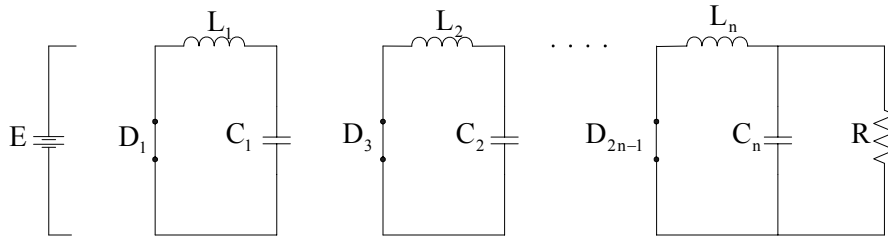


Figura 2.3. Circuito convertidor reductor de n-etapas con el interruptor activo abierto.

A partir del estudio de la respuesta en estado estable de los circuitos anteriormente mostrados, por medio de técnicas empleadas en convertidores de una sola etapa las cuales pueden extenderse a n-etapas [1], se encuentra que el voltaje en los capacitores esta dado por $V_{Ci} = EU^i$ para $i = 1, \dots, n$, y la corriente en los inductores por $I_{Li} = I_O U^{n-i}$ para $i = 1, \dots, n$ donde I_O es la corriente de salida. Como puede observarse, el voltaje del capacitor de cada etapa se irá reduciendo, mientras que la corriente de los inductores irá incrementándose y el voltaje de salida quedará dado por $V_O = EU^n$.

Así mismo, al diseñarse un convertidor, este debe cumplir algunas especificaciones en cuanto a los valores del rizo del voltaje en los capacitores y en

el voltaje de salida, así como de rizo en la corriente en los inductores, dicha especificación se expresa por medio de un porcentaje. El porcentaje de rizo de voltaje con respecto al voltaje de los capacitores está dado por la relación $\varepsilon = \Delta V_{C_i}/2V_{C_i}$ con un valor típico en un convertidor convencional [1] entre el 1% y el 2%, y el porcentaje de rizo de los inductores con respecto a la corriente que circula por ellos por $\varepsilon = \Delta I_{L_i}/2I_{L_i}$ con un valor típico entre el 10% y el 20%. Para el convertidor reductor se tendrán respectivamente para las corrientes de los inductores y los voltajes de los capacitores las siguientes relaciones en sus rizos:

$$\Delta I_{L_i} = \frac{EU^i(1-U)}{L_i f_s} \quad \text{para } i = 1, \dots, n \quad (2.1)$$

$$\Delta V_{C_i} = \frac{U^{2n-i}E(1-U)}{Rf_s C_i} \quad \text{para } i = 1, \dots, n-1 \quad (2.2)$$

Con respecto al rizo del voltaje de los capacitores es interesante observar la característica especial que presenta la última etapa de este convertidor en las Figuras 2.2 y 2.3; y por lo tanto, se encuentra que el rizo en el último capacitor está dado por $\Delta V_{C_n} = \frac{U^n E(1-U)}{8f_s^2 L_n C_n}$.

Adicionalmente, y debido a que el estudio del convertidor se realiza en MCC, se debe asegurar que las corrientes de los inductores cumplan con la condición $i_{L_n} > \dots > i_{L_2} > i_{L_1} > 0$. Como se encontró anteriormente por la construcción del convertidor $i_{L_n} > \dots > i_{L_2} > i_{L_1}$; y por lo tanto, solo debe cumplirse en cada inductor las condiciones $I_{L_i} + \Delta I_{L_i}/2 > 0$ y $I_{L_i} - \Delta I_{L_i}/2 > 0$. Para el convertidor reductor el valor de los inductores que asegura la operación en MCC está dado por la desigualdad $L_i > (1-U)R/2f_s U^{2(n-i)}$ para $i = 1, \dots, n$.

2.1.2 Convertidor elevador de n-etapas

La extensión de la configuración del convertidor elevador a n-etapas, se basa en el principio mostrado por el convertidor elevador cuadrático de la Figura 1.4. La

etapa de salida es un convertidor elevador convencional, mientras que la primera etapa está compuesta por un inductor, un capacitor y un diodo, utilizando como interruptor activo un arreglo formado por un diodo y el interruptor activo de la etapa final, con lo que se consigue que ambos convertidores queden en cascada. Por lo tanto, si $n-1$ etapas elevadoras como la descrita anteriormente son conectadas cada una por medio de un diodo al interruptor activo del convertidor elevador de salida, resulta el convertidor elevador con una relación de conversión $M(U) = 1/(1-U)^n$, que se muestra en la Figura 2.4. En él se emplean n inductores L_i , n capacitores C_i , un solo interruptor activo S y $(2n-1)$ diodos D_i . El ciclo de trabajo nominal está representado por U , el voltaje de entrada por E , el voltaje de salida como V_o , la frecuencia de conmutación del interruptor está dada por f_s , la carga es modelada como R y n representa el número de etapas del convertidor.

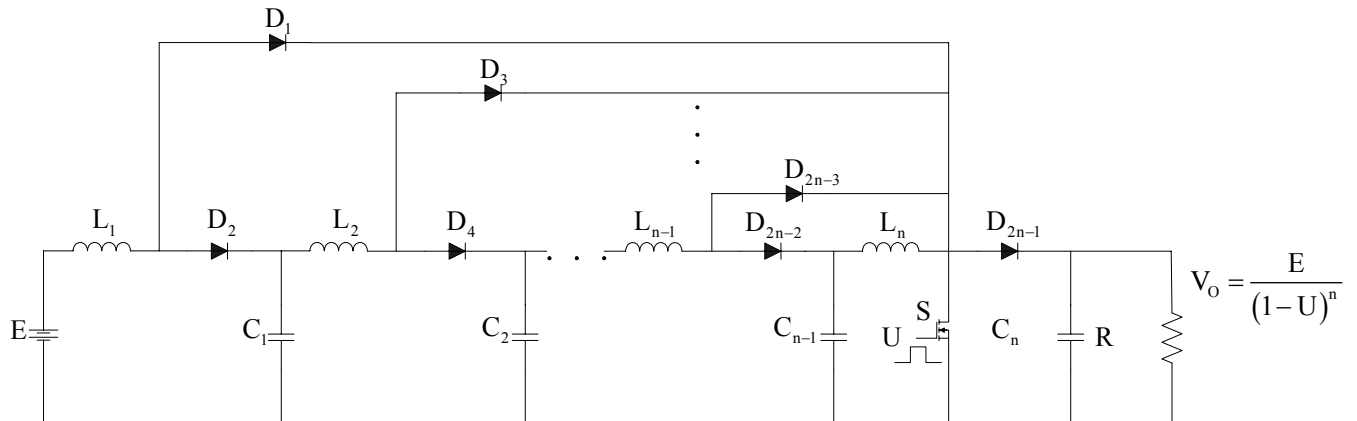


Figura 2.4 Convertidor elevador de n-etapas con un solo interruptor activo.

La relación de conversión del convertidor se deriva asumiendo que éste opera en MCC y que los tiempos de encendido y apagado de los diodos están sincronizados con el tiempo de encendido y apagado del MOSFET. En el convertidor de la Figura 2.4 cuando el MOSFET está encendido durante la fracción del ciclo de trabajo U simultáneamente están encendidos los diodos D_1, D_3 hasta D_{2n-3} , por lo que cierran un camino para la corriente. Los diodos D_2, D_4 hasta

D_{2n-2} y D_{2n-1} en ese instante de tiempo están apagados, por lo que no permiten el paso de corriente. El circuito se muestra en la Figura 2.5.

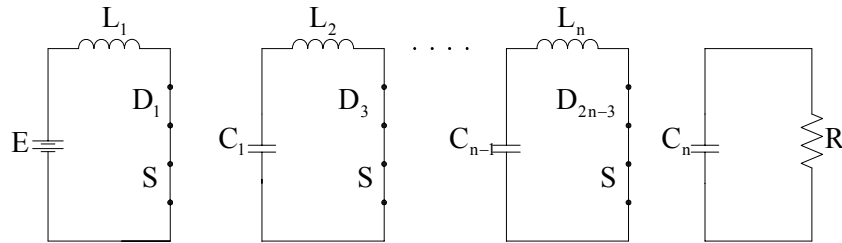


Figura 2.5. Circuito del convertidor elevador de n-etapas con el interruptor activo cerrado.

Posteriormente al apagarse el elemento activo S, durante la fracción del ciclo de trabajo correspondiente a $(1-U)$, se apagarán de manera simultánea los diodos D_1, D_3 hasta D_{2n-3} , encendiéndose los diodos D_2, D_4 hasta D_{2n-2} y D_{2n-1} , que permitirán una nueva trayectoria de corriente, tal como se muestra en la Figura 2.6.

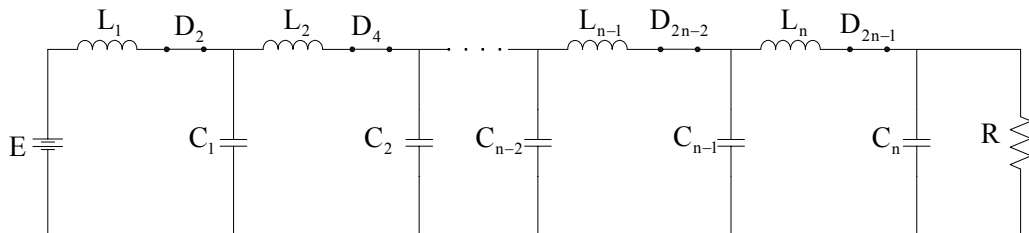


Figura 2.6. Circuito del convertidor elevador de n-etapas con el interruptor activo abierto.

Analizando la respuesta en estado estable de los circuitos anteriormente mostrados se encuentra que el voltaje en los capacitores esta dado por $V_{C_i} = E/(1-U)^i$ para $i = 1, \dots, n$, y la corriente en los inductores por $I_{L_i} = I_o/(1-U)^{n+1-i}$ para $i = 1, \dots, n$ donde I_o es la corriente de salida. Como puede observarse, el voltaje del capacitor de cada etapa se irá aumentando, mientras que la corriente

de los inductores irá disminuyendo y el voltaje de salida quedará dado por $V_o = E/(1-U)^n$.

Para el convertidor elevador se tendrán respectivamente para las corrientes de los inductores y los voltajes de los capacitores las siguientes relaciones en sus rizados:

$$\Delta I_{L_i} = \frac{EU}{L_i (1-U)^{i-1} f_s} \text{ para } i = 1, \dots, n \quad (2.3)$$

$$\Delta V_{C_i} = \frac{U^{2n-i} E (1-U)}{R f_s C_i} \text{ para } i = 1, \dots, n \quad (2.4)$$

Al igual que en el convertidor reductor, el estudio del convertidor elevador se realizará en MCC, por el cual las corrientes de los inductores del convertidor deben cumplir con $i_{L_1} > i_{L_2} > \dots > i_{L_n} > 0$. Como se indicó anteriormente por la construcción del convertidor $i_{L_1} > i_{L_2} > \dots > i_{L_n}$; y por tanto, solo debe asegurarse que cada inductor cumpla con $i_{L_i} + \Delta I_{L_i} / 2 > 0$ y también con que $i_{L_i} - \Delta I_{L_i} / 2 > 0$. El valor de los inductores en el convertidor elevador debe cumplir la desigualdad $L_i > U(1-U)^{2(n+1-i)} R / 2f_s$ para $i = 1, \dots, n$ para que el convertidor opere en MCC.

2.2 MODELADO EN ESPACIO DE ESTADOS CONMUTADO DE CONVERTIDORES

Los convertidores en cascada CD-CD deben modelarse para desarrollar el análisis y el diseño del sistema de control. En la literatura de electrónica de potencia se analizan métodos como modelado de datos muestreados [27], modelado en espacio de estados promedio [1 -3], modelado en espacio de estados conmutado [3], circuito promedio por interruptor PWM [25], promedio generalizado [1, 2] y fasores dinámicos [26]. En este trabajo se desarrolla

inicialmente el modelado en espacio de estados conmutado, el cual genera una representación conmutada de tipo lineal.

Una característica del modelado en variables de estado es que permite obtener una representación para todo tipo de sistemas, ya sean lineales, no lineales, de una variable, multivariantes, invariantes o variantes con el tiempo, tomando en cuenta las variables internas, las de entrada y las de salida. Además permite tener una representación compacta del sistema, mediante su descripción en una estructura independientemente de la complejidad del sistema. Esta representación matricial puede posteriormente transformarse en un sistema de entradas-salidas mediante métodos frecuenciales. Por lo tanto, este método se preferirá sobre el de la caracterización de los modelos a partir de señales de entrada y salida en funciones de transferencia, en donde puede perderse información de variables internas de sistemas, en los cuales, algunas de ellas no son observables.

El modelado conmutado de las ecuaciones de estado produce un modelo detallado en tiempo donde los efectos de alta frecuencia pueden ser incluidos, además permite analizar los efectos transitorios en el encendido y apagado de la fuente y permite realizar un mejor análisis de robustez a variación de parámetros. Los otros métodos promediados citados son más simples pero también más imprecisos para el análisis de efectos transitorios y de alta frecuencia. Por ejemplo, el modelado de datos muestreados suprime los detalles internos del ciclo de conmutación.

En el modelo conmutado se analizan los sistemas matriciales formados por las ecuaciones de primer orden en variables de estados de cada uno de los circuitos que se forman al abrir o cerrar los interruptores, las cuales son de tipo lineal. Finalmente al considerar la suma de sus efectos se tendrá una representación matricial del tipo:

$$\dot{x} = F_0 x + G_0 u + \sum_{i=1}^M q_i(x) [F_i x + G_i u] \quad (2.5)$$

en donde F_0 y G_0 son las matrices del circuito en el cual todos los interruptores

están apagados, M son las posibles combinaciones de interruptores abiertos y cerrados, F_i y G_i son las matrices de los circuitos formados, $x(t)$ es el vector de estados, $u(t)$ el vector de entradas y q_i para $i = 1, \dots, m$ la función de conmutación la cual depende tanto del tiempo como de los estados.

2.2.1 Modelo conmutado convertidor reductor de n-etapas

A partir de las configuraciones mostradas en las Figuras 2.2 y 2.3, por medio de la ley de voltajes de Kirchoff LVK y de la ley de corrientes de Kirchoff LCK, se obtienen las siguientes ecuaciones para el convertidor reductor de n-etapas:

Interruptor activo cerrado:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L_1} \\ \dot{i}_{L_2} \\ \vdots \\ \dot{i}_{L_n} \\ \dot{v}_{C_1} \\ \dot{v}_{C_2} \\ \vdots \\ \dot{v}_{C_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -1/L_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1/L_2 & -1/L_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 1/L_n & -1/L_n \\ 1/C_1 & -1/C_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/C_2 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & -1/C_{n-1} & 0 & \vdots & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1/C_n & 0 & 0 & 0 & -1/RC_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ \vdots \\ i_{L_n} \\ v_{C_1} \\ v_{C_2} \\ \vdots \\ v_{C_n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} e \quad (2.6)$$

Interruptor activo abierto:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L_1} \\ \dot{i}_{L_2} \\ \vdots \\ \dot{i}_{L_n} \\ \dot{v}_{C_1} \\ \dot{v}_{C_2} \\ \vdots \\ \dot{v}_{C_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1/L_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1/L_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 0 & 1/L_n \\ 1/C_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/C_2 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 & \vdots & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1/C_n & 0 & 0 & 0 & 1/RC_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ \vdots \\ i_{L_n} \\ v_{C_1} \\ v_{C_2} \\ \vdots \\ v_{C_n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} e \quad (2.7)$$

Una vez obtenidas las ecuaciones de estado para cada configuración es necesario definir la denominada función de conmutación representada por la variable q , la cual toma valor binario $[0, 1]$ para este convertidor. El valor de q es 1 cuando el interruptor al que representa está encendido y 0 cuando el interruptor está apagado. Por lo tanto, para el convertidor reductor de n -etapas se tiene una función de conmutación q correspondiente al interruptor activo encendido y una función de conmutación q' correspondiente al interruptor activo apagado, las cuales estarán relacionadas por la expresión $q' = 1 - q$.

A partir de (2.6) y (2.7), utilizando las funciones de conmutación anteriormente definidas, se encuentra que el modelo conmutado del convertidor reductor de n -etapas queda dado por:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L_1} \\ \dot{i}_{L_2} \\ \vdots \\ \dot{i}_{L_n} \\ \dot{v}_{C_1} \\ \dot{v}_{C_2} \\ \vdots \\ \dot{v}_{C_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -1/L_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & q/L_2 & -1/L_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & q/L_n & -1/L_n \\ 1/C_1 & -q/C_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/C_2 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & -q/C_{n-1} & 0 & \vdots & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1/C_n & 0 & 0 & 0 & -1/RC_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ \vdots \\ i_{L_n} \\ v_{C_1} \\ v_{C_2} \\ \vdots \\ v_{C_n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q/L_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} e \quad (2.8)$$

Esta representación matricial tiene el tipo $\dot{x} = F(q)x + G(q)e$ donde $x \in R^{2n}$ son los estados, $e(t) \in R$ es el voltaje de entrada; F es una matriz de dimensión $2n \times 2n$, G un vector columna de dimensión $2n \times 2n$, y n el número de etapas del convertidor.

2.2.2 Modelo conmutado del convertidor elevador de n -etapas

Para el convertidor elevador se consideran las configuraciones mostradas en las Figuras 2.5 y 2.6. Por medio de las LVK y LCK, se obtienen las siguientes ecuaciones:

Interrupor activo cerrado:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L_1} \\ \dot{i}_{L_2} \\ \vdots \\ \dot{i}_{L_n} \\ \dot{v}_{C_1} \\ \dot{v}_{C_2} \\ \vdots \\ \dot{v}_{C_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1/L_2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 1/L_n & 0 \\ 0 & -1/C_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & -1/C_{n-1} & 0 & \vdots & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/RC_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ \vdots \\ i_{L_n} \\ v_{C_1} \\ v_{C_2} \\ \vdots \\ v_{C_n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} e \quad (2.9)$$

Interrupor activo abierto:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L_1} \\ \dot{i}_{L_2} \\ \vdots \\ \dot{i}_{L_n} \\ \dot{v}_{C_1} \\ \dot{v}_{C_2} \\ \vdots \\ \dot{v}_{C_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -1/L_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1/L_2 & -1/L_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 1/L_n & -1/L_n \\ 1/C_1 & -1/C_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/C_2 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & -1/C_{n-1} & 0 & \vdots & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1/C_n & 0 & 0 & 0 & -1/RC_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ \vdots \\ i_{L_n} \\ v_{C_1} \\ v_{C_2} \\ \vdots \\ v_{C_n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} e \quad (2.10)$$

Para el convertidor elevador de n-etapas es posible definir, al igual que en el caso del convertidor reductor, una función de conmutación q correspondiente al interruptor activo encendido y una función de conmutación q' correspondiente al interruptor activo apagado, relacionadas por la expresión $q' = 1 - q$. Por medio de ellas el modelo conmutado queda dado como:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L_1} \\ \dot{i}_{L_2} \\ \vdots \\ \dot{i}_{L_n} \\ \dot{v}_{C_1} \\ \dot{v}_{C_2} \\ \vdots \\ \dot{v}_{C_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -(1-q)/L_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1/L_2 & -(1-q)/L_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 1/L_n & -(1-q)/L_n \\ (1-q)/C_1 & -1/C_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (1-q)/C_2 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & -1/C_{n-1} & 0 & \vdots & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & (1-q)/C_n & 0 & 0 & 0 & -1/RC_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ \vdots \\ i_{L_n} \\ v_{C_1} \\ v_{C_2} \\ \vdots \\ v_{C_n} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 1/L_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} e \quad (2.11)$$

2.3 MODELADO PROMEDIO DE CONVERTIDORES

La técnica de modelado promedio es una de las herramientas más importantes para el análisis de convertidores en electrónica de potencia [3]. El comportamiento promedio de una configuración proporciona información importante sobre el funcionamiento de un convertidor tanto en CD como en baja frecuencia, ignorando el rizo, conmutación y cualquier otro efecto rápido. Aún cuando el rizo no está presente en la salida promediada, este promedio es muy útil para determinar respuesta transitoria y regulación en estado estable. El modelo promedio permite igualmente el seguimiento de cambios a gran escala en los voltajes y corrientes de la fuente y la carga, cambios en las entradas de control y estudios de robustez ante variación de parámetros de los componentes. Adicionalmente, permite considerar el efecto del rizo al final del proceso de modelado.

El principal objetivo de la técnica de promediado es encontrar un circuito aproximado que permita analizar el comportamiento promedio local de las variables del circuito, aún durante un transitorio, el cual es una condición con características no periódicas [25].

El promedio local de una variable queda definido por:

$$\bar{x} = \frac{1}{T_s} \int_{t_i}^{t_i+T_s} x(\tau) d\tau \quad (2.12)$$

donde T_s es un valor fijo que representa el periodo de la función $x(\tau)$ y t_i representa el tiempo en el cual el proceso de promediado comienza. Es muy

importante elegir un valor apropiado de T_s , según el caso en el que se aplica, para obtener resultados correctos.

Para el caso de los convertidores conmutados, el valor de T_s es igual al inverso de la frecuencia de conmutación del convertidor y t_i coincide con el inicio de periodo de conmutación. La función $q(t)$ toma el valor binario uno en el periodo de tiempo comprendido entre t_i y $t_i + uT_s$ y el valor binario cero en el periodo de tiempo comprendido entre $t_i + uT_s$ y $uT_s + T_s$, tal como muestra la Figura 2.7.

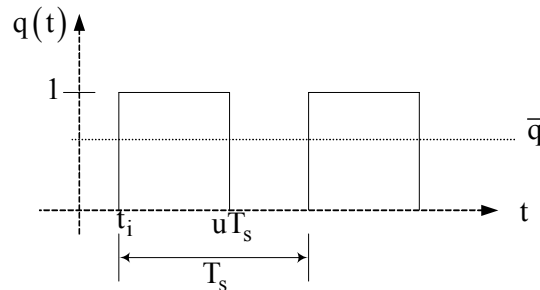


Figura 2.7 Promedio de la función de conmutación q .

El valor promedio de la función de conmutación; por lo tanto, queda dado por:

$$\bar{q} = \frac{1}{T_s} \left[\int_{t_i}^{t_i + uT_s} (1) dt + \int_{t_i + uT_s}^{t_i + T_s} (0) dt \right] = u \quad (2.13)$$

El modelo promedio del convertidor puede obtenerse a partir de las ecuaciones de estado para cada configuración producida por la conmutación de los interruptores activos y pasivos, utilizando el ciclo de trabajo en lugar de la función de conmutación [3]. Este modelo proporciona un circuito promedio que genera las mismas entradas o salidas promedio del modelo original debido a que la secuencia de circuitos de un convertidor añade o disminuye energía para producir resultados promedio bien definidos a la entrada o la salida.

El sistema tiene una representación del tipo:

$$\dot{x} = \bar{F}(u)x + \bar{G}(u)u \quad (2.14)$$

donde $x(t) \in \mathbb{R}^{2n}$ son los estados y $e(t) \in \mathbb{R}$ es el voltaje de entrada. La matriz \bar{F} es de dimensión $2n \times 2n$, \bar{G} un vector columna de dimensión $2n$ y n el número de etapas del convertidor.

2.3.1 Modelo promedio del convertidor reductor de n-etapas.

Para el caso del convertidor reductor de n-etapas, el interruptor activo está encendido una fracción de tiempo u igual al ciclo de trabajo, mientras que está apagado una fracción de tiempo $(1-u)$. Utilizando el procedimiento descrito en la sección 2.3 se tiene que el modelo promedio del convertidor reductor de n-etapas queda dado por:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L_1} \\ \dot{i}_{L_2} \\ \vdots \\ \dot{i}_{L_n} \\ \dot{v}_{C_1} \\ \dot{v}_{C_2} \\ \vdots \\ \dot{v}_{C_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -1/L_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & u/L_2 & -1/L_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & u/L_n & -1/L_n \\ 1/C_1 & -u/C_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/C_2 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & -u/C_{n-1} & 0 & \vdots & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1/C_n & 0 & 0 & 0 & -1/RC_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ \vdots \\ i_{L_n} \\ v_{C_1} \\ v_{C_2} \\ \vdots \\ v_{C_n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u/L_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} e \quad (2.15)$$

Esta representación es de tipo no lineal ya que tanto la matriz \bar{F} como el vector \bar{G} dependen del ciclo de trabajo $u(t) \in \mathbb{R}$.

Respecto a la ecuación (2.15) es interesante observar que esta es equivalente a la ecuación para un convertidor reductor de n-etapas con n-interruptores dada en [11], cuando el ciclo de trabajo para cada interruptor de las n-etapas es el mismo.

2.3.2 Modelo promedio del convertidor elevador de n-etapas

Para el convertidor elevador de n-etapas se aplica igualmente el procedimiento

descrito en la sección 2.3. Para esta configuración el interruptor activo está encendido una fracción del periodo de conmutación igual al ciclo de trabajo u , mientras que está apagado una fracción del periodo de conmutación $(1-u)$. Por lo tanto, el modelo promedio del convertidor elevador de n -etapas queda dado por:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L_1} \\ \dot{i}_{L_2} \\ \vdots \\ \dot{i}_{L_n} \\ \dot{v}_{C_1} \\ \dot{v}_{C_2} \\ \vdots \\ \dot{v}_{C_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -(1-u)/L_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1/L_2 & -(1-u)/L_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 1/L_n & -(1-u)/L_n \\ (1-u)/C_1 & -1/C_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (1-u)/C_2 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & -1/C_{n-1} & 0 & \vdots & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & (1-u)/C_n & 0 & 0 & 0 & -1/RC_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ \vdots \\ i_{L_n} \\ v_{C_1} \\ v_{C_2} \\ \vdots \\ v_{C_n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/L_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} e \tag{2.16}$$

Para esta representación, la matriz \bar{F} depende de la señal de conmutación $u(t)$; y por lo tanto, es un modelo de tipo no lineal. Este modelo, al igual que se indicó para el convertidor reductor coincide con el modelo dado en [11] para un convertidor elevador de n -etapas con n -interruptores activos cuando el ciclo de trabajo utilizado en los n -interruptores es el mismo.

2.4 MODELOS LINEALES PARA CONVERTIDORES EN CASCADA

Como se indicó en la sección anterior, los modelos promedio obtenidos para los convertidores reductor y elevador en cascada de n -etapas son de tipo no lineal,

ya que el ciclo de trabajo aparece en forma de producto con algunas de las variables de estado.

Las ecuaciones no lineales son de difícil solución y por razones prácticas se hacen suposiciones y aproximaciones, dentro de lo posible, sobre los sistemas físicos a quienes representan, de manera tal que estos sistemas pueden ser estudiados utilizando teoría de sistemas lineales.

Al obtener una representación lineal de los convertidores conmutados es posible utilizar herramientas del control lineal tan importantes como la transformada de Laplace y las representaciones en el dominio de la frecuencia. Igualmente, permite utilizar conceptos de diseño bien definidos tales como los márgenes de ganancia y fase o las interpretaciones bien establecidas de los polos y ceros de las funciones de transferencia.

El proceso de linealización es una expansión multivariable de la serie de Taylor alrededor de un punto de operación o equilibrio (x_0, u_0) , mediante el cual un sistema es aproximado a uno de primer orden. Por lo tanto, un modelo linealizado describe el comportamiento de un sistema ante pequeñas perturbaciones alrededor de un punto de operación.

En el caso de convertidores conmutados, el modelo linealizado es conocido como modelo de señal pequeña. Este modelo sólo representa al sistema dentro de un rango limitado de operación, pero permite conocer a fondo las propiedades dinámicas de las variables de un convertidor. El rango de frecuencias en que es válido este modelo en el caso de los convertidores conmutados se ubica por abajo de la mitad de la frecuencia de conmutación del convertidor, y por lo tanto, no es válido para predecir oscilaciones subarmónicas debidas a inestabilidades del rizo de voltajes y corrientes.

Para llevar a cabo la linealización del modelo, el procedimiento a seguir es el siguiente:

1. Reemplazar los parámetros de control y las variables de estado por cantidades perturbadas. Para cada variable se tendrá, por lo tanto, una cantidad nominal más una componente pequeña variable en el tiempo.

2. Rescribir las ecuaciones en términos de las variables perturbadas. No se consideran los productos de perturbaciones, ya que estos son de segundo orden.
3. Sustituir en estas ecuaciones los valores de los parámetros constantes los cuales pueden obtenerse en base a los valores nominales de las variables.

2.4.1 Modelo lineal del convertidor reductor de n-etapas.

Para llevar a cabo la linealización del modelo promediado, según el procedimiento descrito anteriormente, se sustituyen las variables por expresiones en donde las variables con tilde indican variaciones pequeñas de la variable con respecto al valor nominal y la letra mayúscula representa el valor en estado estable de la variable, esto es $u = U + \tilde{u}$, $e = E + \tilde{e}$, $v_{C_i} = V_{C_i} + \tilde{v}_{C_i}$ y $i_{L_i} = I_{L_i} + \tilde{i}_{L_i}$ para $i = 1, \dots, n$.

Para el convertidor reductor de n-etapas, se tendrá la siguiente representación lineal:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{i}}_{L_1} \\ \dot{\tilde{i}}_{L_2} \\ \vdots \\ \dot{\tilde{i}}_{L_n} \\ \dot{\tilde{v}}_{C_1} \\ \dot{\tilde{v}}_{C_2} \\ \vdots \\ \dot{\tilde{v}}_{C_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -1/L_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & U/L_2 & -1/L_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & U/L_n & -1/L_n \\ 1/C_1 & -U/C_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/C_2 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & -U/C_{n-1} & 0 & \vdots & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1/C_n & 0 & 0 & 0 & -1/RC_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{L_1} \\ \tilde{i}_{L_2} \\ \vdots \\ \tilde{i}_{L_n} \\ \tilde{v}_{C_1} \\ \tilde{v}_{C_2} \\ \vdots \\ \tilde{v}_{C_n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E/L_1 & U/L_1 \\ EU/L_2 & 0 \\ \vdots & 0 \\ EU^{n-1}/L_n & 0 \\ -U^{2n-2}E/RC_1 & 0 \\ \vdots & 0 \\ -U^nE/RC_{n-1} & \vdots \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{e} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

En esta representación de la forma $\dot{x} = Fx + Gv$, $x(t) \in \mathbb{R}^{2n}$ son los estados, $v(t) \in \mathbb{R}^2$ es el vector de entradas. La matriz F es una matriz constante de dimensión $2n \times 2n$, G una matriz constante de dimensión $2n \times 2$ y n el número de etapas del convertidor. Al igual que se comentó en el caso no lineal, el modelo que se obtienen es similar al obtenido en [11] para el convertidor reductor de n -etapas con n interruptores activos utilizando en cada uno de los n -interruptores el mismo ciclo de trabajo.

2.4.2 Modelo lineal del convertidor elevador de n -etapas

Llevando a cabo el proceso para la linealización del modelo para el convertidor elevador se tiene como resultado la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{L}}_1 \\ \dot{\tilde{L}}_2 \\ \vdots \\ \dot{\tilde{L}}_n \\ \dot{\tilde{V}}_{C_1} \\ \dot{\tilde{V}}_{C_2} \\ \vdots \\ \dot{\tilde{V}}_{C_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -(1-U)/L_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1/L_2 & -(1-U)/L_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 1/L_n & -(1-U)/L_n \\ (1-U)/C_1 & -1/C_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (1-U)/C_2 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & -1/C_{n-1} & 0 & \vdots & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & (1-U)/C_n & 0 & 0 & 0 & -1/RC_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{L}_1 \\ \tilde{L}_2 \\ \vdots \\ \tilde{L}_n \\ \tilde{V}_{C_1} \\ \tilde{V}_{C_2} \\ \vdots \\ \tilde{V}_{C_n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E/(1-U)L_1 & 1/L_1 \\ E/(1-U)^2 L_2 & 0 \\ \vdots & 0 \\ E/(1-U)^n L_n & 0 \\ -E/(1-U)^{2n} RC_1 & 0 \\ -E/(1-U)^{2n-1} RC_2 & 0 \\ \vdots & 0 \\ -E/(1-U)^{n+1} RC_n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{e} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

En esta representación, de la forma $\dot{x} = Fx + Gv$, $x(t) \in \mathbb{R}^{2n}$ son los estados, $v(t) \in \mathbb{R}^2$ es el vector de entradas: F es una matriz constante de dimensión $2n \times 2n$, G una matriz constante de dimensión $2n \times 2$ y n el número de etapas del

convertidor. Igualmente esta ecuación es similar a la obtenida en [11] para un convertidor de n-etapas con n-interruptores activos cuando en cada uno de los n-interruptores se utiliza el mismo ciclo de trabajo.

2.5 MODELOS PARA CONVERTIDORES DE UNA Y DOS ETAPAS.

A lo largo del presente capítulo se han desarrollado los modelos tanto no lineales como lineales para convertidores de n-etapas. Estos modelos representan a una familia de convertidores que utilizan un solo interruptor activo para su funcionamiento. Por lo tanto, es interesante corroborar si efectivamente representan en su totalidad a los convertidores que presentan la característica de funcionar con un interruptor activo, como es el caso de los convertidores reductor y elevador de una etapa convencionales o los convertidores cuadráticos reductor clase \mathcal{A}_1 y elevador descritos en el Capítulo 1.

Para la obtención de estos modelos, es necesario únicamente sustituir en el modelo general el número de etapas del convertidor. Para el caso de los convertidores convencionales de una etapa, en donde $n = 1$, las representaciones matriciales se muestran en la Tabla 2.1. Para los convertidores cuadráticos, donde $n = 2$, se muestran en los modelos en las Tabla 2.2 para el convertidor reductor clase \mathcal{A}_1 y en la Tabla 2.3 para el convertidor elevador.

Por medio de estas tablas se verifica que los modelos antes obtenidos corresponden a los ya manejados para representar convertidores de una y dos etapas; y por lo tanto, los modelos propuestos son una extensión a n-etapas para el caso en que se utiliza un sólo interruptor activo en el convertidor.

Finalmente es importante mencionar que en base a los modelos obtenidos, y por medio de técnicas de control, es posible lograr un conocimiento más a fondo del comportamiento de dichos convertidores, el cual permitirá llegar al objetivo final de diseñar un regulador con características de desempeño adecuadas.

Tabla 2.1 Compendio de modelos para convertidores convencionales de una etapa.

	Convertidor Reductor	Convertidor Elevador
Espacio de estados conmutado	$\begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{v}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q \\ \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} e$	$\begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{v}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1-q)}{L} \\ \frac{(1-q)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} e$
Espacio de estados promediado	$\begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{v}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u \\ \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} e$	$\begin{bmatrix} \dot{i}_L \\ \dot{v}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1-u)}{L} \\ -\frac{(1-u)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} e$
Espacio de estados promediado linealizado	$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{i}}_L \\ \dot{\tilde{v}}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_L \\ \tilde{v}_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E}{L} & \frac{U}{L} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{e} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{i}}_L \\ \dot{\tilde{v}}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{(1-U)}{L} \\ -\frac{(1-U)}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_L \\ \tilde{v}_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E}{(1-U)L} & \frac{1}{L} \\ \frac{E}{(1-U)^2 RC} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{e} \end{bmatrix}$

Tabla 2.2 Compendio de modelos para el convertidor cuadrático reductor.

<p>Espacio de estados conmutado</p>	$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L_1} \\ \dot{i}_{L_2} \\ \dot{v}_{C_1} \\ \dot{v}_{C_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{q}{L_2} & -\frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C_1} & -\frac{q}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_2} & 0 & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ v_{C_1} \\ v_{C_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{q}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} e$
<p>Espacio de estados promediado</p>	$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L_1} \\ \dot{i}_{L_2} \\ \dot{v}_{C_1} \\ \dot{v}_{C_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{u}{L_2} & -\frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C_1} & -\frac{u}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_2} & 0 & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ v_{C_1} \\ v_{C_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{u}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} e$
<p>Espacio de estados promediado linealizado</p>	$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{i}}_{L_1} \\ \dot{\tilde{i}}_{L_2} \\ \dot{\tilde{v}}_{C_1} \\ \dot{\tilde{v}}_{C_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{U}{L_2} & -\frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C_1} & -\frac{U}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_2} & 0 & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{L_1} \\ \tilde{i}_{L_2} \\ \tilde{v}_{C_1} \\ \tilde{v}_{C_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{U}{L_1} & \frac{U}{L_1} \\ \frac{UE}{L_1} & 0 \\ \frac{U^2E}{RC_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{e} \end{bmatrix}$

Tabla 2.3 Compendio de modelos para el convertidor cuadrático elevador.

<p>Espacio de estados conmutado</p>	$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L1} \\ \dot{i}_{L2} \\ \dot{v}_{C1} \\ \dot{v}_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{(1-q)}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & \frac{(1-q)}{L_2} \\ \frac{(1-q)}{C_1} & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(1-q)}{C_2} & 0 & \frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ v_{C1} \\ v_{C2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} e$
<p>Espacio de estados promediado</p>	$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L1} \\ \dot{i}_{L2} \\ \dot{v}_{C1} \\ \dot{v}_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{(1-u)}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & \frac{(1-u)}{L_2} \\ \frac{(1-u)}{C_1} & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(1-u)}{C_2} & 0 & \frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ v_{C1} \\ v_{C2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} e$
<p>Espacio de estados promediado linealizado</p>	$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{i}}_{L1} \\ \dot{\tilde{i}}_{L2} \\ \dot{\tilde{v}}_{C1} \\ \dot{\tilde{v}}_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{(1-U)}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & \frac{(1-U)}{L_2} \\ \frac{(1-U)}{C_1} & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(1-U)}{C_2} & 0 & \frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{L1} \\ \tilde{i}_{L2} \\ \tilde{v}_{C1} \\ \tilde{v}_{C2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E}{(1-U)L_1} & \frac{1}{L_1} \\ \frac{E}{(1-U)^2L_2} & 0 \\ \frac{E}{(1-U)^4RC_1} & 0 \\ \frac{E}{(1-U)^3RC_2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{e} \end{bmatrix}$

Capítulo 3

Análisis de estabilidad de convertidores

Los convertidores conmutados, por sí mismos, no pueden suministrar un voltaje regulado sin un sistema de control que ajuste su operación. Su voltaje de salida es dependiente del voltaje de entrada; y por lo tanto, de la regulación del voltaje de la línea de alimentación. Igualmente el voltaje de salida también depende de la caída de voltaje tanto en los elementos de circuito eléctrico que los forman, tales como inductores y capacitores, como de los elementos semiconductores utilizados como interruptores activos y pasivos.

Una de las principales características de los convertidores conmutados es que pueden someterse a una acción de control automática por medio de la variación continua de la función de conmutación. Este hecho permite que los convertidores mantengan una operación adecuada a las necesidades de regulación que presenta la carga a quién se provee con el voltaje de salida.

Por esta razón es muy importante analizar las características dinámicas que presentan los convertidores desde el punto de vista de la Teoría de Control. Como se mencionó en el capítulo anterior, en la actualidad existen una gran cantidad de conceptos, principalmente de Teoría de Control Lineal, aplicados en el estudio de convertidores conmutados de una sola etapa.

El análisis de estos conceptos se basa principalmente en el estudio de las funciones de transferencia entre las variables de estado (corriente del inductor y voltaje del capacitor) y el ciclo de trabajo, las cuales se obtienen al expresar el modelo en espacio de estados linealizado por medio de transformadas de Laplace. En la literatura sobre Electrónica de Potencia, existe gran cantidad de información para convertidores de una etapa sobre estabilidad; relación entre los diversos circuitos que se forman al conmutar el convertidor, ceros del numerador de la función de transferencia y respuesta a un sistema de fase mínima y no mínima;

audiosuceptibilidad, etc. [1- 3]. Sin embargo, para convertidores de dos etapas o más etapas, existen pocas referencias [28- 30], y de aquí la importancia de la extensión de dichos conceptos a los convertidores conmutados de n-etapas.

3.1 CONVERTIDORES CUADRÁTICOS.

Para iniciar el estudio de los convertidores de más de una etapa se utiliza primeramente el análisis de las funciones de transferencia, las cuales se obtienen a partir del modelo linealizado de los convertidores de dos etapas con un sólo interruptor dados al final del Capítulo 2. Esta primera elección se hace debido a que son modelos relativamente sencillos, pero que presentan características fundamentales de la familia a la que pertenecen.

Este primer enfoque, de tipo clásico, se basa en el análisis del polinomio característico del sistema. En este método, es condición necesaria y suficiente para estabilidad asintótica del origen del sistema, que el polinomio característico tenga raíces con partes reales negativas. La anterior condición se verifica por medio del método de Routh-Hurwitz. En la segunda sección de este capítulo, se propone un segundo método que permite verificar la estabilidad asintótica de convertidores con mayor número de etapas, en los cuales sus funciones de transferencia son demasiado complejas.

Para obtener las funciones de transferencia, primeramente, se debe determinar que variable o variables son las más adecuadas para detectar y posteriormente retroalimentar al sistema de control. De manera general los convertidores cuadráticos quedan representados por un sistema de ecuaciones del tipo:

$$\dot{x} = Fx + Gv \quad (3.1)$$

$$y = Hx \quad (3.2)$$

donde $x(t) \in \mathbb{R}^4$ es el vector de estados, $v(t) \in \mathbb{R}^2$ el vector de entradas, $y(t) \in \mathbb{R}^4$ el vector de salidas. F es la matriz constante del sistema de dimensión 4×4 , G la matriz constante de entradas de dimensión 4×2 y H la matriz constante de salida de dimensión 4×4 . La función de transferencia entre (3.1) y (3.2) está dada por la expresión:

$$Y(s) = H(sI - F)^{-1}GV(s) \quad (3.3)$$

en donde $Y(s)$ y $V(s)$ son las transformadas de Laplace de $y(t)$ y $v(t)$ respectivamente.

En el caso de convertidores cuadráticos, la representación contiene ocho funciones de transferencia escalares y puede catalogarse como un sistema multivariable bastante complejo de controlar. Por lo tanto, se estudian algunas alternativas convenientes para encontrar un sistema más sencillo y práctico. La primera de ellas se relaciona con las variables a detectar, las cuales determinan la forma de la matriz H . Algunas posibles opciones acerca de la selección de H son las siguientes:

1. Si se detectan las corrientes de los dos inductores y de los dos capacitores se obtendrá una matriz identidad $H = I_{4 \times 4}$.
2. Si se detectan solo los voltajes de los capacitores se obtendrá una matriz $H = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 2} & I_{2 \times 2} \end{bmatrix}$
3. El voltaje en el segundo capacitor es igual al voltaje de salida por lo que si se detecta solamente este voltaje se tendrá $H_{1 \times 4} = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$.

Como conclusión encontramos que la forma de H quedará determinada por los sensores usados, y por consecuencia, del tipo de esquema de control que se utilice.

La segunda consideración a hacer está relacionada con el vector de entradas. Si las desviaciones en el voltaje de entrada $e(t)$ no son consideradas, la segunda columna de la matriz G de la ecuación (3.1) puede ser eliminada.

Por aspectos de diseño del controlador es necesario conocer el efecto de la señal de control sobre cada una de las variables de estado del sistema, por lo que se elige la matriz de salida $H = I_{4 \times 4}$. Además, debido a que de momento no se consideran los efectos de variaciones en el voltaje de entrada, la matriz G consta de una sola columna. Por lo tanto, las funciones de transferencia a analizar son: $\tilde{I}_1(s)/\tilde{u}(s)$, $\tilde{I}_2(s)/\tilde{u}(s)$, $\tilde{v}_{c_1}(s)/\tilde{u}(s)$ y $\tilde{v}_{c_2}(s)/\tilde{u}(s) = \tilde{v}_o(s)/\tilde{u}(s)$.

3.1.1 Convertidor cuadrático reductor.

Partiendo del modelo linealizado para el convertidor reductor Clase \mathcal{A}_1 mostrado en la Tabla 2.2, y utilizando las matrices H y G apropiadas, se obtienen las siguientes funciones de transferencia con respecto al ciclo de trabajo de las corrientes de los inductores y los voltajes de los capacitores [28]:

$$P_1(s) = \frac{\tilde{i}_1(s)}{\tilde{u}(s)} = \frac{V_o}{U^2 L_1} \times \frac{s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (3.4)$$

$$P_2(s) = \frac{\tilde{i}_2(s)}{\tilde{u}(s)} = \frac{V_o}{U L_2} \times \frac{s^3 + c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (3.5)$$

$$P_3(s) = \frac{\tilde{v}_{C_1}(s)}{\tilde{u}(s)} = -\frac{V_o}{U^2 R C_1} \times \frac{s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0}{s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (3.6)$$

$$P_4(s) = \frac{\tilde{v}_{C_2}(s)}{\tilde{u}(s)} = \frac{V_o}{U L_2 C_2} \times \frac{s^2 + e_1 s + e_0}{s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (3.7)$$

en donde:

$$a_3 = \frac{1}{C_2 R}, \quad a_2 = \frac{1}{L_1 C_1} + \frac{1}{L_2 C_2} + \frac{U^2}{L_2 C_1}, \quad a_1 = \frac{1}{L_1 C_1 C_2 R} + \frac{U^2}{L_2 C_1 C_2 R}, \quad a_0 = \frac{1}{L_1 L_2 C_1 C_2}$$

$$b_2 = \frac{1}{C_2 R} + \frac{U^2}{C_1 R}, \quad b_1 = \frac{2U^2}{L_2 C_1} + \frac{1}{L_2 C_2} + \frac{U^2}{C_1 C_2 R}, \quad b_0 = \frac{3U^2}{L_2 C_1 C_2 R}$$

$$c_2 = \frac{1}{C_2 R} - \frac{U^2}{C_1 R}, \quad c_1 = \frac{2}{L_1 C_1} - \frac{U^2}{C_1 C_2 R^2}, \quad c_0 = \frac{2}{L_1 C_1 C_2 R}$$

$$d_2 = \frac{U^2 R}{L_1} - \frac{R}{L_2} - \frac{1}{C_2 R}, \quad d_1 = \frac{1}{L_1 C_2} - \frac{2}{L_2 C_2}, \quad d_0 = -\frac{R}{L_1 L_2 C_2} \quad e_1 = -\frac{U^2}{C_1 R}, \quad e_0 = \frac{2}{L_1 C_1}$$

Como puede observarse las cuatro funciones de transferencia tienen el mismo denominador. Para verificar la estabilidad de este modelo se utiliza, como ya se mencionó, el método de Routh-Hurwitz:

s^4	1	$\frac{1}{L_1 C_1} + \frac{1}{L_2 C_2} + \frac{U^2}{L_2 C_1}$	$\frac{1}{L_1 L_2 C_1 C_2}$
s^3	$\frac{1}{RC_2}$	$\frac{1}{L_1 C_1 C_2 R} + \frac{U^2}{L_2 C_1 C_2 R}$	0
s^2	$\frac{1}{L_2 C_2}$	$\frac{1}{L_1 L_2 C_1 C_2}$	0
s^1	$\frac{U^2}{L_2 C_1 C_2 R}$	0	0
s^0	$\frac{1}{L_1 L_2 C_1 C_2}$		

Analizando los posibles cambios de signo de la primera columna, se encuentra que no existe posibilidad de que se presenten, por lo que se concluye que la expresión del denominador es siempre estable independientemente de los valores de los elementos del circuito y del ciclo de trabajo.

Los numeradores de las ecuaciones (3.4) a (3.7) se analizan igualmente. Utilizando el análisis de Routh-Hurwitz para encontrar si existen cambios de signo que indiquen la existencia de ceros en el lado derecho del plano-s para la función de transferencia $P_1(s) = \tilde{L}_1(s)/\tilde{U}(s)$ se encuentra:

s^3	1	$\frac{2U^2}{C_1 L_2} + \frac{1}{C_2 L_2} + \frac{U^2}{C_1 C_2 R^2}$
s^2	$\frac{U^2}{C_1 R} + \frac{1}{C_2 R}$	$\frac{3U^2}{L_2 C_1 C_2 R}$
s^1	$\frac{2U^4}{C_1^2 L_2 R} + \frac{U^2}{C_1^2 C_2 R^3} + \frac{U^2}{C_1 C_2^2 R^3} + \frac{U^2}{C_2^2 L_2 R}$	0
s^0	$\frac{3U^2}{L_2 C_1 C_2 R}$	

por lo que se concluye que no hay posibilidad de existencia de ceros en el lado derecho del plano-s; y por lo tanto la función de transferencia es de fase mínima, esto es, todos los ceros están localizados en el lado izquierdo del plano-s.

Para la función de transferencia $P_2(s) = \tilde{i}_2(s)/\tilde{u}(s)$, las raíces de numerador están dadas por las expresiones:

$$s_1 = -\frac{1}{RC_2} \quad s_{2,3} = \frac{U^2}{2C_1} \pm \sqrt{\frac{U^4}{4C_1^2 R^2} - \frac{1}{2L_1 C_1}}$$

a partir de los probables valores que pueden asumir los inductores y capacitores del circuito, se encuentra que por los menos una raíz se localiza en el lado derecho del plano-s; y por lo tanto la función $P_2(s)$ es de fase no mínima.

El efecto de la existencia de ceros en el lado derecho del plano-s en los convertidores ha sido estudiado ampliamente [1]. Estos ceros están relacionados con la inversión de fase del sistema a altas frecuencias y además, en la respuesta transitoria originan que el valor de la salida inicial tienda hacia una dirección opuesta a la que tiene el valor final. Las anteriores características explican porque los convertidores elevadores y reductores-elevadores presentan oscilaciones y grandes dificultades para obtener una respuesta en frecuencia con amplio ancho de banda y adecuado margen de fase en sistema retroalimentados con un solo lazo de control.

La misma característica de fase no mínima se encuentra para la función de transferencia $P_3(s) = \tilde{v}_{c_1}(s)/\tilde{u}(s)$, debido a la existencia de coeficientes negativos en la expresión del numerador, que indica la existencia de cuando menos una raíz en el lado derecho del plano-s.

En cuanto a la función de transferencia $P_4(s) = \tilde{v}_{c_2}(s)/\tilde{u}(s) = \tilde{v}_o(s)/\tilde{u}(s)$, los ceros de esta función se localizan en:

$$s_{1,2} = \frac{U^2}{2C_1 R} \pm \sqrt{\frac{2}{L_1 C_1} - \frac{U^4}{4C_1^2 R^2}}$$

por lo cual también es una función de transferencia de fase no mínima. Estos ceros son complejos y se mueven en un círculo de radio $\sqrt{2/L_1 C_1}$ y su parte real depende de la carga. Para cargas grandes, es decir valores pequeños de R, estos ceros se mueven mucho más a la derecha haciendo más difícil su control.

3.1.2 Convertidor cuadrático elevador.

Partiendo del modelo linealizado para el convertidor elevador mostrado en la Tabla 2.3 se obtienen las siguientes funciones de transferencia con respecto al ciclo de trabajo de las corrientes de los inductores y los voltajes de los capacitores [29]:

$$P_1(s) = \frac{\tilde{I}_1(s)}{\tilde{u}(s)} = \frac{E}{(1-U)L_1} \times \frac{s^3 + b_2s^2 + b_1s + b_0}{s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} \quad (3.8)$$

$$P_2(s) = \frac{\tilde{I}_2(s)}{\tilde{u}(s)} = \frac{E}{(1-U)^2L_2} \times \frac{s^3 + c_2s^2 + c_1s + c_0}{s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} \quad (3.9)$$

$$P_3(s) = \frac{\tilde{V}_{C_1}(s)}{\tilde{u}(s)} = -\frac{E}{(1-U)^4RC_1} \times \frac{s^3 + d_2s^2 + d_1s + d_0}{s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} \quad (3.10)$$

$$P_4(s) = \frac{\tilde{V}_{C_2}(s)}{\tilde{u}(s)} = -\frac{E}{(1-U)^3RC_2} \times \frac{s^3 + e_2s^2 + e_1s + e_0}{s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} \quad (3.11)$$

en donde:

$$a_3 = \frac{1}{C_2R}, \quad a_2 = \frac{(1-U)^2}{L_1C_1} + \frac{1}{L_2C_1} + \frac{(1-U)^2}{L_2C_2}, \quad a_1 = \frac{(1-U)^2}{L_1C_1C_2R} + \frac{1}{L_2C_1C_2R}, \quad a_0 = \frac{(1-U)^4}{L_1L_2C_1C_2}$$

$$b_2 = \frac{1}{C_2R} + \frac{1}{(1-U)C_1R}, \quad b_1 = \frac{2}{L_2C_1} + \frac{(1-U)^2}{L_2C_2} + \frac{1}{C_1C_2R^2}, \quad b_0 = \frac{4}{L_2C_1C_2R}$$

$$c_2 = \frac{2}{C_2R} - \frac{1}{(1-U)^2C_1R}, \quad c_1 = \frac{2(1-U)^2}{L_1C_1} - \frac{1}{(1-U)^2C_1C_2R^2}, \quad c_0 = \frac{3(1-U)^2}{L_1C_1C_2R}$$

$$d_2 = -\frac{(1-U)^2R}{L_1} + \frac{(1-U)R}{L_2} + \frac{1}{C_2R}, \quad d_1 = -\frac{(1-U)^4}{L_1C_2} + \frac{3(1-U)^2}{L_2C_2}, \quad d_0 = -\frac{(1-U)^6R}{L_1L_2C_2}$$

$$e_2 = -\frac{(1-U)^2R}{L_2}, \quad e_0 = \frac{2}{L_2C_1} + \frac{(1-U)^2}{L_1C_1}, \quad e_0 = -\frac{2(1-U)^4R}{L_1L_2C_1}$$

Como puede observarse, al igual que en el caso del convertidor reductor, las cuatro funciones de transferencia tienen el mismo denominador. El arreglo generado al aplicar el método de Routh-Hurwitz para el análisis de su estabilidad, en el caso del convertidor elevador, queda dado por:

Análisis de estabilidad de convertidores

s^4	1	$\frac{(1-U)^2}{L_1 C_1} + \frac{(1-U)^2}{L_2 C_2} + \frac{1}{L_2 C_1}$	$\frac{(1-U)^4}{L_1 L_2 C_1 C_2}$
s^3	$\frac{1}{RC_2}$	$\frac{(1-U)^2}{L_1 C_1 C_2 R} + \frac{1}{L_2 C_1 C_2 R}$	0
s^2	$\frac{(1-U)^2}{L_2 C_2}$	$\frac{(1-U)^4}{L_1 L_2 C_1 C_2}$	0
s^1	$\frac{1}{L_2 C_1 C_2 R}$	0	0
s^0	$\frac{(1-U)^4}{L_1 L_2 C_1 C_2}$		

concluyendo por las características que presenta, que al igual que para el convertidor reductor, el denominador es siempre estable independientemente de los valores de los elementos del circuito y del ciclo de trabajo.

Los numeradores de las funciones de transferencia (3.8) a (3.11) se analizan igualmente. Analizando el arreglo generado mediante el método de Routh-Hurwitz para encontrar si existen cambios de signo que indiquen la existencia de ceros en el lado derecho del plano para la función de transferencia $P_1(s) = \tilde{I}_L(s)/\tilde{u}(s)$ del convertidor elevador se obtiene:

s^3	1	$\frac{2}{L_2 C_1} + \frac{(1-U)^2}{C_2 L_2} + \frac{1}{(1-U)^2 C_1 C_2 R^2}$
s^2	$\frac{1}{(1-U)^2 C_1 R} + \frac{1}{C_2 R}$	$\frac{4}{L_2 C_1 C_2 R}$
s^1	$\frac{2}{(1-U)^2 C_1^2 L_2 R} + \frac{1}{(1-U)^4 C_1^2 C_2 R^3} + \frac{1}{(1-U)^2 C_1 C_2^2 R^3}$ $+ \frac{(1-U)^2}{C_2^2 L_2 R} - \frac{1}{L_2 C_1 C_2 R}$	0
s^0	$\frac{4}{L_2 C_1 C_2 R}$	

Analizando la columna izquierda se encuentra que un posible cambio de signo se produce si no se cumple la desigualdad

$(1-U)^4 C_1/C_2 + L_2/C_2 R^2 + 2C_2/C_1 + (1-U)^2 L_2 C_2/C_1 R^2 > (1-U)^2$. Pero debido a los valores de los elementos utilizados típicamente en el circuito, la anterior condición siempre se cumple, con lo cual concluye que no hay posibilidad de existencia de ceros en el lado derecho del plano-s. Esta función será, en todos los casos, una función de transferencia de fase mínima, esto es, todos los ceros están localizados en el lado izquierdo del plano-s.

En cuanto a las funciones de transferencia $P_2(s) = \tilde{I}_2(s)/\tilde{u}(s)$, $P_3(s) = \tilde{v}_{C1}(s)/\tilde{u}(s)$ y $P_4(s) = \tilde{v}_{C2}(s)/\tilde{u}(s)$ analizando las características de los coeficientes del numerador de cada una de ellas, se encuentra que presentan alternancia de signo, y por lo tanto, al menos una de sus raíces se localiza en el lado derecho del plano-s. Por esta razón las tres funciones de transferencia son de fase no mínima.

3.2 CONVERTIDORES DE n-ETAPAS

Para sistemas de más de dos etapas, las funciones de transferencia de las corrientes de los inductores al ciclo de trabajo y de los voltajes de los capacitores al ciclo de trabajo pueden obtenerse con facilidad por medio de métodos computacionales. Sin embargo, es de interés desde el punto de vista de control verificar si, primeramente, cumplen con la condición de estabilidad para todos los posibles valores de inductores, capacitores y ciclo de trabajo del sistema; o en caso contrario cuales son las condiciones que deben satisfacer.

Las ecuaciones (2.17) y (2.18) corresponden a una representación del tipo $\dot{\tilde{x}}(t) = F\tilde{x}(t) + G\tilde{u}(t)$ la cual es estable en el sentido de Lyapunov si la solución de $\dot{\tilde{x}}(t) = F\tilde{x}(t)$ en $\tilde{x}(t_0) = \tilde{x}_0$ para $t \geq t_0$ tiende a cero cuando $t \rightarrow \infty$ para cualquier punto arbitrario \tilde{x}_0 . Por lo tanto es posible analizar la estabilidad de los modelos lineales de los convertidores reductor y elevador de n-etapas por medio del segundo método de Lyapunov.

Observando la matriz F de dimensión $2n \times 2n$ mostrada en (2.17) y (2.18) para los convertidores reductores y elevadores de n-etapas respectivamente, se encuentra que tiene una estructura muy particular la cual puede utilizarse,

aplicando transformaciones lineales apropiadas, para verificar la estabilidad del convertidor.

La matriz F puede reescribirse en la forma:

$$F = \begin{bmatrix} O_n & K_1 \\ K_2 & J \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

donde las matrices K_1 , K_2 y J son de dimensión $n \times n$.

Para el convertidor reductor de n-etapas las matrices K_1 y K_2 están dadas por:

$$K_1 = \begin{bmatrix} -1/L_1 & 0 & \dots & 0 \\ U/L_2 & -1/L_2 & \dots & 0 \\ 0 & \vdots & \ddots & 0 \\ \vdots & 0 & U/L_n & -1/L_n \end{bmatrix} \quad K_2 = \begin{bmatrix} 1/C_1 & -U/C_1 & \dots & 0 \\ 0 & 1/C_2 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & -U/C_{n-1} \\ 0 & 0 & \dots & 1/C_n \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

mientras que para el convertidor elevador de n-etapas están dadas por:

$$K_1 = \begin{bmatrix} -(1-U)/L_1 & 0 & \dots & 0 \\ 1/L_2 & -(1-U)/L_2 & \dots & 0 \\ 0 & \vdots & \ddots & 0 \\ \vdots & 0 & 1/L_n & -(1-U)/L_n \end{bmatrix} \quad K_2 = \begin{bmatrix} (1-U)/C_1 & -1/C_1 & 0 & 0 \\ 0 & (1-U)/C_2 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & -1/C_{n-1} \\ 0 & 0 & \dots & (1-U)/C_n \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

La estructura de la matriz J es muy simple y para ambos tipos de convertidores está dada por:

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{RC_n} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Realizando el producto de las matrices K_2 y K_1 para el caso del convertidor reductor se encuentra una matriz resultante de la forma:

$$K_2 K_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1 C_1} + \frac{U^2}{L_2 C_1} & -\frac{U}{L_2 C_1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -\frac{U}{L_2 C_2} & \frac{1}{L_2 C_2} + \frac{U^2}{L_3 C_2} & -\frac{U}{L_3 C_2} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{U}{L_3 C_3} & \frac{1}{L_3 C_3} + \frac{U^2}{L_4 C_3} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{1}{L_{n-1} C_{n-1}} + \frac{U^2}{L_n C_{n-1}} & -\frac{U}{L_n C_{n-1}} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -\frac{U}{L_n C_n} & \frac{1}{L_n C_n} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

y para el caso del convertidor elevador la matriz resultante tiene la forma:

$$K_2 K_1 = \begin{bmatrix} \frac{(U-1)^2}{L_1 C_1} + \frac{1}{L_2 C_1} & \frac{(U-1)}{L_2 C_1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \frac{(U-1)}{L_2 C_2} & \frac{(U-1)^2}{L_2 C_2} + \frac{1}{L_3 C_2} & \frac{(U-1)}{L_3 C_2} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(U-1)}{L_3 C_3} & \frac{(U-1)^2}{L_3 C_3} + \frac{1}{L_4 C_3} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{(U-1)^2}{L_{n-1} C_{n-1}} + \frac{1}{L_n C_{n-2}} & \frac{(U-1)}{L_n C_{n-1}} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{(U-1)}{L_n C_n} & \frac{(U-1)^2}{L_n C_n} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

las cuales son matrices tridiagonales no simétricas. Utilizando propiedades de transformación de matrices tridiagonales no simétricas [31], este tipo de matriz puede representarse como una matriz tridiagonal simétrica semejante \hat{K} por medio de la transformación $-D^{-1}K_2 K_1 D$. Para el caso tanto del convertidor reductor como para el convertidor elevador la matriz de transformación denominada D está

dada por $D = \text{diag}(1, \sqrt{C_1/C_2}, \dots, \sqrt{C_1/C_n})$. Al aplicarse la matriz de transformación a K_2K_1 se obtiene:

$$\hat{K} = -D^{-1}K_2K_1D = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_1L_1} + \frac{U^2}{C_1L_2} & -\frac{U}{\sqrt{C_1C_2L_2}} & \dots & 0 & 0 \\ -\frac{U}{\sqrt{C_1C_2L_2}} & \frac{1}{C_2L_2} + \frac{U^2}{C_2L_3} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{C_{n-1}L_{n-1}} + \frac{U^2}{C_{n-1}L_n} & -\frac{U}{\sqrt{C_{n-1}C_nL_n}} \\ 0 & 0 & \dots & -\frac{U}{\sqrt{C_{n-1}C_nL_n}} & \frac{1}{C_nL_n} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

La matriz \hat{K} que se obtiene es de tipo tridiagonal simétrica. Usando el criterio de Sylvester para matrices simétricas, según el cual si todos los menores principales de la matriz son positivos la matriz es positiva definida entonces es posible mostrar que $\hat{K} > 0$. El valor de los menores principales de la matriz \hat{K} para el convertidor reductor de n-etapas está dado por:

$$\det(i \times i) = \frac{\sum_{j=1}^{i+1} U^{2(i+1-j)} L_j}{L_{i+1} \prod_{j=1}^i L_j C_j} > 0 \quad \text{para } i = 1, \dots, n-1 \quad (3.19)$$

mientras que para el convertidor elevador queda dado por:

$$\det(i \times i) = \frac{\sum_{j=0}^i (1-U)^j L_{j+1}}{L_{i+1} \prod_{j=1}^i L_j C_j} > 0 \quad \text{para } i = 1, \dots, n-1 \quad (3.20)$$

y el determinante de la matriz \hat{K} para los convertidor reductor y elevador es:

$$1 / \prod_{i=1}^n L_i C_i > 0 \quad \text{para } i = n \quad (3.21)$$

$$(1-U)^{2n} / \prod_{i=1}^n L_i C_i > 0 \quad \text{para } i = n \quad (3.22)$$

donde n es el rango de la matriz \hat{K} . Por lo tanto, se concluye que \hat{K} es una matriz positiva definida.

Además si se propone una matriz $\hat{J} = -J$ \hat{J} será una matriz positiva semidefinida. Por lo tanto, utilizando las matrices \hat{K} y \hat{J} es posible proponer una nueva matriz, a la cual se le denomina \hat{F} y tiene una dimensión $2n \times 2n$, con la siguiente estructura:

$$\hat{F} = \begin{bmatrix} O_n & I_n \\ -\hat{K} & -\hat{J} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Esta matriz, por ser matriz similar de la matriz F , tiene el mismo valor de determinante y los mismos eigenvalores [31].

A partir del sistema transformado, dado por $\dot{z} = \hat{F}z$ en donde $z(t) \in \mathbb{R}^{2n}$ es el vector de las trayectorias del sistema, puede estudiarse la estabilidad del sistema. Se observa claramente que la matriz J depende de la carga de salida R y que la matriz \hat{K} depende de los valores de los inductores y capacitores del convertidor. Esta clase de matrices aparece muy a menudo en sistemas de gran escala en donde la matriz \hat{J} se conoce como la matriz de amortiguamiento y la matriz \hat{K} como la matriz de rigidez.

La estabilidad en el punto de equilibrio $z_0 = 0$ de $\dot{z} = \hat{F}z$ puede investigarse fácilmente por medio del segundo método de Lyapunov [32, Cap. IV]. Escogiendo una función candidata de Lyapunov de la forma $V(z) = z^T P z$ con $P = \text{Diag. bloques} [\hat{K}, I] > 0$, la derivada con respecto del tiempo de $V(z)$ a lo largo de cualquier trayectoria del sistema está dada por $\dot{V}(z) = z^T (\hat{F}^T P + P \hat{F}) z = -z^T Q z$, donde $Q = \text{Diag. bloques} [0, \hat{J}] \geq 0$; y por lo tanto, $\dot{V}(z)$ es negativa semidefinida. Posteriormente para determinar si el sistema es asintóticamente estable se utiliza el principio de invarianza de Krasovskii-LaSalle. Sea $S = \{z \in \mathbb{R}^{2n} \mid \dot{V}(z) = 0\}$. Como la única trayectoria solución de $\dot{z} = \hat{F}z$ que entra en la región S y permanece en ella indefinidamente es la solución trivial, de acuerdo al principio de

invarianza, el origen es un punto de equilibrio asintóticamente estable. Por lo tanto, la representación (3.12) tanto para el convertidor reductor de n-etapas como para el convertidor elevador de n-etapas es globalmente asintóticamente estable. Así mismo es importante notar que este resultado es independiente del valor de los inductores, capacitores y ciclo de trabajo del convertidor.

3.3 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE LOS CONVERTIDORES DE n-ETAPAS.

Uno de los principales objetivos del uso de control con retroalimentación es reducir la sensibilidad del sistema a controlar para obtener un mejor comportamiento del mismo. Por esta razón es interesante analizar los cambios que experimenta la sensibilidad de los convertidores al incrementarse el número de etapas que los forman; y por lo tanto, las dificultades a las que en este aspecto enfrenta el sistema de control.

El estudio de la sensibilidad se realiza por medio del análisis del cambio de comportamiento que experimenta la denominada función de sensibilidad S [33, Cap. IV] al existir variaciones con respecto al ciclo de trabajo nominal U del convertidor. Este análisis se realiza a partir de la función de transferencia del convertidor del voltaje de salida/voltaje de entrada denominada función de audiosuceptibilidad $P_{ve}(s) = v_o(s)/\tilde{e}(s)$ [1]. La audiosuceptibilidad indica el efecto que las variaciones del voltaje de entrada, por ejemplo los armónicos de frecuencia presentes al alimentar al convertidor con un voltaje rectificado proveniente de una línea de CA, tienen en el voltaje de salida.

La sensibilidad de la función de transferencia $P_{ve}(s)$ con respecto al ciclo de trabajo es el porcentaje de la razón de cambio de $\partial P_{ve}/P_{ve}$ dividida por el porcentaje de la razón de cambio $\partial U/U$ que los causa, por lo que:

$$S_U(s) = \frac{\partial P_{ve}/P_{ve}}{\partial U/U} = \frac{U}{P_{ve}} \frac{\partial P_{ve}}{\partial U} \quad (3.24)$$

La sensibilidad se define en dos posibles tipos: la sensibilidad estática y la sensibilidad dinámica. La sensibilidad estática es el valor de S cuando $s = j\omega \rightarrow 0$.

Este tipo de sensibilidad puede calcularse fácilmente resultando como $S_U(0) = n$ para el convertidor reductor de n-etapas y como $S_U(0) = Un/(1-U)$ para el convertidor elevador de n-etapas. Este resultado muestra que la sensibilidad se incrementa linealmente con respecto al número de etapas del convertidor.

La sensibilidad dinámica se calcula normalmente reemplazando el término s por $j\omega$ y posteriormente graficando la función de sensibilidad $S_U(s)$ como una función de la frecuencia ω . En la Figura 3.1 se muestra el comportamiento de la función de sensibilidad de un convertidor elevador de tres etapas típico.

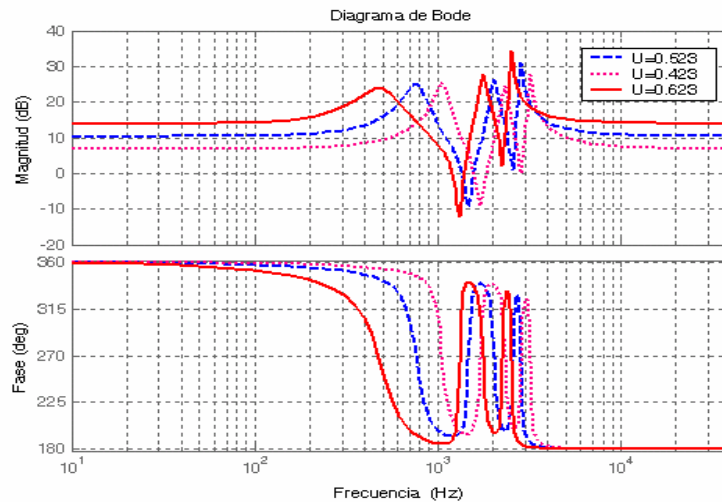


Figura 3.1 Función de sensibilidad de un convertidor elevador de tres etapas típico

El comportamiento de la función de sensibilidad tendrá mejores características al cerrarse el lazo de control. El control en modo-corriente [34, 35] se ha usado ampliamente en electrónica de potencia, por ser una herramienta de control que da excelentes resultados para la reducción de la sensibilidad tanto en convertidores convencionales como en convertidores cuadráticos.

Capítulo 4

Control modo-corriente de convertidores en cascada

Un convertidor conmutado real no proporciona una perfecta regulación sin un sistema de control externo que ajuste su operación. Por medio de este circuito de control se proporciona al sistema estabilidad y robustez ante perturbaciones, variaciones de carga y variaciones en el voltaje de alimentación, entre otras.

El procedimiento utilizado en este capítulo para el diseño de controladores, está basado en el modelo lineal del convertidor y asegura características de estabilidad y desempeño del sistema convertidor-controlador en lazo cerrado por medio del método clásico de moldeo de la ganancia de lazo. Por este procedimiento se busca dar a la ganancia de lazo abierto del conjunto convertidor-controlador las siguientes características: (a) Una pendiente de la ganancia de lazo, en o cercana al cruce por cero decibels no mayor a -20 dB/dec; (b) una ganancia alta a bajas frecuencias para proveer al sistema de exactitud en estado estable; y (c) un margen de ganancia y fase que aseguren estabilidad robusta.

En teoría de control es bien conocido que al añadirse un lazo de retroalimentación a un sistema estable este puede volverse inestable [33]. Aún cuando las funciones de transferencia del sistema original y la ganancia de lazo no contengan polos en el lado derecho de plano- s es posible que las funciones de transferencia de lazo cerrado si los contengan. En los reguladores conmutados al elegirse un controlador inapropiado que vuelve inestable al sistema en el punto de operación deseado, es posible observar oscilaciones de gran magnitud en la señales del regulador. También se presentan casos en los que aún cuando el sistema retroalimentado es estable, la respuesta transitoria presenta gran cantidad oscilaciones y sobretiro, condiciones que no son deseables en un regulador conmutado.

La primera condición del método propuesto para el moldeo de la ganancia de lazo evita los problemas anteriormente descritos en el regulador propuesto. Al tener una caída de -20 db/dec cercana al cruce de cero decibels el sistema presenta un comportamiento similar al de un sistema de primer orden, el cual presenta una fase de -90° . Esta condición asegura se cumpla con el criterio que indica que un sistema es estable y tiene una buena respuesta transitoria cuando el margen de fase del cruce de la ganancia de lazo por cero decibels es mayor a -180° [1].

Es importante mencionar que además del método clásico basado en la representación lineal del convertidor, existen varios métodos que utilizan técnicas no lineales para la implementación de controladores. Estos métodos, hasta el momento, solo se han usado en convertidores convencionales. Por esta razón, para tener un punto de referencia del funcionamiento de reguladores de dos o más etapas, es importante, una primer propuesta basada en un método clásico de diseño. Lo anterior permitirá, en un futuro, comparar las características de estos reguladores con aquellos implementados por otro tipo de técnicas.

4.1 CONTROL MODO-CORRIENTE PROMEDIO

El comportamiento dinámico del regulador construido a partir del convertidor conmutado está determinado por las características del controlador utilizado y éstos, en la teoría clásica, se han desarrollado sobre dos esquemas básicos: control modo-voltaje y control modo-corriente. En el primer esquema, también conocido como de ciclo de trabajo programado, se emplea un solo lazo que retroalimenta el voltaje de la salida. El segundo esquema, nombrado en ocasiones como de corriente programada, además del lazo de voltaje tiene internamente un lazo que retroalimenta la corriente del inductor o del interruptor, y desde que fue dado a conocer [36, 37], ha sido extensamente adoptado por ofrecer ventajas sobre el método clásico de control modo-voltaje, tales como una respuesta transitoria más rápida, facilidad del diseño del lazo de control y protección instantánea para sobrecargas.

Existen diversas formas de implementar controladores en modo-corriente, los cuales pueden clasificarse en: control en modo-corriente pico y control en modo-corriente promedio. La diferencia entre estos dos tipos de control de corriente se basa en la forma de generar la señal de encendido y apagado del interruptor activo.

El control por corriente pico se basa en la retroalimentación de la corriente del interruptor, la cual es comparada con una referencia, de tal manera que cuando el pico de corriente alcanza este nivel, el interruptor del convertidor es apagado. Este esquema presenta algunos inconvenientes, tales como el disparo en falso cuando la señal de corriente presenta altos picos de ruido generados por la conmutación natural del convertidor. Otro problema asociado, es la presencia de operación inestable cuando los ciclos de trabajo son mayores a 0.5, el cual se soluciona adicionando una rampa estabilizadora. Adicionalmente, y debido a que se controla la corriente del interruptor y no la corriente de salida, este método pierde parte de su efectividad en el caso de convertidores en los cuales el interruptor no se encuentra físicamente en la salida del circuito. Es importante mencionar, por último, que el lazo de corriente formado tiene una baja ganancia; y por lo tanto, no se pueden corregirse fácilmente las deficiencias indicadas anteriormente.

El método de control en modo-corriente promedio [38] evita los problemas del control modo-corriente pico al introducir en el lazo de corriente un amplificador-integrador de alta ganancia del error de corriente. Al comparar la respuesta en frecuencia con la del modo corriente pico se encuentra que la frecuencia de cruce por 0 dB de la ganancia del lazo de corriente es aproximadamente la misma, pero la ganancia es mucho más grande a bajas frecuencias y muy baja a altas frecuencias. Por lo tanto se obtiene: (a) Mejor seguimiento de la corriente programada, (b) no se requiere compensación en la pendiente de la rampa estabilizadora, (c) la inmunidad al ruido de la corriente del inductor es excelente, (d) el método puede ser usado para detectar y controlar la corriente en cualquier rama del circuito. Por estas características, este tipo de control es muy apropiado

para utilizarse en el caso de convertidores en cascada de múltiples etapas, ya que permite una respuesta rápida debido a la alta ganancia, que evita que la señal de control se deteriore debido a pérdida que se presenta al desplazarse esta, desde la inductancia de entrada hasta la salida del convertidor, a través de los diferentes elementos activos y pasivos.

En la Figura 4.1 se muestra el diagrama de bloques típico del lazo de corriente de un control modo-corriente promedio según el modelo de pequeña señal [39], donde R_s es el valor de la resistencia utilizada para detección de corriente, N es la ganancia del detector de corriente y V_p el valor máximo de la rampa del oscilador.

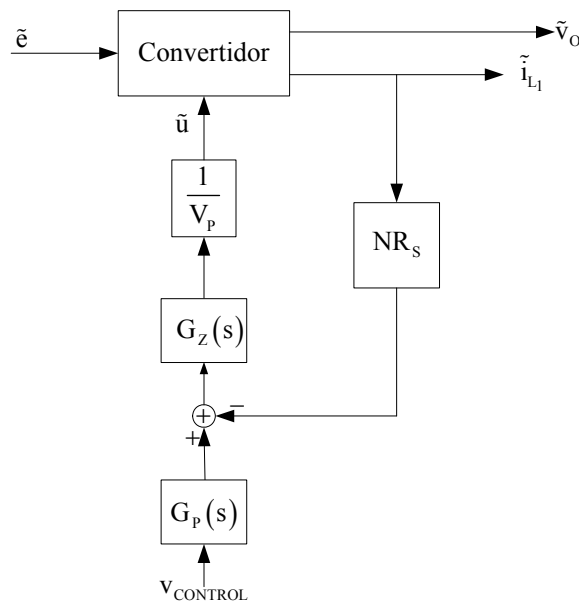


Figura 4.1 Diagrama de bloques para el lazo de corriente.

La resistencia de detección R_s tiene un valor muy pequeño, de 0.05 mΩ a 0.1 mΩ para evitar pérdidas de potencia en el circuito de control. Debe mencionarse, que para convertidores que manejan una alta corriente en los inductores, no es conveniente el uso de la resistencia de detección y se recurre al uso de detectores basados en transformadores de corriente, denominados de efecto Hall. La ganancia N , de valor menor o mayor a la unidad, amplifica la señal detectada por el sensor de corriente, de manera que esta puede ser alimentada al circuito de control.

La función de transferencia $G_z(s) = K_p(1 + s/\omega_z)/s$ es un compensador de alta ganancia y la función de transferencia $G_p(s) = 1/(1 + s/\omega_p)$ un filtro pasa-bajas con un polo a alta frecuencia. Es interesante observar que estas funciones de transferencia pueden implementarse fácilmente con un solo amplificador operacional, según muestra el circuito de la Figura 4.2.

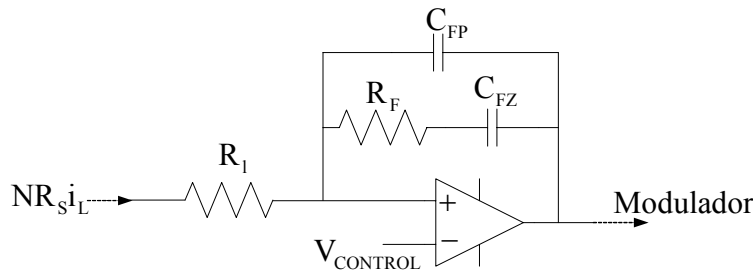


Figura 4.2 Circuito del amplificador-integrador de alta ganancia.

El procedimiento usado para calcular los valores de los elementos de la red de compensación es el siguiente: (a) El cero del compensador debe colocarse a una frecuencia menor que aquella a la que se localizan los filtros LC producidos de manera natural por los inductores y capacitores del convertidor. Por lo tanto, en la práctica se colocan al menos una década abajo de la mitad de la frecuencia de conmutación del convertidor, y a partir de $\omega_z = 1/R_F C_{FZ}$ se calculan el valor de la resistencia R_F y el capacitor C_{FZ} ; (b) para proporcionar inmunidad al ruido de la corriente del inductor, el polo de alta frecuencia se coloca a una frecuencia igual o mayor a la mitad de la frecuencia de conmutación; y por lo tanto por medio de $\omega_p = (C_{FZ} + C_{FP})/R_F C_{FZ} C_{FP}$ se calcula el valor del capacitor C_{FP} ; y (c) la ganancia resultante está dada por $K_p = 1/R_1(C_{FZ} + C_{FP})$ lo cual permite calcular finalmente el valor de R_1 .

Las características de estabilidad y desempeño en lazo abierto de la función de transferencia $\tilde{v}_O(s)/\tilde{v}_{CONTROL}(s)$ del lazo de voltaje resultante se moldean según el criterio de la ganancia de lazo, mencionadas al inicio del capítulo. Estas características aseguran la estabilidad y desempeño del conjunto convertidor-

controlador en lazo cerrado. En un convertidor convencional de una etapa, por efecto de la red de compensación del lazo de corriente, la función de transferencia $\tilde{v}_O(s)/\tilde{v}_{\text{CONTROL}}(s)$ del lazo externo o de voltaje toma las características de un sistema con un polo individual, es decir, es una función de primer orden. Por esta razón, es suficiente utilizar para cerrar el lazo externo de voltaje una ganancia proporcional para lograr buenas características de estabilidad y desempeño. En el caso de los convertidores de dos o más etapas, por efecto de la red de compensación, solo en la región que va desde las bajas frecuencias hasta antes de la frecuencia del segundo pico de resonancia, la función de transferencia $\tilde{v}_O(s)/\tilde{v}_{\text{CONTROL}}(s)$ tiene características de un sistema de primer orden. Después de esta región se encuentra, al menos, un pico de resonancia. Por esta razón, si se utiliza solamente una ganancia proporcional para cerrar el lazo de voltaje, esta debe ser de un valor pequeño, y por lo tanto, se tendrá una función de transferencia de la ganancia de lazo con buenas características de estabilidad pero un bajo desempeño debido a la baja ganancia en CD. Para mejorar las características de la ganancia de lazo, es más conveniente utilizar en el lazo externo o de voltaje un controlador-PI, según muestra el diagrama de bloques de la Figura 4.3. Este tipo de controlador logra que se tenga gran exactitud con respecto al valor deseado del voltaje de salida, al proveer a la ganancia de lazo del conjunto convertidor-controlador de una alta ganancia en baja frecuencia.

En el diagrama de la Figura 4.3, K_h representa la red del divisor de voltaje y $K_S(s)$ la función de transferencia del controlador-PI. La función de transferencia del controlador-PI puede expresarse como $K_S(s) = K_{PC}(1 + 1/T_i s)$ en la cual $K_{PC} = R_{FC}/R_{IC}$ es la ganancia proporcional y $T_i = R_{FC} C_{FC}$ el tiempo integrativo, el cual determina la frecuencia del cero dada por $\omega_{CZ} = 1/R_{FC} C_{FC}$. Es importante mencionar que la ganancia proporcional K_{PC} del controlador-PI debe calcularse conjuntamente con el divisor de voltaje K_h . Por medio de las anteriores expresiones es posible calcular el valor de las resistencias y capacitores utilizados en el divisor de voltaje y el controlador-PI.

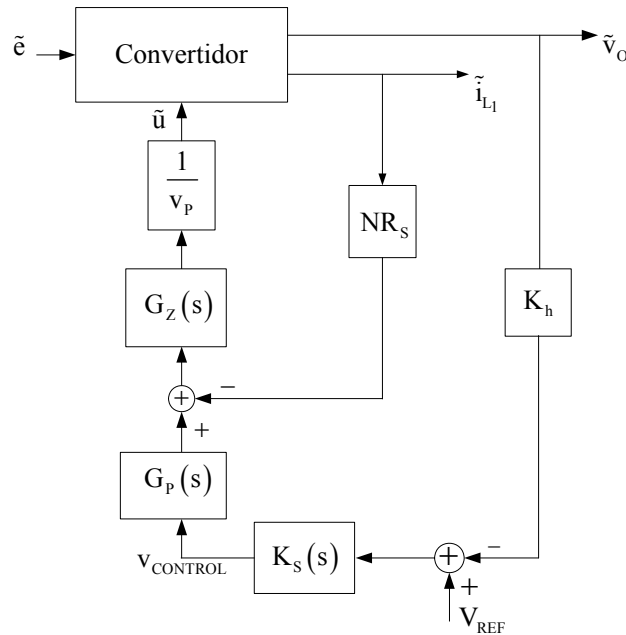


Figura 4.3 Diagrama de bloques control modo-corriente promedio.

El método de control modo-corriente promedio actualmente es ampliamente utilizado para la construcción de reguladores contruidos con convertidores de una sola etapa, pero en la literatura no se encuentran aplicaciones en convertidores en cascada por lo que a continuación se estudia su utilización en un convertidor cuadrático elevador y en un convertidor elevador de n-etapas, proponiéndose finalmente un método general de diseño.

4.2 CONTROL PARA UN CONVERTIDOR ELEVADOR CUADRATICO

El convertidor elevador en cascada con el controlador propuesto se muestra en la Figura 4.4. Los valores nominales del convertidor son: voltaje de entrada $E = 9$ V, voltaje de salida $v_o = 48$ V y ciclo de trabajo nominal $U = 0.566$.

Los parámetros de construcción del convertidor se muestran en la Tabla 4.1. La frecuencia de conmutación es de 50 KHz. Las corrientes promedio de los inductores son $I_{L_1} = 5.53$ A y $I_{L_2} = 2.40$ A respectivamente. La resistencia de carga es $R = 46 \Omega$, de la cual resulta una corriente de salida 1.04 A y una potencia de

Control modo-corriente de convertidores en cascada

salida de 50 W. Como resistencia de detección se utiliza $R_s = 0.05 \Omega$ y el valor máximo de la rampa del oscilador es $V_p = 5 V$.

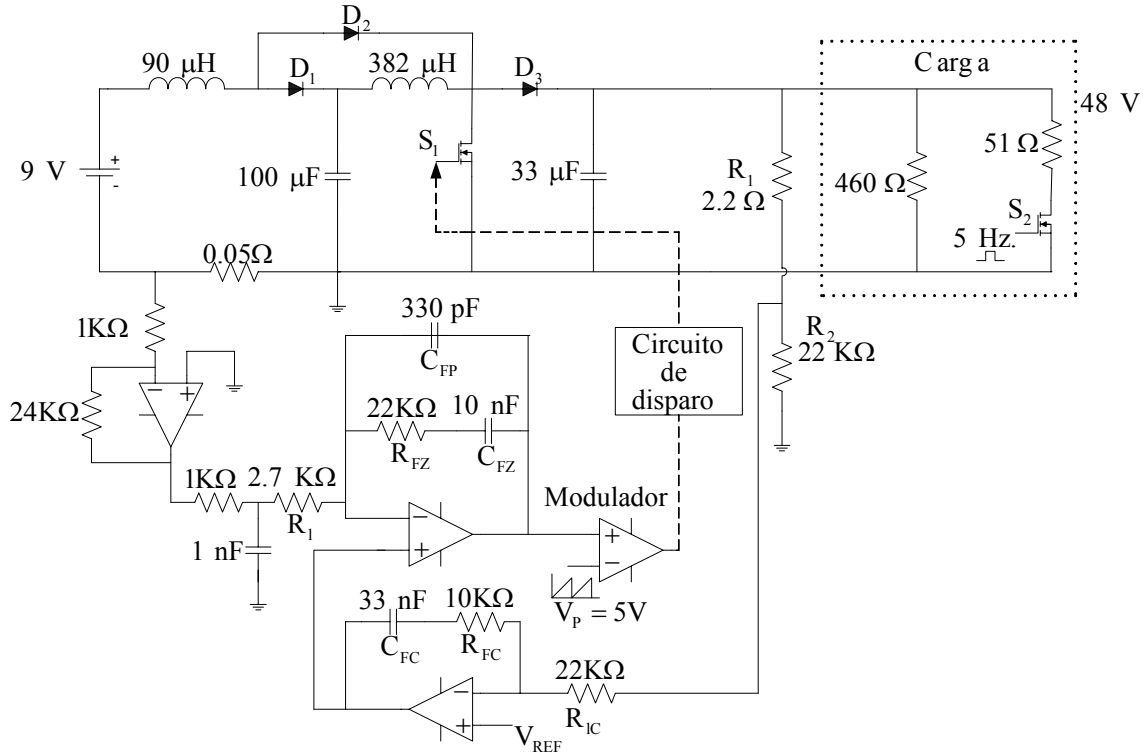


Figura 4.4. Regulador usando un convertidor elevador cuadrático.

Tabla 4. 1
Parámetros del convertidor elevador cuadrático

Capacitor C_1	100 μF
Capacitor C_2	33 μF
Inductor L_1	90 μH
Inductor L_2	382 μH
Resistencia de carga R	46 Ω

Los modelos promedio no lineal y lineal para el convertidor cuadrático se obtienen a partir de las expresiones de la Tabla 2.3 del Capítulo 2. En base a los elementos utilizados en el convertidor propuesto se obtiene:

Modelo promedio no lineal:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L1} \\ \dot{i}_{L2} \\ \dot{v}_{C1} \\ \dot{v}_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -11111.1(1-u) & 0 \\ 0 & 0 & 2617.8 & -2617.8(1-u) \\ 10000(1-u) & -10000 & 0 & 0 \\ 0 & 30303(1-u) & 0 & -644.7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L1} \\ i_{L2} \\ v_{C1} \\ v_{C2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 11111.1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} e \quad (4.1)$$

Modelo promedio lineal:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{i}}_{L1} \\ \dot{\tilde{i}}_{L2} \\ \dot{\tilde{v}}_{C1} \\ \dot{\tilde{v}}_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -4822.2 & 0 \\ 0 & 0 & 2617.8 & -1136.1 \\ 4340 & -10000 & 0 & 0 \\ 0 & 13151 & 0 & -644.7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_{L1} \\ \tilde{i}_{L2} \\ \tilde{v}_{C1} \\ \tilde{v}_{C2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 230414 & 11111 \\ 125741 & 0 \\ -53974 & 0 \\ -70984 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{e} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

La función de transferencia $\tilde{v}_o(s)/\tilde{u}(s)$ muestra una dinámica de cuarto orden y de fase no mínima, tiene tres ceros en el lado derecho del plano-s localizados en $\{21332, 675 \pm j6637\}$ y polos en $\{-60.4 \pm j7512, -269 \pm j2338\}$. Por esta causa es muy difícil alcanzar un buen desempeño en lazo cerrado únicamente con el lazo de voltaje debido a los picos de resonancia y a cambios abruptos de la fase [35]. Por esta razón, se implementa un control detectando la corriente de la inductancia de entrada, la cual se mostró en la sección 3.1.2, es siempre de fase mínima. En este caso los ceros de la función de transferencia $\tilde{i}_{L1}(s)/\tilde{u}(s)$ están localizados en $\{-3936 \pm j8191, -1025\}$ con los mismos polos que la función de transferencia $\tilde{v}_o(s)/\tilde{u}(s)$. Una vez modificadas las características del lazo interior, se puede diseñar el lazo exterior retroalimentando el voltaje de salida.

Inicialmente se estudió el efecto de la ganancia K_p de la parte proporcional del compensador de alta ganancia. Los valores de los elementos están calculados en base al procedimiento indicado en la sección 4.1. Para este caso el cero del compensador se colocó a una frecuencia de 724 Hz mientras que el polo de alta ganancia se colocó a una frecuencia de 22.6 KHz. Los valores para los elementos de compensación que resultan son: $C_{FZ} = 10$ nF, $R_{FZ} = 22$ K Ω y $C_{FP} = 330$ pF.

La ganancia K_p está relacionada con la dinámica de la ganancia del lazo de corriente. Al sintonizarse esta ganancia se proporciona estabilidad y robustez. El efecto de la ganancia K_p sobre el lazo cerrado de corriente se observa en la Figura 4.5.

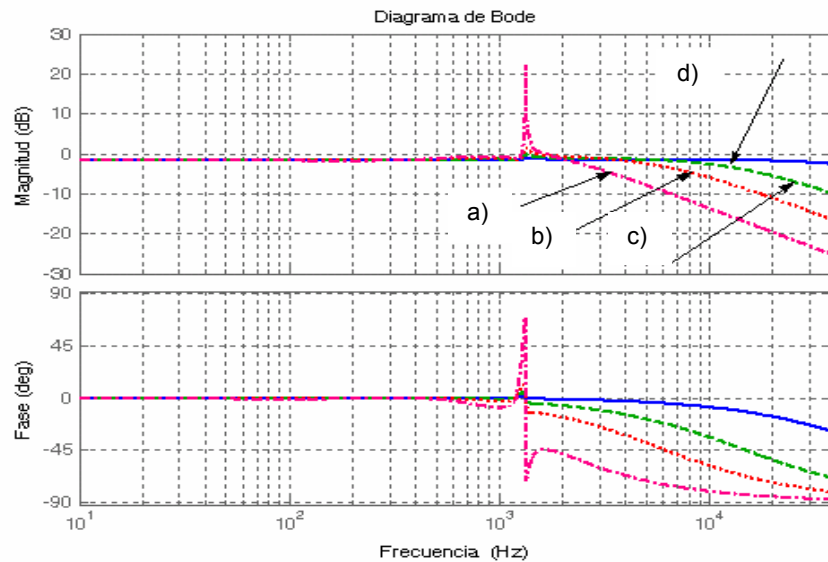


Figura 4.5. Respuesta en frecuencia de la función de transferencia $\tilde{I}_1(s)/v_{\text{CONTROL}}(s)$ para diversos valores de la ganancia K_p : a) 1.29×10^3 , b) 3.58×10^3 , c) 8.06×10^3 , y d) 3.58×10^4

En ella se muestra la respuesta en frecuencia de la función de transferencia $\tilde{I}_1(s)/v_{\text{CONTROL}}(s)$ para diversos valores de la ganancia K_p . En ella se observa que al incrementarse el valor de la ganancia proporcional, los picos de resonancia de dicha función de transferencia son atenuados hasta que prácticamente desaparecen.

El efecto de cerrar el lazo de corriente sobre el voltaje de salida se considera posteriormente. Es interesante observar que al incrementarse el valor de la ganancia N aumenta el margen de ganancia, por lo que es determinante en la estabilidad del sistema. Es importante notar además, que en contraparte, el ancho de banda disminuye. Este efecto se muestra en la función de transferencia $\tilde{V}_O(s)/v_{\text{CONTROL}}(s)$ en la Figura 4.6.

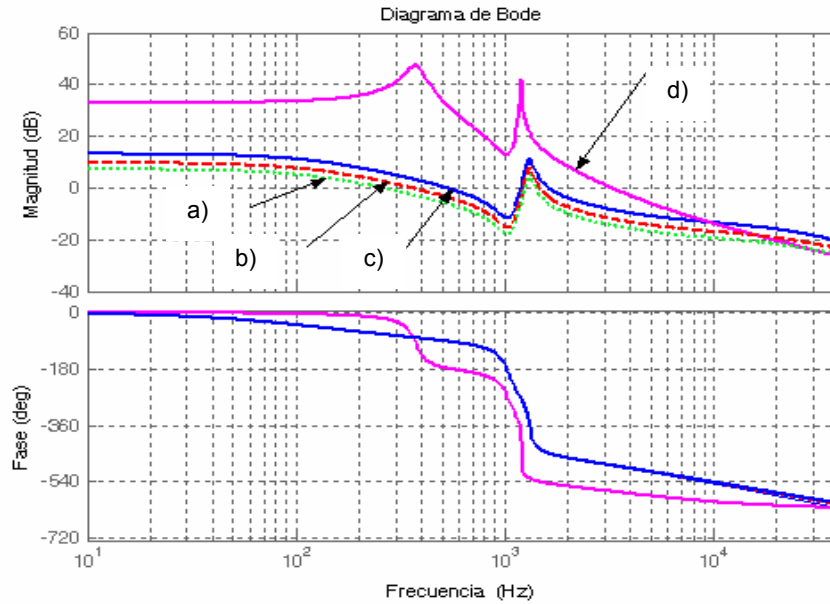


Figura 4.6. Respuesta en frecuencia de la función de transferencia $\tilde{v}_O(s)/V_{\text{CONTROL}}(s)$ para diversos valores de la ganancia N : a) 12, b) 18, c) 24 y d) lazo abierto.

En la figura antes mencionada, se observa que el pico de resonancia que presenta el voltaje de salida del convertidor a baja frecuencia se ha atenuado por completo y la magnitud del segundo ha disminuido. Además, un valor adecuado de la ganancia N tiene como resultado que el pico de resonancia de alta frecuencia se encuentre por debajo de 0 dB evitando la amplificación de ruido. El sistema presenta una caída -20 dB/dec en el cruce por cero decibeles y un margen de fase aproximado de 80 grados, por lo que se tienen buenas características de estabilidad, resultando un sistema dominante de primer orden.

Por lo tanto, se concluye que al cerrarse el lazo de corriente, la función de transferencia del voltaje de salida al voltaje de control se modifica por medio del compensador y la ganancia N . Su principal efecto es añadir amortiguamiento a los picos de resonancia, especialmente al de más baja frecuencia, por lo que el sistema resultante corresponde a uno de un polo dominante.

Una vez que el lazo de corriente se ha completado, el controlador-PI se diseña. Su diseño se base en el criterio de la ganancia de lazo cuyas especificaciones se indican al inicio del presente capítulo. La función de transferencia del controlador-

PI queda expresada por $K(s) = K_{PC}(1 + 1/T_i s)$, donde $K_{PC} = R_{FC}/R_{IC}$ es la ganancia proporcional y $T_i = R_{FC}C_{FC}$ es el tiempo integrativo, el cual marca la frecuencia de corte del cero dada por $\omega_{CZ} = 1/R_{FC}C_{FC}$.

La ganancia proporcional se calcula conjuntamente con la red divisora de voltaje. Esta red está diseñada para retroalimentar el voltaje de salida con un valor adecuado al circuito de control. El valor de la red divisora de voltaje y la ganancia del controlador-PI se eligen de manera que la ganancia de lazo sea menor que la unidad a la frecuencia de resonancia del par de polos complejos. En el caso estudiado los valores de esta red son $R_1 = 22 \text{ K}\Omega$ y $R_2 = 2.2 \text{ K}\Omega$, y los valores de los elementos de controlador-PI son $C_{FC} = 33 \text{ nf}$, $R_{FC} = 10 \text{ K}\Omega$ y $R_{IC} = 22 \text{ K}\Omega$. En la Figura 4.7 se muestra el diagrama de Bode de la ganancia de lazo una vez que se ha implementado el controlador-PI.

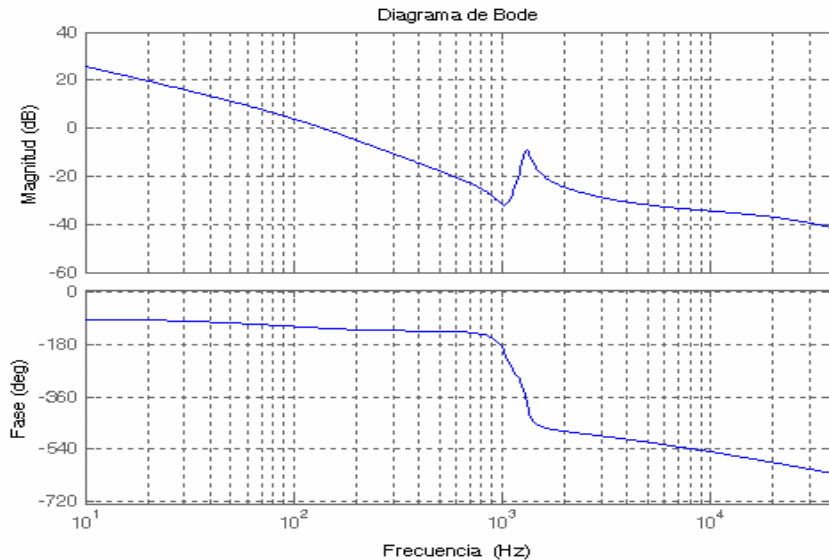


Figura 4.7. Ganancia de lazo del regulador conmutado.

En ella encontramos que el sistema es estable, tiene una caída de -20 dB/dec en la región de 10 a 1000 Hz, con un ancho de banda de 138 Hz. El margen en la fase es de 55.5 grados y el margen en la ganancia de 10.9 dB.

Una vez diseñado el regulador conmutado es conveniente verificar por medio de simulación, el comportamiento del mismo ante diversas condiciones de

operación para comprobar las buenas características de regulación y de robustez. Para realizar dicha simulación, se eligió el paquete ORCAD de PSpice. Este paquete contiene en sus archivos los elementos de electrónica de potencia que se Inicialmente el convertidor elevador cuadrático fue probado para cambios tipo escalón en el voltaje de entrada de 7 V a 12 V. En la Figura 4.8 se muestra el voltaje de salida para dichos cambios en los que se obtiene un voltaje de salida de 45 V y 65 V respectivamente.

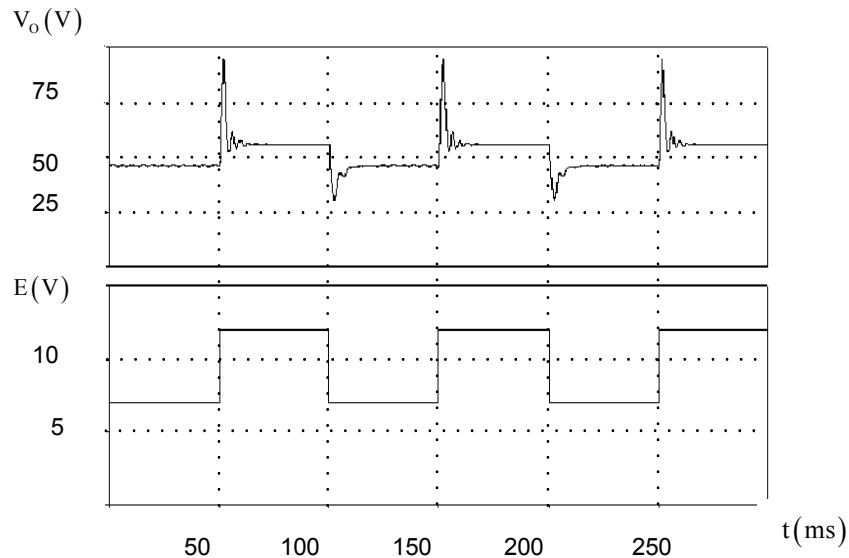


Figura 4.8. Voltaje de salida V_o en lazo abierto para cambios en el voltaje de entrada de 7 V a 12 V. **(Superior a inferior)** Voltaje de salida y voltaje de entrada: (25 V/div, 5 V/div), (Tiempo: 50 ms).

Para dichos cambios la potencia entregada a la carga varía de 44 W a 91 W. La respuesta transitoria mostrada es de tipo oscilatoria, con un sobretiro mayor al 100% en el caso de variación del voltaje de 7 V a 12 V y se produce en un tiempo estimado en 15 ms para el caso antes citado, mientras que no se alcanza una respuesta en estado estable observable en el período de 50 ms para el caso de variación de 12 V a 7 V.

En la Figura 4.9 se muestra el voltaje de salida una vez que el controlador ha sido implementado. Nuevamente los cambios tipo escalón en el voltaje de entrada

se aplican. Es interesante observar que bajo esta condición de operación el voltaje permanece en 48 V para ambos voltajes de operación; y por lo tanto, el regulador conmutado está proporcionando una potencia de 50 W a la carga. En este caso la respuesta transitoria se produce de manera instantánea. Con esta prueba se muestra que el regulador tiene buenas características de funcionamiento a cambios en el voltaje de entrada.

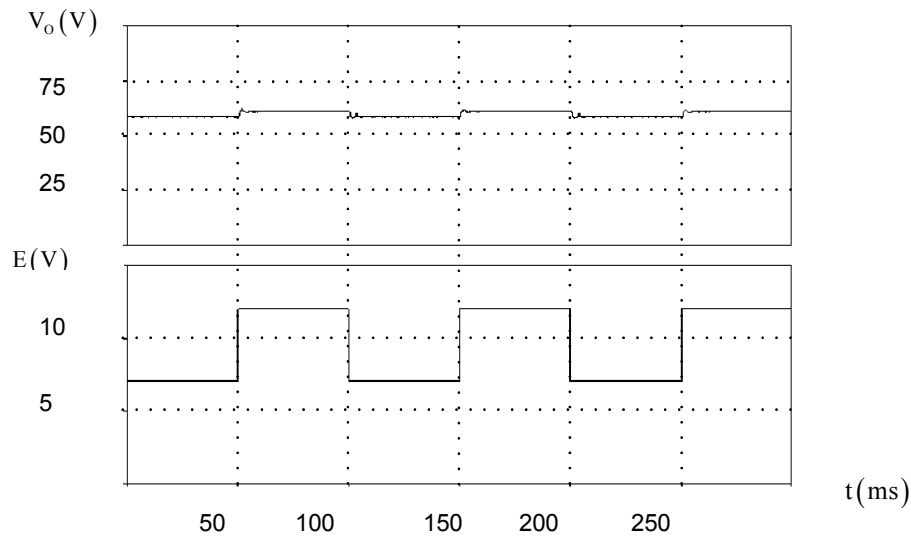


Figura 4.9. Voltaje de salida V_o en lazo cerrado para cambios en el voltaje de entrada de 7 V a 12 V. **(Superior a inferior)** Voltaje de salida y voltaje de entrada: (25 V/div, 5 V/div), (Tiempo: 50 ms).

Posteriormente el regulador fue probado para cambios en la carga de salida de tipo escalón entre la resistencia nominal de 46Ω y una resistencia de 460Ω , que es aproximadamente un 10% de la carga nominal. En la Figura 4.10 se muestra el voltaje de salida V_o en lazo abierto para los cambios en la carga indicados anteriormente. Como puede observarse, el voltaje de salida presenta cambios de 48 V a 57 V de acuerdo a los cambios de carga. La respuesta transitoria es de tipo exponencial o oscilatorio, según se aumenta o disminuye la carga, pero en ambos casos mayor a 10 ms.

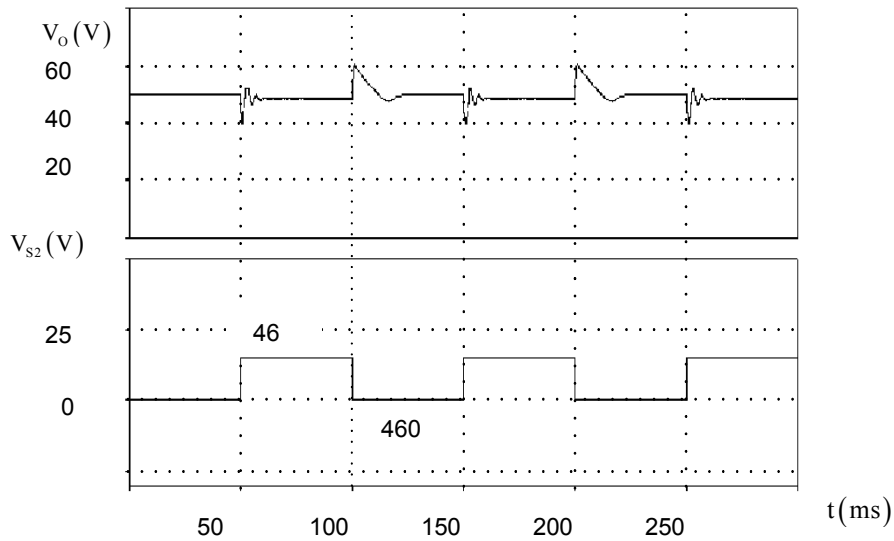


Figura 4.10. Respuesta transitoria para cambios tipo escalón en la carga entre 46Ω y 460Ω en lazo abierto. (**Superior a inferior**) Voltaje de salida y señal de voltaje a la compuerta del interruptor MOSFET para cambios de carga. (20V/div, 25 V/div) (Tiempo: 50 ms).

Posteriormente, al cerrarse el lazo de control, se aplican nuevamente los cambios de carga, según puede observarse en la Figura 4.11. En este caso el voltaje de salida permanece en 48 V, lo cual muestra el buen funcionamiento y la robustez del regulador. Al cambiarse la carga de salida a un valor de 460Ω la corriente de salida se reduce a aproximadamente un 10% del valor nominal, y por lo tanto, el regulador está entregando una potencia de 5 W a la carga.

Por último, el regulador fue probado para cambios en la señal de referencia. Se aplica una señal de referencia tipo escalón de 32 V a 48 V a una frecuencia de 5 Hz. En la Figura 4.12 se muestra la respuesta transitoria del controlador en lazo cerrado. La respuesta en estado estable se alcanza en un tiempo aproximado de 5 ms, lo cual resulta de una razón de cambio de voltaje de $\Delta V/\Delta t = 3.5 \text{ V/ms}$. Como puede observarse además, la respuesta transitoria no contiene oscilaciones, lo cual muestra el buen funcionamiento y robustez del regulador.

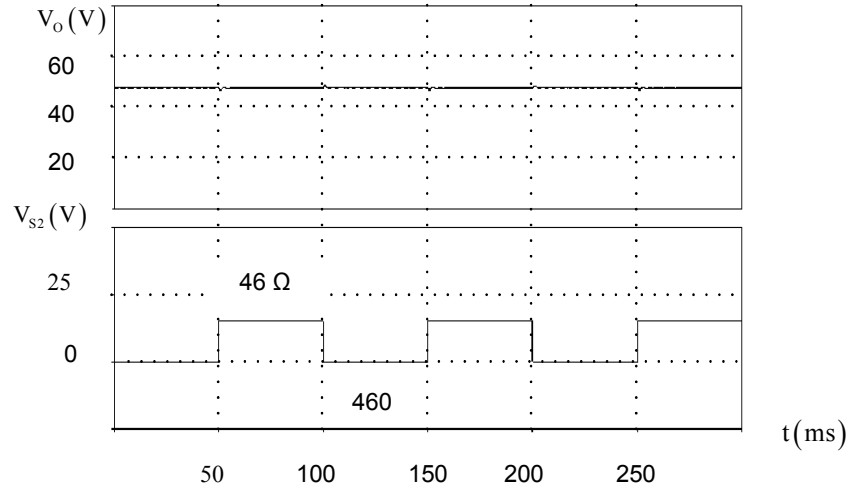


Figura 4.11. Respuesta transitoria para cambios tipo escalón en la carga entre 46 Ω y 460 Ω en lazo cerrado. **(Superior a inferior)** Voltaje de salida y señal de voltaje a la compuerta del interruptor MOSFET para cambios de carga. (20V/div, 25 V/div) (Tiempo: 50 ms).

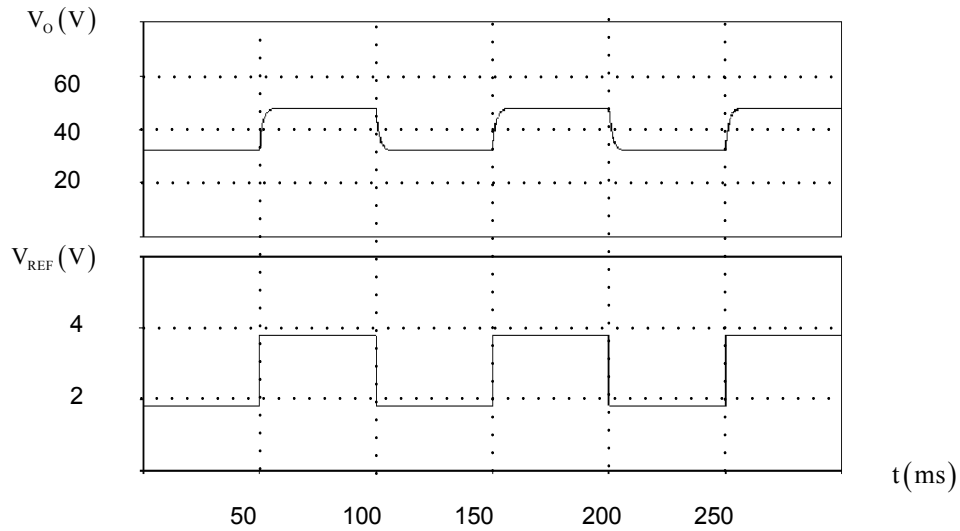


Figura 4.12. Respuesta transitoria del voltaje de salida para cambio tipo escalón en la señal de referencia. **(Superior a inferior)** Voltaje de salida y señal proporcional de referencia. (20 V/div, 2.0 V/div), (Tiempo: 50 ms).

4.3 CONTROL PARA UN CONVERTIDOR ELEVADOR DE TRES ETAPAS.

Una vez estudiado el caso del convertidor elevador de dos etapas, resulta por demás interesante estudiar el efecto del control sobre un convertidor de tres etapas para poder posteriormente validar un procedimiento de diseño en general [40]. El diagrama del regulador construido se muestra en la Figura 4.13.

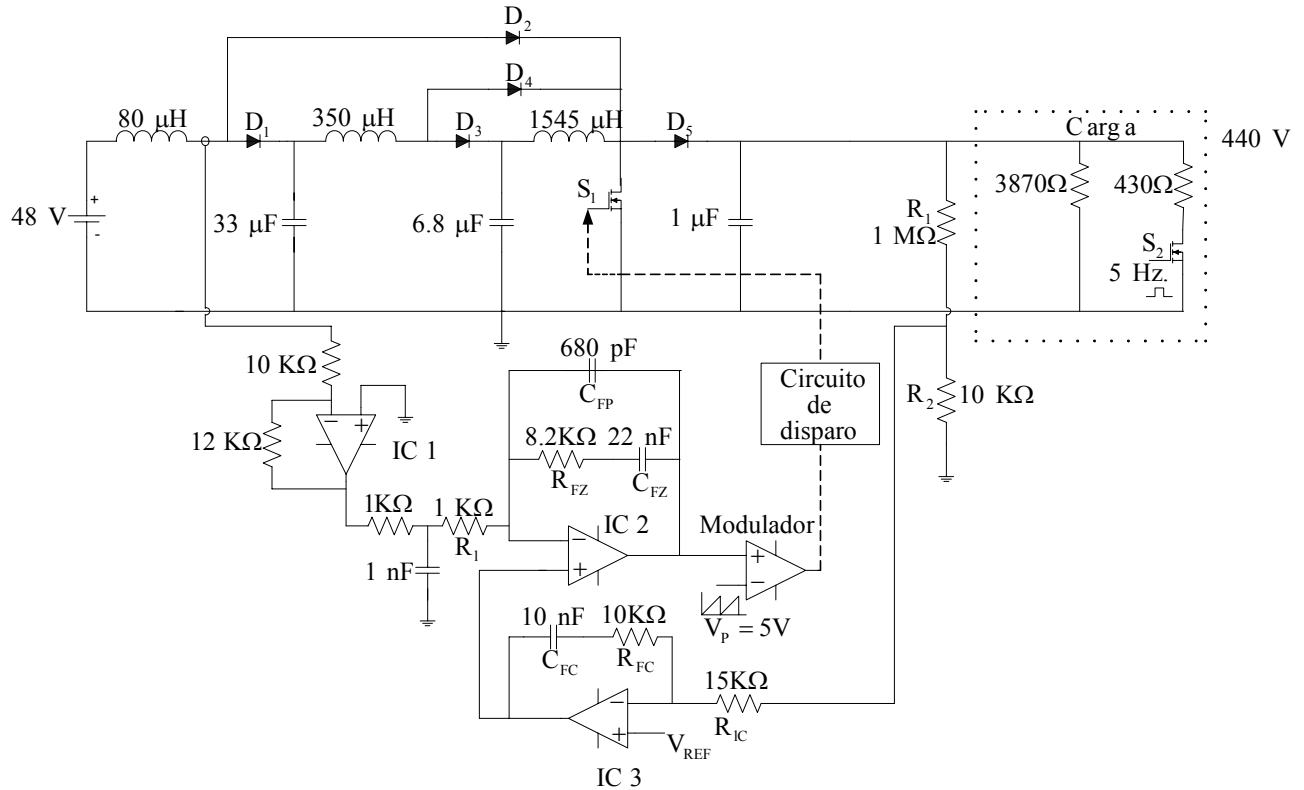


Figura 4.13. Regulador conmutado usando un convertidor elevador de tres etapas.

Para este convertidor los valores nominales son: voltaje de entrada 48 V, voltaje de salida 440 V y ciclo de trabajo 0.523. La corriente promedio en el primer inductor es de 10.4 A, en el segundo de 4.99 A y en el tercero 2.38 A. La carga nominal es 390 Ω , por lo que se tiene una corriente a la salida de 1.136 A, con una potencia de salida de 500 W. El valor máximo de la rampa del oscilador es $V_p = 5V$. La frecuencia de conmutación del convertidor es de 50 KHz. Los parámetros de construcción del convertidor se muestran en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2
Parámetros del convertidor elevador de tres etapas

Capacitor C_1	33 μ F
Capacitor C_2	6.6 μ F
Capacitor C_3	1 μ F
Inductor L_1	80 μ H
Inductor L_2	350 μ H
Inductor L_2	1545 μ H
Resistencia de Carga R	390 Ω

Los modelos promedio no lineal y lineal para el convertidor de tres etapas se obtienen a partir de las expresiones (2.16) y (2.18) del Capítulo 2. En base a los elementos utilizados en el convertidor propuestos se obtiene:

Modelo promedio no lineal:

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{L_1} \\ \dot{i}_{L_2} \\ \dot{i}_{L_3} \\ \dot{v}_{C_1} \\ \dot{v}_{C_2} \\ \dot{v}_{C_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -12500(1-u) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2857 & -2857(1-u) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 647.2 & -647.2(1-u) \\ 30303(1-u) & -30303 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.47 \times 10^5 (1-u) & -1.47 \times 10^5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \times 10^6 (1-u) & 0 & 0 & -2584 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ i_{L_3} \\ v_{C_1} \\ v_{C_2} \\ v_{C_3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12500 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} e \quad (4.3)$$

Modelo Promedio lineal:

Control modo-corriente de convertidores en cascada

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{i}}_1 \\ \dot{\tilde{i}}_2 \\ \dot{\tilde{i}}_3 \\ \dot{\tilde{v}}_{C1} \\ \dot{\tilde{v}}_{C2} \\ \dot{\tilde{v}}_{C3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -5962.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2857 & -1362 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 647.2 & -308.7 \\ 14454.5 & -30303 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 70147 & -147058.8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 477000 & 0 & 0 & -2584 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{i}_1 \\ \tilde{i}_2 \\ \tilde{i}_3 \\ \tilde{v}_{C1} \\ \tilde{v}_{C2} \\ \tilde{v}_{C3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1257861 & 12500 \\ 602749 & 0 \\ 286258 & 0 \\ -319085 & 0 \\ -738634 & 0 \\ -2395834 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{e} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Por medio del uso de Matlab es posible obtener fácilmente las funciones de transferencia de las corrientes y los voltajes de este convertidor. La función de transferencia voltaje de salida/ciclo de trabajo es de sexto orden y de fase no mínima, ya que sus cuatro ceros se localizan en el lado derecho del plano-s. Estos ceros están localizados en $\{55790, 60 \pm j16551, 762 \pm j9608\}$. La función es estable ya que sus polos se localizan en $\{-312 \pm j17956, -461 \pm j12757, -519 \pm j4775\}$. Existen picos de resonancia muy altos producidos por los valores de los elementos utilizados para construir el convertidor. Es interesante observar que la función de transferencia corriente del primer inductor/ciclo de trabajo es de fase mínima ya que sus ceros se localizan en $\{-161 \pm j16861, -885 \pm j15009, -1973\}$, y es estable al tener el mismo denominador que $\tilde{v}_o(s)/\tilde{u}(s)$. Las corrientes del segundo y tercer inductor corresponden a funciones de transferencia no mínimas.

Debido a las características que presentan las funciones de transferencia, se encuentra que es conveniente implementar un control modo corriente promedio detectando la corriente del primer inductor por ser de fase mínima ya que proporcionara buenas características al control. Si se eligiera retroalimentar la del segundo o tercer inductor al ser de fase no mínima provocarían serios problemas

de diseño, llegando inclusive a producir inestabilidad. En el lazo exterior del controlador o lazo de voltaje se utilizará para retroalimentación el voltaje de salida.

Siguiendo el procedimiento de diseño indicado en la sección 4.1, el cero del compensador se colocó a una frecuencia de 725 Hz mientras que el polo de alta frecuencia se colocó en 29425 Hz. Partiendo de estas especificaciones, los valores para los elementos de la red del compensador son: $C_{FZ} = 22 \text{ nF}$, $R_{FZ} = 8.2 \text{ K}\Omega$ y $C_{FP} = 680 \text{ pF}$.

Se estudia inicialmente el efecto de la ganancia K_p , la cual como se indicó anteriormente está relacionada con la dinámica de la ganancia del lazo de corriente. Un valor apropiado de esta ganancia le proporciona estabilidad y robustez. El efecto de la ganancia K_p sobre el lazo cerrado de corriente se observa en la Figura 4.14: En ella se muestra la respuesta en frecuencia de la función de transferencia $\tilde{I}_{L_1}(s)/\tilde{v}_{\text{control}}(s)$ para diversos valores de esta ganancia.

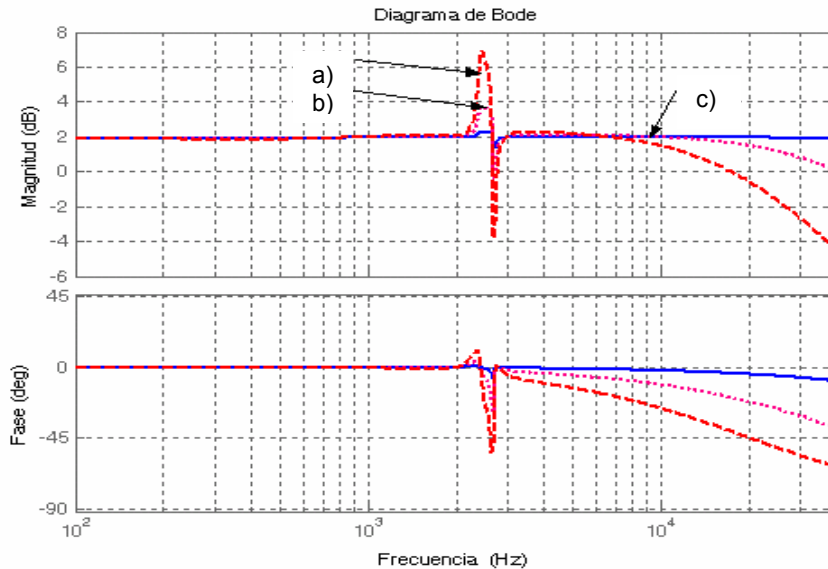


Figura 4.14 Respuesta en frecuencia de la función de transferencia $\tilde{I}_{L_1}(s)/\tilde{v}_{\text{control}}(s)$ para diferentes valores de K_p : a) 3.67×10^3 , b) 8.8×10^3 , y c) 4.4×10^4

Es interesante observar que al incrementarse esta ganancia los picos de resonancia de la función de transferencia del primer inductor/voltaje de control disminuyen.

El efecto del lazo de corriente modificado sobre la función de transferencia voltaje de salida/voltaje de control se muestra en la Figura 4.15. En ella se observa que los picos de resonancia a baja frecuencia han sido atenuados por medio de la ganancia K_p . Al cerrarse el lazo de corriente la función del voltaje de salida/voltaje de control se modifica por medio del compensador y de la ganancia N añadiendo amortiguamiento a los picos de resonancia de baja frecuencia, lo que da como resultado un comportamiento de una función con un solo polo dominante a baja frecuencia.

Una vez que el lazo de corriente se ha modificado, se procederá a diseñar el controlador-PI del lazo de voltaje, según el criterio de la ganancia de lazo indicado al inicio del Capítulo 4.

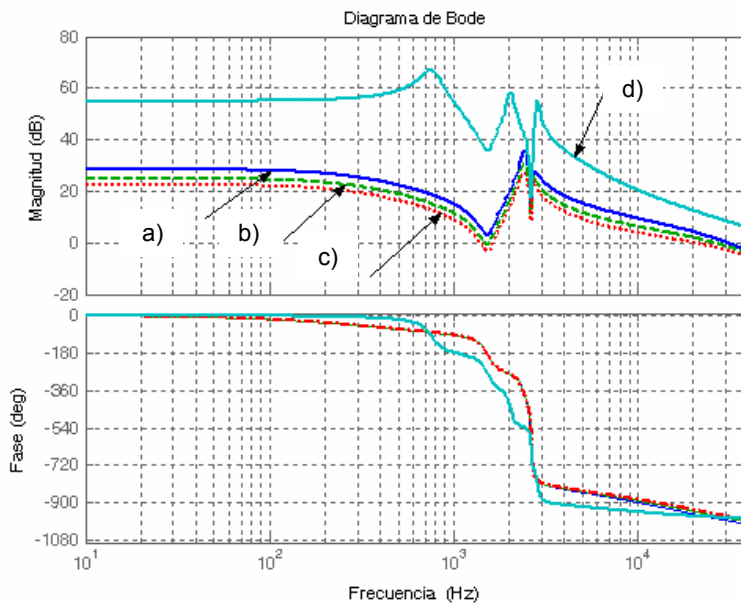


Figura 4.15 Respuesta en frecuencia de la función de transferencia $\tilde{v}_O(s)/v_{CONTROL}(s)$ para diferentes valores de la ganancia N : a) 0.8, b) 1.2, c) 1.8, y d) lazo abierto.

La red divisora de voltaje y la ganancia de controlador-PI deben tener valores tales que la ganancia de lazo sea menor que uno a la frecuencia de resonancia del par de ceros complejos. Usando este criterio en el caso estudiado, los valores de la red divisora de voltaje son $R_1 = 1 \text{ M}\Omega$ y $R_2 = 10 \text{ K}\Omega$, mientras que los valores para los elementos del controlador-PI son $C_{FC} = 10 \text{ nf}$, $R_{FC} = 10 \text{ K}\Omega$ y $R_{IC} = 15 \text{ K}\Omega$. El diagrama de Bode de la respuesta en frecuencia del regulador propuesto se muestra en la Figura 4.16.

En dicha gráfica se encuentra que el sistema es estable, con una caída de -20 dB/dec en la región de 0 a 1000 Hz con un ancho de banda de 130 Hz . Los márgenes de ganancia y fase para este regulador son 17 dB y 71.6 grados , respectivamente. Por estas características se concluye que el regulador tiene tanto buenas características de estabilidad como de robustez.

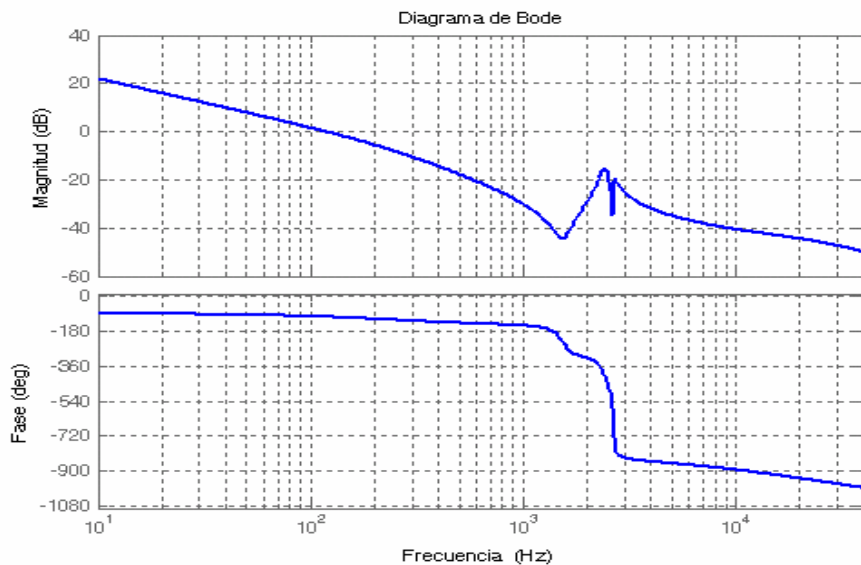


Figura 4.16 Ganancia de lazo para un regulador conmutado usando un convertidor elevador de tres etapas.

Una vez diseñado el regulador conmutado, es conveniente realizar por medio del paquete ORCAD de PSpice, la simulación del mismo para verificar su comportamiento ante varias condiciones de operación.

Inicialmente el convertidor de tres etapas fue probado para cambios tipo escalón en el voltaje de entrada de 42 V a 54 V. En la Figura 4.17 se muestra el voltaje de salida para dichos cambios en los que se obtiene un voltaje de salida de 390 V y 505 V respectivamente. Para dichos cambios la potencia entregada a la carga varía de 390 W a 654 W. La respuesta transitoria mostrada es de tipo oscilatoria y se produce en un tiempo estimado en 15 ms.

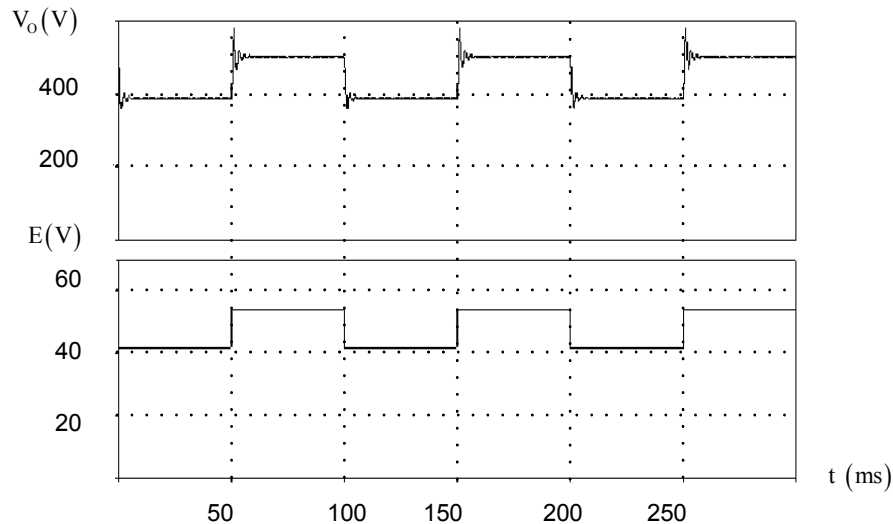


Figura 4.17. Voltaje de salida V_o en lazo abierto para cambios en el voltaje de entrada de 42 V a 52 V. (**Superior a inferior**) Voltaje de salida y voltaje de entrada: (200 V/div, 20 V/div), (Tiempo: 50 ms).

En la Figura 4.18 se muestra el voltaje de salida una vez que el controlador ha sido implementado. Nuevamente los cambios tipo escalón en el voltaje de entrada se aplican. Es interesante observar que bajo esta condición de operación el voltaje permanece en 440 V para ambos voltajes de operación; y por lo tanto, el regulador conmutado está proporcionando una potencia de 500 W a la carga. En este caso la respuesta transitoria se produce de manera instantánea. Con esta prueba se muestra que el regulador tiene buenas características de funcionamiento a cambios en el voltaje de entrada.

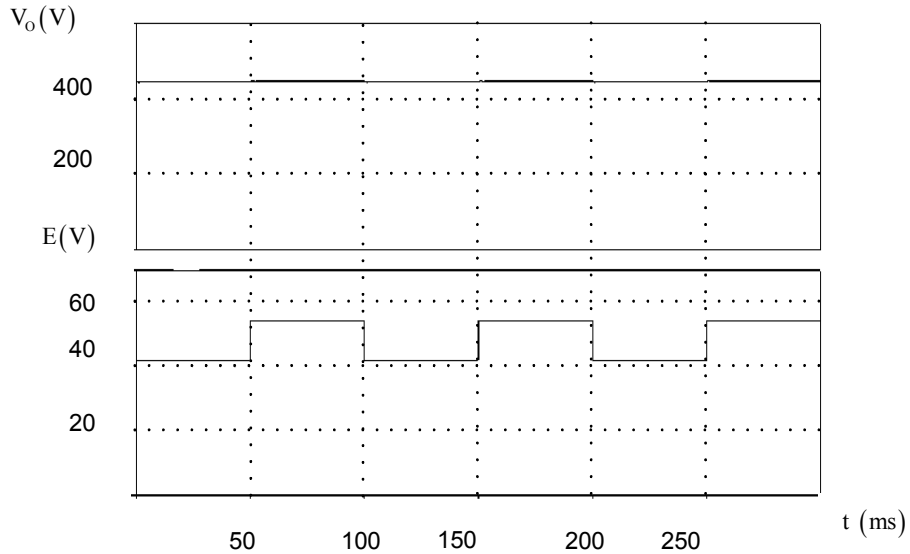


Figura 4.18. Voltaje de salida V_o en lazo cerrado para cambios en el voltaje de entrada de 42 V a 52 V. **(Superior a inferior)** Voltaje de salida y voltaje de entrada: (200 V/div, 20 V/div), (Tiempo: 50 ms).

Posteriormente el regulador fue probado para cambios en la carga de salida de tipo escalón entre la resistencia nominal de 390Ω y una resistencia de 3870Ω , que es aproximadamente un 10% del valor nominal de la misma.

En la Figura 4.19 se muestra el voltaje de salida V_o en lazo abierto para los cambios en la carga indicados anteriormente. Como puede observarse, el voltaje de salida presenta cambios de 440 V a 730 V de acuerdo a los cambios de carga, con una respuesta transitoria exponencial bastante lenta.

Al cerrarse el lazo de control, se aplican nuevamente los cambios de carga, según puede observarse en la Figura 4.20. En este caso el voltaje de salida permanece en 440 V, lo cual muestra el buen funcionamiento y la robustez del regulador. Al cambiarse la carga de salida a un valor de 3890Ω la corriente de salida se reduce a aproximadamente un 10% del valor nominal, y por lo tanto, el regulador está entregando una potencia de 50 W a la carga.

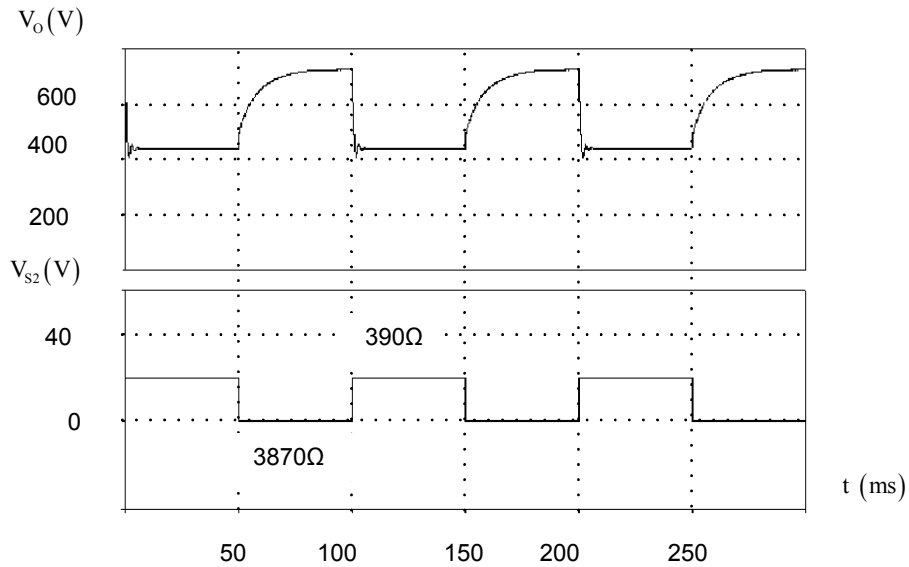


Figura 4.19. Respuesta transitoria para cambios tipo escalón en la carga entre $390\ \Omega$ y $3870\ \Omega$ en lazo abierto. **(Superior a inferior)** Voltaje de salida y señal de voltaje a la compuerta del interruptor MOSFET para cambio de carga. (200 V/div, 40 V/div), (Tiempo: 50 ms).

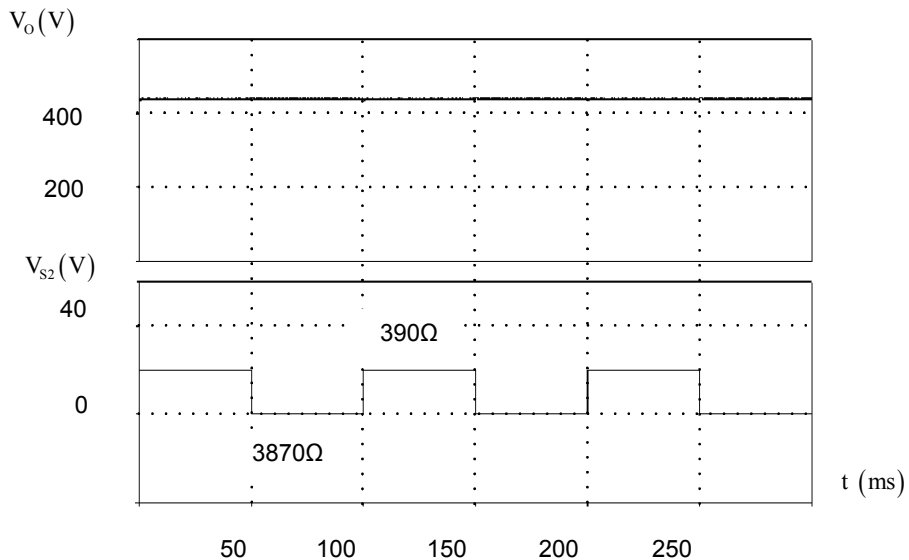


Figura 4.20. Respuesta transitoria para cambios tipo escalón en la carga entre $390\ \Omega$ y $3870\ \Omega$ en lazo cerrado. **(Superior a inferior)** Voltaje de salida y señal de voltaje a la compuerta del interruptor MOSFET para cambio de carga. (200 V/div, 40 V/div), (Tiempo: 50 ms).

Por último, el regulador fue probado para cambios en la señal de referencia. Se aplica una señal de referencia tipo escalón de 440 V a 220 V a una frecuencia de 5 Hz. En la Figura 4.21 se muestra la respuesta transitoria del controlador en lazo cerrado.

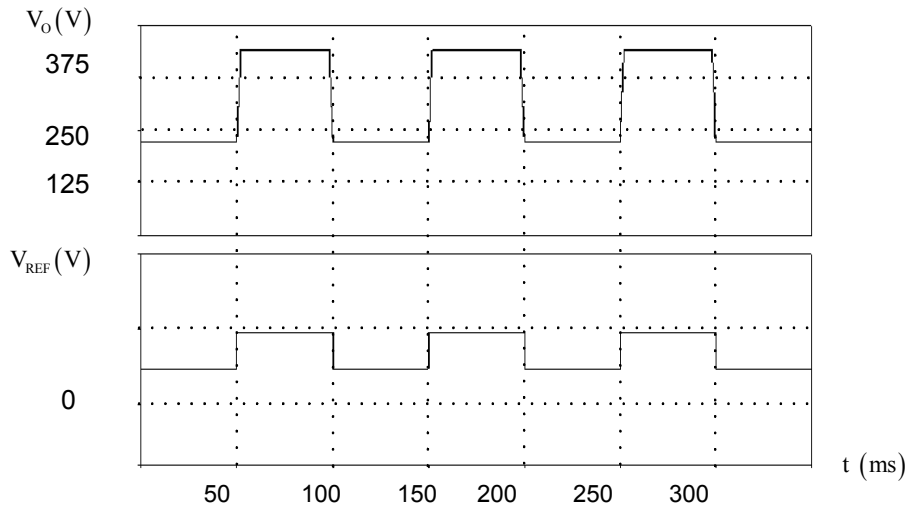


Figura 4.21. Respuesta transitoria del voltaje de salida para cambio tipo escalón en la señal de referencia. **(Superior a inferior)** Voltaje de salida y señal proporcional de referencia. (125 V/div, 2.5 V/div), (Tiempo: 50 ms).

La respuesta en estado estable se alcanza en un tiempo aproximado de 2 ms, lo cual resulta en una razón de cambio de voltaje de $\Delta V/\Delta t = 110 \text{ V/ms}$. Como puede observarse, la respuesta transitoria no contiene oscilaciones, lo cual muestra el buen funcionamiento y robustez del regulador.

4.4 PROCEDIMIENTO DE DISEÑO DE UN CONTROL PARA UN CONVERTIDOR DE N-ETAPAS

De acuerdo al efecto que los parámetros del compensador de alta ganancia ejercen sobre las funciones de transferencia de las variables de control del convertidor estudiado en las dos secciones anteriores es posible determinar un procedimiento de diseño para construir un regulador en modo corriente promedio:

- a) De acuerdo a la frecuencia del interruptor del convertidor conmutado, se calculan los valores de los elementos de retroalimentación del compensador de alta ganancia.
- b) Se selecciona el valor de la ganancia N del lazo de retroalimentación de corriente de manera que se amortigüe el pico de resonancia de menor frecuencia de la función de transferencia $\tilde{v}_O(s)/v_{\text{CONTROL}}(s)$.
- c) Se elige el valor de la ganancia K_p de manera que la ganancia del lazo de corriente muestre estabilidad y robustez. Este valor se sintoniza al variar la resistencia de entrada del compensador de alta ganancia.
- d) Una vez que por medio del lazo de corriente se ha modificado la dinámica del lazo interno a la de un sistema de primer orden con un polo dominante, se procede a diseñar para el lazo exterior un controlador convencional para proporcionarle las características adecuadas de regulación.

La validez del procedimiento de diseño propuesto anteriormente se comprueba mediante los resultados obtenidos al utilizarlo para diseñar un controlador tanto para un convertidor de dos etapas como para uno de tres etapas. Por medio de las simulaciones obtenidas se comprueban las buenas características de regulación y robustez de los reguladores, las cuales se validarán en un prototipo experimental en el siguiente capítulo. El diseño del controlador se ha realizado cerrando un lazo a la vez, garantizando estabilidad y robustez; sin embargo, en el Apéndice A se presenta una prueba de estabilidad usando técnicas de sistemas lineales.

Capítulo 5

Resultados experimentales en un regulador conmutado

Una parte muy importante del diseño de reguladores lo constituye la implementación física, que nos permite comprobar en forma experimental los resultados teóricos. Es por demás importante que los reguladores propuestos no solo sean un buen ejemplo de tipo académico, sino que además puedan en un momento dado, satisfacer necesidades que se presentan en aplicaciones prácticas. Por esta razón es importante el valor de los voltajes manejados, la relación de conversión del voltaje, la potencia del regulador y el tipo de pruebas experimentales al que se somete al regulador para estudiar su comportamiento.

Aunado a las anteriores necesidades, la implementación física presenta otros retos tales como la construcción y/o selección precisa de elementos del circuito del regulador (inductores y capacitores), circuitos integrados y la selección adecuada del MOSFET y diodos de recuperación rápida. Esta última selección resulta decisiva en la construcción del regulador ya que las pérdidas de potencia producidas por estos elementos se reflejan en la eficiencia total del mismo. Igualmente este tipo de elementos son una limitante importante para la construcción ya que en el mercado en ocasiones no se encuentran fácilmente disponibles interruptores de las características necesarias tanto en rango de voltaje, rango de corriente manejada o resistencia interna.

En el presente capítulo, además de la implementación física y las pruebas experimentales de un regulador en modo-corriente promedio, se diseña y comparan resultados experimentales del mismo regulador controlado en modo-voltaje. El propósito de esta comparación es observar si efectivamente se obtiene una mejor respuesta dinámica al utilizarse el control modo-corriente.

5.1 REGULADOR CUADRÁTICO ELEVADOR [30]

Para la realización de pruebas experimentales, se implementó el regulador cuadrático elevador en modo corriente promedio cuyo circuito se muestra en la Figura 4.4 y sus principales características en la tabla 5.1.

Tabla 5.1 Características de un convertidor elevador cuadrático prototipo.

Parámetro	Valor
Voltaje de entrada	9 V
Voltaje de salida	48 V
Ciclo de trabajo	0.566
Carga nominal	46 Ω
Potencia	50 Watts
Frecuencia de conmutación	50 KHz.
Rizo máximo en la corriente de los inductores	15 %
Rizo máximo en el voltaje de los capacitores	1 %

El interruptor PWM del convertidor está formado en su parte activa por un MOSFET IRF740 en el cual sus principales características son: voltaje de fuente a drenado $V_{DSS} = 400\text{ V}$, resistencia fuente a drenado encendido $R_{DS} = 0.55\ \Omega$, voltaje de drenado a compuerta $V_{DGR} = 400\text{ V}$, voltaje de fuente a compuerta $V_{GS} = \pm 20\text{ V}$, corriente de drenado $I_D = 10\text{ A}$, tiempo de encendido $t_{don} = 14\ \eta\text{s}$, tiempo de apagado $t_{doff} = 50\ \eta\text{s}$; mientras que en su parte pasiva utiliza un diodo de recuperación rápida MUR 1560 con las siguientes características: voltaje pico inverso repetitivo $V_{RRM} = 600\text{ V}$, corriente $I_o = 15\text{ A}$ y tiempo de recuperación $t_{rr} = 35\ \eta\text{s}$. El comparador utilizado es un LM311. Los amplificadores operacionales son TL081 y como interruptor para cambios en la carga un MOSFET IRF740. Las gráficas de voltajes a considerar se obtienen mediante un osciloscopio Tektronics TDS 3034B.

5.1.1 Resultados experimentales

Inicialmente se obtuvieron las gráficas de las corrientes de los dos inductores y de los voltajes en los dos capacitores del convertidor cuadrático elevador. En la Figura 5.1 se observan las formas de onda de la corriente de los inductores. Para el primer inductor la corriente promedio tiene un valor de 6.24 A, el valor pico superior es de 6.96 A y el valor pico inferior de 5.44 A, por lo que se tiene un porcentaje de rizo de 12.1 %. Para el segundo inductor la corriente tiene un valor promedio de 2.39 A, el valor pico superior es de 2.88 A y el valor pico inferior de 2.08 A, por lo que tiene un porcentaje de rizo de 16.7 %.

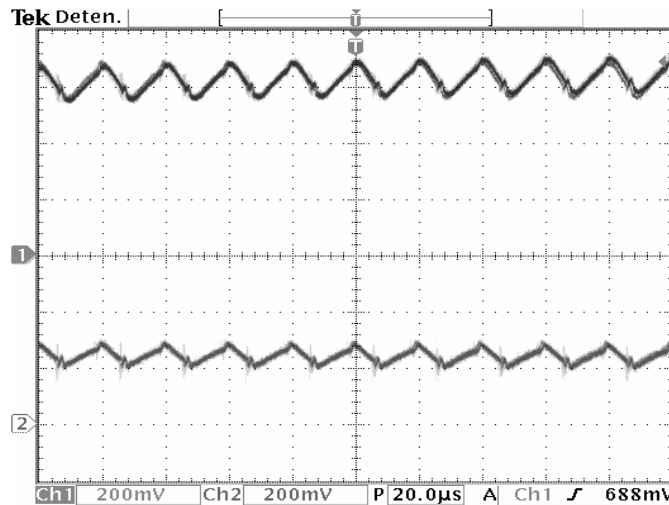


Figura 5.1 Corriente de los inductores del convertidor cuadrático elevador prototipo. **(Superior a inferior)** Corriente del primer inductor y corriente del segundo inductor (200 mA/div) (Tiempo 20 ms).

En la Figura 5.2 se muestra únicamente a detalle la onda del rizo en el voltaje de los capacitores, y por está razón, se ha retirado el valor de CD de los mismos. Para el primer capacitor el valor promedio del voltaje es de 18.3 V, con un valor pico superior de 170 mV con respecto a la referencia y un valor pico inferior de -220 mV, con respecto a la misma referencia, por lo que se tiene un porcentaje de rizo en el voltaje de primer capacitor de 1.06 %. Para el segundo capacitor el valor promedio del voltaje es de 48.1, con un valor pico superior de 200 mV con

Resultados experimentales en un regulador conmutado

respecto a la referencia y un valor pico inferior -260 mV con respecto a la misma referencia, por lo que se tiene un porcentaje de rizo en el voltaje del capacitor de salida de 0.47 %.

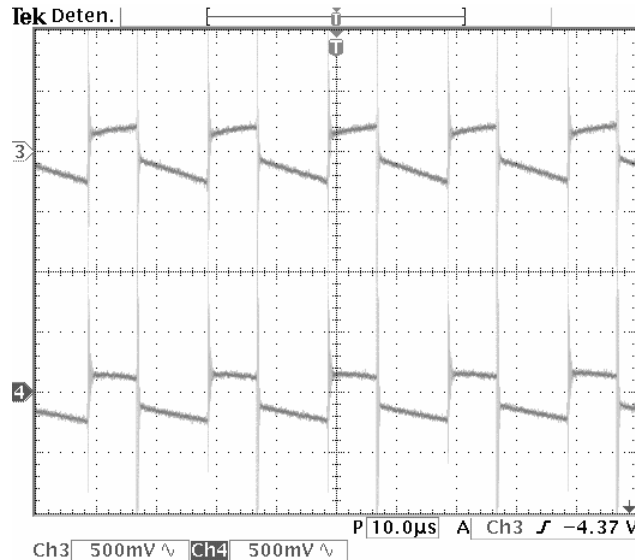


Figura 5.2 Rizos de voltaje de los capacitores del convertidor cuadrático elevador prototipo. **(Superior a inferior)** Rizo segundo capacitor y rizo primer capacitor (500 mV/div) (Tiempo 10 ms).

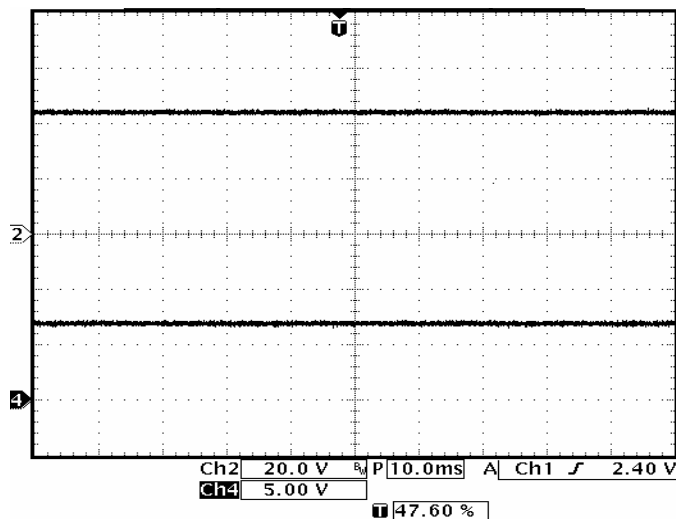
Posteriormente, para mostrar el funcionamiento del controlador, el regulador se probó para diversas condiciones de operación. La primera de ellas permite comprobar la regulación que proporciona el sistema de control al voltaje de salida a cambios en el voltaje de entrada. Este tipo de cambios pueden presentarse en la práctica en dos formas. La primera al alimentar al sistema por medio de un voltaje de corriente de CD proveniente de una fuente de corriente alterna rectificadas, la cual está expuesta a variaciones en la línea de alimentación. La segunda, en el caso de celdas de combustible o de tipo fotovoltaico, en las cuales el voltaje de alimentación a cada uno de los reguladores utilizados es diferente, pero el voltaje de salida debe presentar características de valor tal que le permitan conectarse en paralelo sin ningún problema.

Resultados experimentales en un regulador conmutado

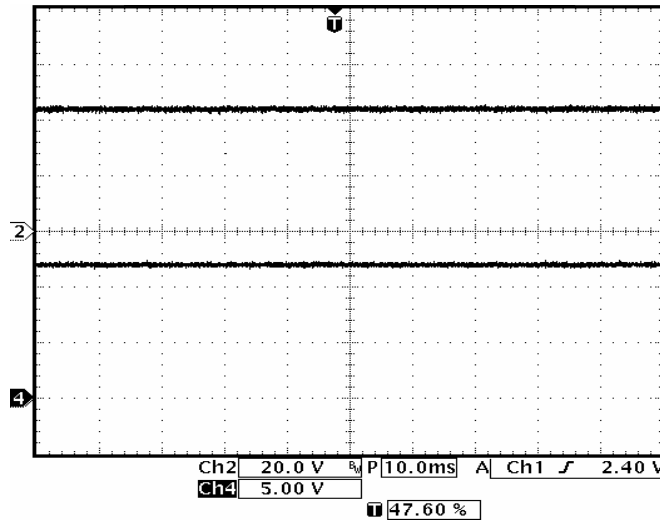
Inicialmente con el convertidor en lazo abierto, se suministraron dos voltajes de entrada de 7 V y 12 V, teniendo un voltaje de salida del convertidor de 38 V y 68 V respectivamente. Lo anterior verifica que no existe ningún tipo de regulación. En estas condiciones de operación se entrega a la carga una potencia que varía desde 30.7 W hasta 98.4 W.

A continuación se puso en operación el controlador, realizándose la misma prueba, cuyos resultados se muestran en la Figura 5.3. Como puede observarse en ella, el regulador tiene un buen funcionamiento. Bajo estas condiciones de operación el convertidor proporciona una potencia de salida de 50 W a la carga con un voltaje de salida v_o de 48 V para ambos valores de voltaje de entrada.

El regulador fue probado también para cambios en la carga de salida. Esta prueba es primordial para un regulador utilizado en la práctica, y es uno de los principales parámetros solicitados por todos los fabricantes de equipo electrónico dentro de las especificaciones de requerimientos de la fuente conmutada de alimentación a un componente o equipo. Esta necesidad surge debido a que el regulador conmutado debe presentar la suficiente robustez en su regulación al producirse diversos cambios en la carga de alimentación, provocados al encenderse o apagarse diversos dispositivos del equipo al cual esta alimentando.



(a)



(b)

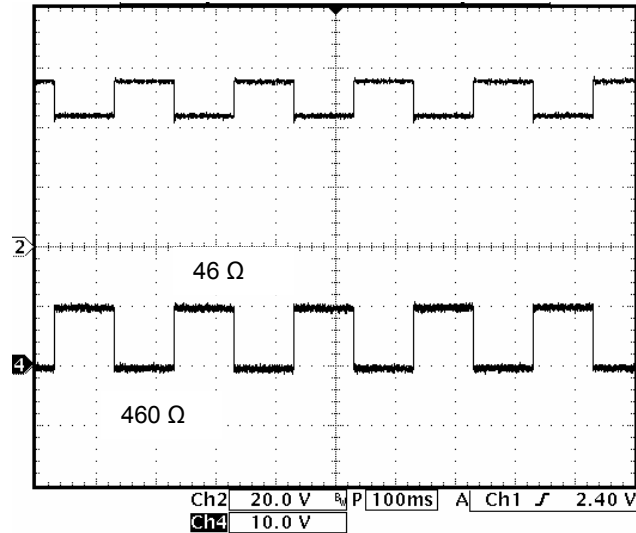
Figura 5.3. Voltaje de salida V_O en lazo cerrado para diversos valores de voltaje de entrada (**Superior a inferior**) Voltaje de salida y voltaje de entrada: a) $E = 7\text{ V}$, $V_O = 48\text{ V}$ (20 V/div, 5 V/div), y b) $E = 12\text{ V}$, $V_O = 48\text{ V}$ (20 V/div, 5 V/div), (Tiempo: 10 ms).

La carga nominal es de $46\ \Omega$ la cual se obtiene por medio de una resistencia de $460\ \Omega$ conectada en paralelo con una segunda resistencia de $51\ \Omega$. Cuando la segunda resistencia se desconecta por medio del MOSFET S2, el cual opera a una frecuencia de 5 Hz, se tiene como resultado una resistencia de carga de $460\ \Omega$. Este cambio ocasiona que la potencia de salida se reduzca a aproximadamente un 10 % de su valor nominal.

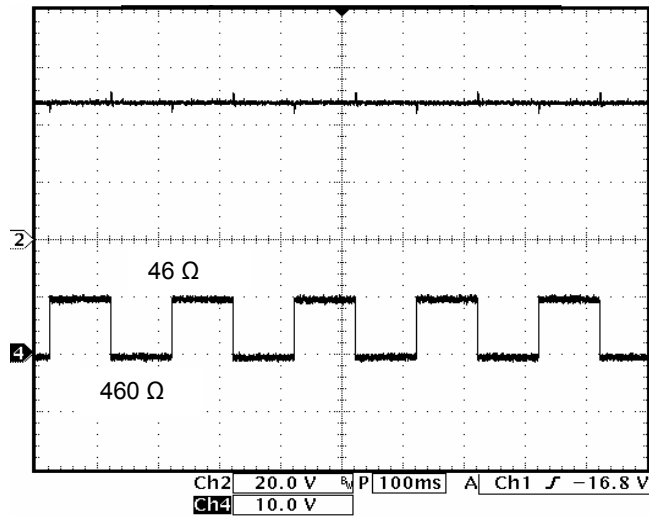
En la Figura 5.4 (a) se muestra el voltaje de salida V_O en lazo abierto para cambios en la carga de $46\ \Omega$ a $460\ \Omega$. En esta condición, el voltaje de salida muestra cambios tipo escalón de 44 V a 65 V de acuerdo a los cambios de carga.

En la Figura 5.4 (b) se muestran los resultados al utilizarse el control modo-corriente en el regulador y aplicarle los mismos cambios de carga. El voltaje de salida permanece en 48 V, lo que muestra que el regulador tiene un buen funcionamiento. Cuando la carga cambia a $460\ \Omega$, la corriente de salida se reduce a aproximadamente un 10% de su valor nominal por lo que el regulador

Resultados experimentales en un regulador conmutado suministra en estas condiciones una potencia de salida de 5 W. Además es interesante observar en la Figura 5.4 (b) los transitorios que se producen al hacer los cambios de carga, los cuales son de muy pequeño valor y se producen de manera prácticamente instantánea.



(a)



(b)

Figura 5.4. Respuesta transitoria para cambios tipo escalón en la carga de $46\ \Omega$ a $460\ \Omega$ en lazo abierto. **(Superior a inferior)** Voltaje de salida y señal de activación del MOSFET S_2 (20 V/div, 10 V/div): (a) lazo abierto, y (b) lazo cerrado (Tiempo: 100 ms).

Dentro de las probables aplicaciones que puede tener un regulador conmutado, es su utilización dentro de una fuente con varios valores de voltaje de salida para el mismo valor de voltaje de entrada. Esta variación de voltaje se obtiene cambiando la señal utilizada como referencia del voltaje de salida. Bajo estas condiciones el regulador debe mantener sus características de regulación, mostrando así su robustez. Adicionalmente debe proporcionar una respuesta transitoria rápida y sin oscilaciones. La rapidez del cambio de voltaje con respecto del tiempo ($\Delta V/\Delta t$) es otra de las principales especificaciones sobre las características de una fuente conmutada solicitada por los fabricantes de dispositivos electrónicos.

Por la razón señalada anteriormente, el regulador se probó también para cambios en la señal de referencia. Se aplica una señal cuadrada a una frecuencia de 5 Hz como señal de voltaje de referencia, de manera que el voltaje de salida varía de 48 V a 32 V. En la Figura 5.5 se muestra la respuesta transitoria, la cual alcanza un valor de sobretiro máximo de un 5% con un tiempo de crecimiento de 2 ms, alcanzando la respuesta en estado estable en 3 ms. Se observa además que la respuesta transitoria no contiene oscilaciones. El $\Delta V/\Delta t$ será en este caso de 5 V/ms.

5.2 DISEÑO DE UN CONTROLADOR MODO-VOLTAJE

Para propósitos de comparación, se diseñó un compensador convencional PI bajo el esquema de control modo-voltaje, cuyo diagrama de bloques se muestra en la Figura 5.6. En este diagrama v_p representa el valor de la rampa del oscilador, H la red del divisor de voltaje y $K(s)$ la función de transferencia del controlador-PI. El diseño del lazo de voltaje se basa igualmente en el criterio de la ganancia de lazo mencionado en el Capítulo 4.

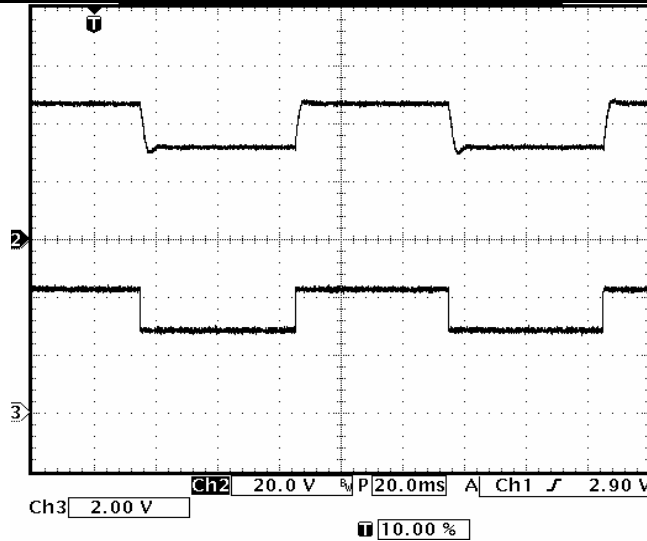


Figura 5.5 Respuesta transitoria para cambios tipo escalón en el voltaje de referencia. **(Superior a inferior)** Voltaje de salida y referencia de voltaje proporcional (20 V/div, 2 V/div) (Tiempo: 20 ms).

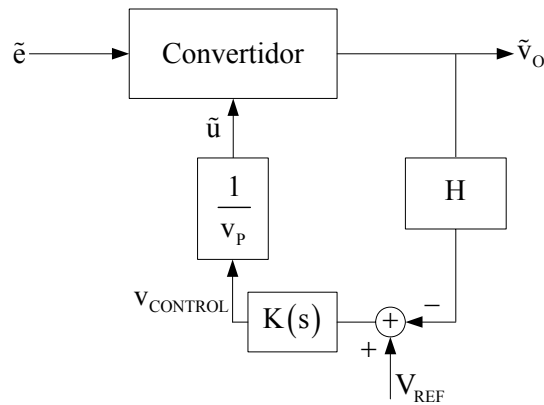


Figura 5.6 Diagrama de bloques control modo-voltaje.

Como puede observarse en el diagrama de bloques, en este tipo de controlador se retroalimenta únicamente el voltaje de salida. Como se indicó en la sección 4.2, la función de transferencia voltaje de salida/ciclo de trabajo $\tilde{v}_o(s)/\tilde{u}(s)$ del convertidor elevador cuadrático prototipo tiene tres ceros localizados en el lado derecho del plano-s en $\{21332, 675 \pm j6637\}$, y por lo tanto, es de fase no mínima.

Bajo las condiciones antes indicadas, se hizo la mejor elección posible del controlador para que la estabilidad del regulador se mantenga. Utilizando los

criterios de diseño mencionados en la sección 4.2 para el controlador-PI convencional, se encuentra que la función de transferencia resultante está dada por $K(s) = .01(1 + 10000/s)$. En esta función de transferencia, claramente se observa que la ganancia proporcional es mucho más baja que la que se obtuvo para el controlador-PI en el control modo-corriente. En el caso del control modo-voltaje, el valor de la frecuencia de corte del cero $\omega_z = 1/R_C C_C = 1/T_i$ puede elegirse muy cercana a la frecuencia del primer pico de resonancia; sin embargo, debido, a la existencia de los otros picos de resonancia, la ganancia proporcional debe reducirse para garantizar estabilidad. En el caso estudiado se utilizan los mismos valores de los elementos de la red divisora de voltaje que son $R_1 = 22 \text{ K}\Omega$ y $R_2 = 2.2 \text{ K}\Omega$, y los valores de los elementos de controlador-PI son $C_F = 10 \text{ nf}$, $R_F = 10 \text{ K}\Omega$ y $R_i = 1 \text{ M}\Omega$.

La ganancia proporcional se elige de manera que la ganancia del primer pico de resonancia quede por debajo de cero decibeles. Para lograr este objetivo, su valor es muy pequeño y ocasiona que el ancho de banda disminuya drásticamente. En el caso del control modo-corriente, la adición del lazo interno de corriente suaviza drásticamente el primer pico de resonancia lo que permite una ganancia proporcional mayor. Por efecto de una ganancia proporcional alta, el error de amplificación proporciona una señal de gran valor al compensador; y por lo tanto, la correspondiente señal hacia el modulador tendrá una respuesta transitoria más rápida.

En la Figura 5.7 se muestra el diagrama de Bode de la ganancia de lazo del convertidor cuadrático elevador utilizado como prototipo. En ella se encuentra que el sistema es estable, tiene una caída de -20 dB/dec en la región de 0 a 200 Hz, con un margen de fase de 89 grados y un margen de ganancia de 0.89 dB. Es interesante observar que aún cuando se proponen valores óptimos del tiempo de integración y de la ganancia del controlador-PI, el ancho de banda es mucho menor que el que se observa en la Figura 4.7 de la sección 4.2 correspondiente al controlador en modo-corriente promedio. Para el caso estudiado en esta sección,

el ancho de banda es de 65 Hz, mientras que en el mencionado anteriormente es de 138 Hz.

Adicionalmente el margen de ganancia, es demasiado pequeño y el regulador presenta poca robustez ante cambios de carga. Este margen de ganancia podría aumentarse si se disminuye la ganancia proporcional, pero este cambio provoca que se disminuya el ancho de banda teniendo como consecuencia la disminución en la rapidez de la respuesta del regulador, lo cual no es conveniente.

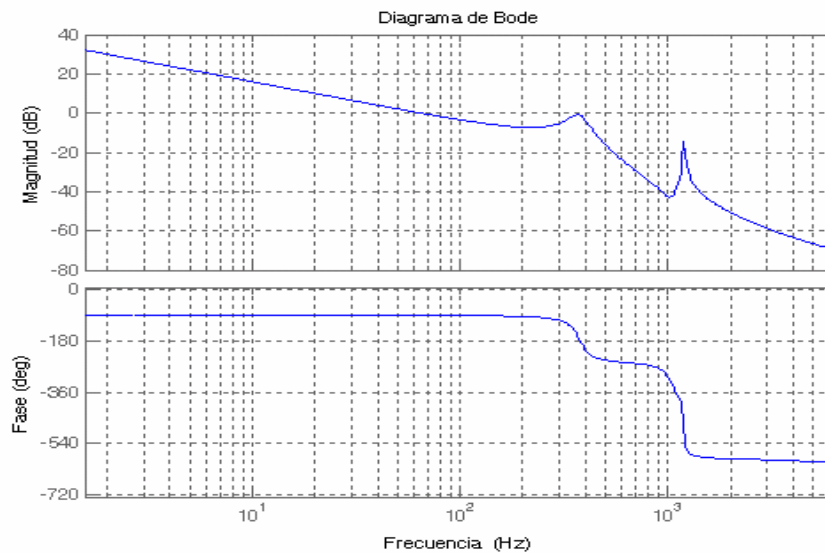


Figura 5.7. Ganancia de lazo del regulador elevador cuadrático en control modo-voltaje.

5.2.1 Resultados experimentales

Como se señala al inicio del presente capítulo, el interés de mismo es comparar el comportamiento de un regulador modo-corriente contra un regulador modo-voltaje. De manera teórica es conocido que el regulador modo-corriente presenta mejores características en la rapidez de la respuesta transitoria.

Primeramente el regulador modo-voltaje se probó para cambios en la carga de salida. En la Figura 5.8 se observa que el voltaje de salida presenta una respuesta oscilatoria después de producirse un cambio en la carga de salida. Se

presenta un sobretiro máximo de 6 V con un tiempo de crecimiento de 4 ms y un tiempo de establecimiento de 60 ms.

Comparando este resultado con el obtenido para el control modo-corriente mostrado en la Figura 5.4 (b), se encuentra que efectivamente la respuesta transitoria en el modo-voltaje es mucho más lenta y presenta oscilaciones que pueden provocar problemas en la operación del dispositivo o dispositivos que se están alimentando con el voltaje de salida.

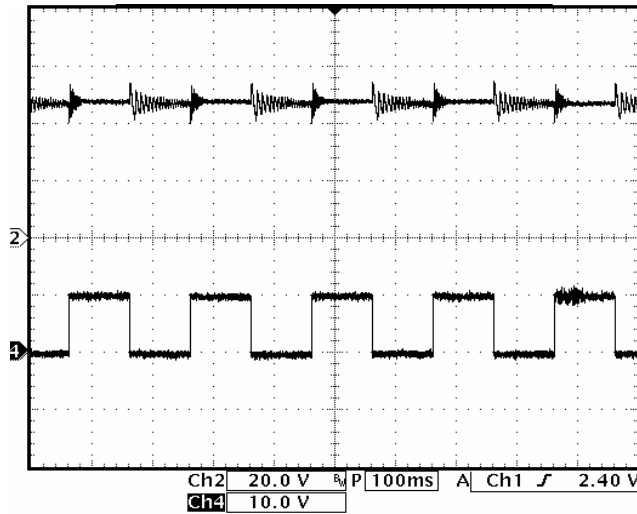


Figura 5.9. Respuesta transitoria para el control en modo-voltaje para cambios en la carga de salida de 46Ω a 460Ω : **(Superior a inferior)** Voltaje de salida y señal al MOSFET S_2 (20 V/div, 10 V/div) (Tiempo: 100 ms).

Con el mismo propósito de comparación de la respuesta transitoria, se probó el regulador para cambios en la señal del voltaje de referencia, variándose esta señal de 48 V a 32 V. Como puede observarse en la Figura 5.10, la respuesta transitoria del voltaje de salida presenta un sobretiro de 12 V, con un tiempo de crecimiento de 3 ms y un tiempo de establecimiento de una respuesta oscilatoria de aproximadamente 23 ms.

Resultados experimentales en un regulador conmutado

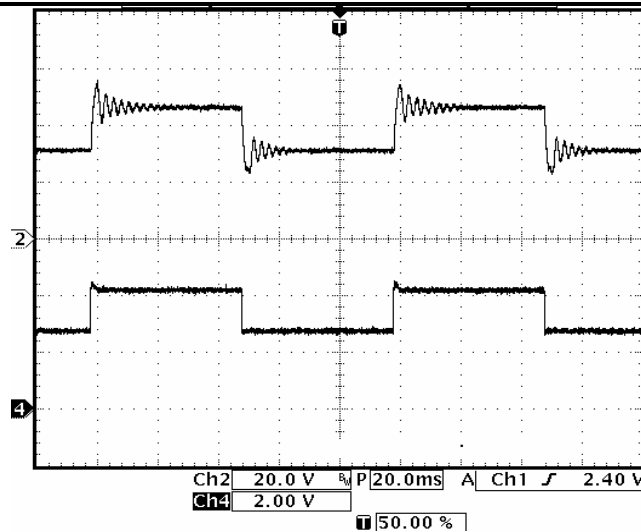


Figura 5.10. Respuesta transitoria para cambios tipo escalón en la referencia de voltaje: **(Superior a inferior)** Voltaje de salida y referencia de voltaje proporcional. (20 V/div, 2 V/div) (Tiempo: 20 ms).

Comparando esta respuesta con la mostrada en la Figura 5.6, se encuentra que la respuesta transitoria del control modo-voltaje es mucho más lenta que la mostrada en el modo-corriente e igualmente las oscilaciones del voltaje de salida pueden provocar problemas al o los dispositivos a los que alimenta este voltaje.

Se concluye por lo tanto, que efectivamente el control modo-corriente proporciona un voltaje de salida con buenas características de regulación así como con mejores características dinámicas en la respuesta transitoria. Lo anterior, traerá como resultado menores esfuerzos a los dispositivos alimentados con el voltaje que se obtiene del regulador conmutado, los cuales tendrán un efecto determinante tanto en su funcionamiento como en el tiempo de vida útil.

Capítulo 6

Conclusiones

6.1 CONCLUSIONES

Actualmente existen necesidades de amplios rangos de conversión de voltaje en reguladores conmutados. Un enfoque para resolver este problema propone el uso de ciclos de trabajo extremadamente bajos (convertidor reductor) o muy altos (convertidor elevador); sin embargo, presentan múltiples problemas por tenerse tiempos de encendido o apagado muy pequeños en los elementos de conmutación. También se propone como solución el uso de transformadores dentro de las configuraciones, pero estos producen grandes picos en el voltaje aplicado a los elementos de conmutación así como el uso de circuitos de control más complicados.

Otra posible solución al problema de amplio rango de conversión la ofrece el uso de n -convertidores convencionales conectados en cascada, siendo su principal inconveniente la complejidad del sistema de control utilizado al construir el regulador conmutado. Para evitar el uso de n -interruptores activos, basados en el concepto de celda de interrupción, se proponen configuraciones tanto para un convertidor reductor de n -etapas [24] como para un convertidor elevador de n -etapas, las cuales emplean un solo interruptor activo. Estas configuraciones presentan eficiencias ligeramente superiores a las de los convertidores con n -interruptores activos, pero al tener un solo interruptor activo su sistema de control es mucho más sencillo.

Aplicando técnicas convencionales de análisis de circuitos, se encuentran las relaciones de rizados en la corriente de los inductores, rizados en los voltajes de los capacitores y valores de los inductores para condiciones de conducción continua. Así mismo, se aplican técnicas de modelado en espacio de estados obteniendo un modelo conmutado lineal y uno de tipo promedio no lineal para las configuraciones

propuestas. Adicionalmente, se encuentra el modelo promedio lineal o de señal pequeña de las mismas, el cual es válido únicamente para frecuencias menores a la mitad de la frecuencia de conmutación del elemento activo [34].

En cuanto a la estabilidad del modelo promedio lineal, tanto por el método clásico de análisis de funciones de transferencia como por la aplicación de la teoría de Lyapunov y el teorema de invarianza de Krasovskii-LaSalle, se verifica que este es asintóticamente estable, independientemente del valor de los elementos del circuito y del ciclo de trabajo [28, 29]. Igualmente se analiza la sensibilidad de los convertidores de n -etapas, encontrando que ésta se incrementa linealmente con respecto al número de etapas del convertidor.

Así mismo, se encuentra que la función de transferencia de la corriente del primer inductor/ciclo de trabajo es de fase mínima, para valores típicos de construcción del convertidor. Las funciones de transferencia de la corriente de los $(n - 1)$ – inductores/ciclo de trabajo restantes y las funciones de transferencia de los voltajes de los n – capacitores/ciclo de trabajo son de fase no mínima (tienen ceros en el lado derecho del plano- s).

Por las características de fase mínima de la función de transferencia corriente del primer inductor/ciclo de trabajo, la corriente del primer inductor se propone para retroalimentación dentro de un esquema de control modo-corriente promedio. La estabilidad y desempeño del sistema convertidor-controlador se analiza por medio del método clásico de la ganancia de lazo. Se encuentra que para esta clase de convertidores, el valor de la ganancia proporcional del compensador de alta ganancia determina el amortiguamiento de la función de transferencia al cerrarse el lazo de corriente. Además, se muestra que la ganancia N del sensor de corriente, tiene una gran influencia en la estabilidad del sistema resultante, el cual es predominantemente de primer orden. Para garantizar el desempeño del regulador propuesto, en el lazo externo, o de voltaje, se utiliza un controlador-PI convencional [40]. La estabilidad del sistema resultante al cerrar los lazos de corriente y de voltaje se garantiza, de manera adicional a los métodos frecuenciales, por técnicas de sistemas lineales que se aplican fácilmente.

Por medio de los resultados experimentales, tanto en lazo abierto como en lazo cerrado, para un regulador cuadrático elevador en modo-corriente promedio [30] se muestran las buenas características de regulación y robustez del mismo ante diversas condiciones de operación. Adicionalmente, por medio de resultados experimentales, se verifica que el regulador diseñado en modo-corriente presenta una mejor respuesta dinámica que uno diseñado en modo-voltaje.

6.2 TRABAJO A FUTURO

En este trabajo los convertidores de n-etapas tanto reductores como elevadores fueron modelados exclusivamente en MCC por lo que queda abierto el modelado tanto de tipo no lineal como lineal en MCD, lo cual permite entre otras aplicaciones el uso de estos convertidores en corrección de factor de potencia. Así mismo puede realizarse el modelado de estos convertidores incluyendo las resistencias, inductancias y capacitancias parásitas de los elementos del circuito.

Resultaría por demás interesante realizar el estudio comparativo entre las eficiencias de convertidores de n-etapas con n-interruptores y los de n-etapas con un solo interruptor activo, incluyendo la posibilidad de uso de otros tipos de combinaciones de elementos activos y pasivos que formen circuitos equivalentes a las configuraciones estudiadas.

Los resultados obtenidos para los controladores modo-corriente promedio y modo-voltaje propuestos, pueden servir para comparar en un futuro los resultados que se obtengan para reguladores implementados mediante el uso de estrategias de control de tipo no lineal.

Finalmente, los modelos no lineales propuestos pueden estudiarse bajo enfoques de tipo geométrico o conmutado que permitan el estudio de su comportamiento caótico y su aplicación en áreas no clásicas de la electrónica de potencia.

Apéndice A

Análisis de estabilidad del regulador conmutado

Un sistema lineal invariante en el tiempo de dimensión finita puede ser descrito por un sistema de ecuaciones de la forma:

$$\dot{x} = Fx + Gv \quad (\text{A.1a})$$

$$y = Hx + D \quad (\text{A.1b})$$

en el cual $x(t) \in \mathbb{R}^n$ son los estados del sistema, $v(t) \in \mathbb{R}^m$ las entradas, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ las salidas. Las matrices F , G , H y D son matrices constantes reales de dimensiones apropiadas.

El objetivo principal de la construcción de un sistema retroalimentado, es proporcionar a la planta exactitud en su respuesta; sin embargo, una estructura inadecuada de retroalimentación puede inclusive provocar la inestabilidad de un sistema que inicialmente no lo era. Por esta razón, existen varias consideraciones que deben hacerse al diseñar un sistema retroalimentado.

Para efecto de estudiar la estabilidad del sistema de un regulador conmutado que contiene un convertidor de n -etapas con un solo interruptor activo, se considera el diagrama mostrado en la Figura A.1. En el lazo de corriente, K_p representa la ganancia del compensador, ω_z la frecuencia a la que se coloca el cero del mismo compensador, N la ganancia del lazo de corriente, V_p representa el valor de la rampa de estabilización, \tilde{v}_{r1} el voltaje de referencia proveniente del lazo de voltaje, \tilde{e}_1 el error del lazo de corriente y \tilde{u} la señal de control del convertidor. En el lazo de voltaje, K_{pC} y T_i representan la ganancia y el tiempo integrativo del controlador-PI respectivamente, ω_p la frecuencia a la que se coloca

el polo del compensador de alta ganancia, \tilde{e}_2 el error del lazo de voltaje y \tilde{v}_{REF} el voltaje de referencia del regulador.

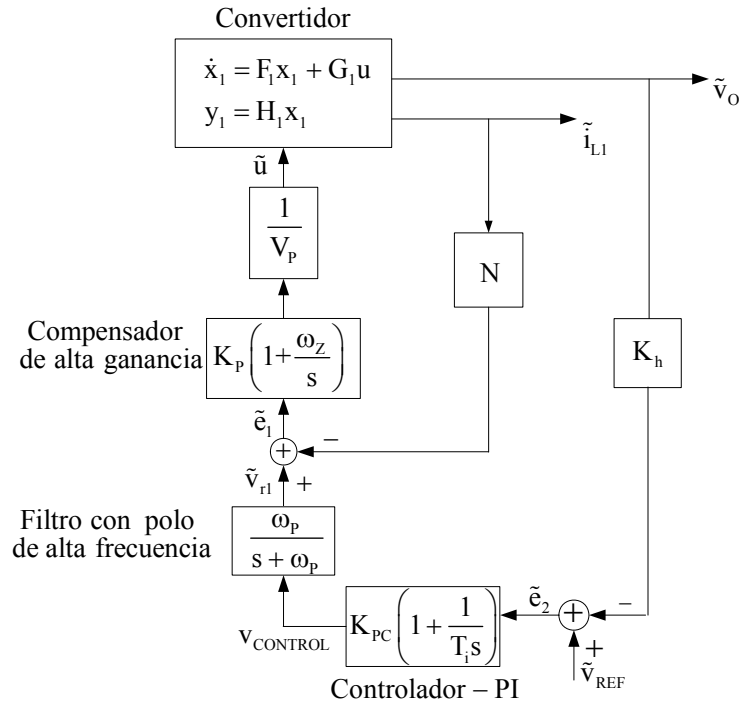


Figura A1. Diagrama de bloques del regulador conmutado propuesto.

Inicialmente se estudia el lazo de corriente. La planta para el sistema propuesto es el convertidor elevador de n-etapas, que tiene un sistema de ecuaciones dado por:

$$\dot{x}_1 = F_1 x_1 + G_1 u \tag{A.2a}$$

$$y_1 = H_1 x \tag{A.2b}$$

donde $x_1^T(t) = [\tilde{i}_{L1} \ \dots \ \tilde{i}_{Ln} \ \tilde{v}_{C1} \ \dots \ \tilde{v}_{Cn}] \in R^{2n}$ es el vector de estados y n el número de etapas del convertidor. Los valores F_1 y G_1 están dados por:

$$F_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -(1-U)/L_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1/L_2 & -(1-U)/L_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 & 0 & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 1/L_n & -(1-U)/L_n \\ (1-U)/C_1 & -1/C_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (1-U)/C_2 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & -1/C_{n-1} & 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & (1-U)/C_n & 0 & \dots & 0 & -1/RC_n \end{bmatrix}$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} E/(1-U)L_1 \\ E/(1-U)^2 L_2 \\ \vdots \\ E/(1-U)^n L_n \\ -E/(1-U)^{2n} RC_1 \\ -E/(1-U)^{2n-1} RC_2 \\ \vdots \\ -E/(1-U)^{n+1} RC_n \end{bmatrix}$$

donde F_1 es la matriz del sistema de dimensiones $2n \times 2n$ y G_1 un vector columna de entradas de dimensión $2n$.

La señal de control al convertidor proveniente de la señal de error del lazo de corriente está dada por:

$$\tilde{u}(s) = \frac{K_P}{V_P} \left(1 + \frac{\omega_Z}{s}\right) \tilde{e}_1(s). \quad (A.3)$$

Esta señal puede ser expresada en variables de estado [41, Cap.3] de la siguiente forma:

$$\dot{x}_2 = F_2 x_1 + G_2 \tilde{e}_1 \quad (A.4a)$$

$$\tilde{u} = H_2 x_2 + D_2 \tilde{e}_1 \quad (A.4b)$$

en donde $x_2(t) \in \mathbb{R}$ es el estado. Los parámetros de la anterior representación están dados por:

$$F_2 = [0], \quad G_2 = [1], \quad H_2 = [(K_P \omega_Z)/V_P], \quad D_2 = [K_P/V_P]$$

los cuales son escalares.

Combinando las ecuaciones del convertidor (A.2), las del controlador de alta ganancia (A.4) y la señal de error dada por $\tilde{e}_1 = \tilde{v}_{r1} - \tilde{l}_1$, se obtiene el sistema de ecuaciones para representar el lazo cerrado de corriente de la forma:

$$\dot{x}_3 = F_3 x_3 + G_3 \tilde{v}_{r1} \quad (\text{A.5a})$$

$$\tilde{v}_0 = H_3 x_3 \quad (\text{A.5b})$$

donde $x_3^T(t) = [x_1^T \quad x_2] \in \mathbb{R}^{2n+1}$ es el vector de estados. Los parámetros de la anterior representación están dados por:

$$F_3 = \begin{bmatrix} F_1 - (NK_P/V_P)G_1 & (K_P\omega_Z/V_P)G_1 \\ -N[1 \quad 0 \quad \dots \quad 0] & 0 \end{bmatrix}, G_3 = \begin{bmatrix} [(K_P/V_P)G_1] \\ 1 \end{bmatrix}, H_3 = [0 \quad \dots \quad 0 \quad 1 \quad 0]$$

en donde la matriz F_3 es de dimensiones $(2n+1) \times (2n+1)$, G_3 un vector columna de dimensión $(2n+1)$ y H_3 un vector renglón de dimensión $(2n+1)$.

Una vez encontrado el sistema que se obtiene al cerrar el lazo de corriente, se procede a considerar el sistema resultante cuando se cierra el lazo de voltaje. La expresión para el sistema que representa el lazo cerrado de corriente del convertidor se obtuvo anteriormente, por lo que solo resta encontrar la expresión que representa al controlador-PI y al filtro con el polo de alta frecuencia, la cual tiene la siguiente forma:

$$\dot{x}_4 = F_4 x_4 + G_4 \tilde{e}_2 \quad (\text{A.6a})$$

$$\tilde{v}_{r1} = H_4 x_4 + D_4 \tilde{e}_2 \quad (\text{A.6b})$$

en donde $x_4(t) \in \mathbb{R}^2$ es el vector de estados. Las matrices F_4 , G_4 y H_4 se obtienen a partir de la función de transferencia del controlador y el filtro con el polo de alta frecuencia [41, Cap.3], la cual está dada por $\tilde{v}_{r1}(s) = (K_{PC}\omega_p)(s + 1/T_i)/(s^2 + \omega_p s)\tilde{e}_2(s)$ y son:

$$F_4 = \begin{bmatrix} -\omega_p & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad G_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad H_4 = [K_{PC}\omega_p \quad K_P\omega_p/T_i], \quad D_4 = [0]$$

en donde la matriz F_4 es de dimensiones 2×2 , G_4 un vector columna de dimensión 2, H_4 un vector renglón de dimensión 2 y D_4 un escalar de valor cero.

Finalmente solo basta combinar (A.5) y (A.6) con la señal de error de lazo de voltaje $\tilde{e}_2 = \tilde{v}_{REF} - K_h \tilde{v}_O$, para obtener la representación total del regulador en lazo cerrado la cual queda dada por:

$$\dot{x}_R = F_R x_R + G_R V_{REF} \quad (A.7a)$$

$$y = H_R x_R + D_R V_{REF} \quad (A.7b)$$

en donde $x_R^T(t) = [\tilde{i}_{L1} \quad \dots \quad \tilde{i}_{Ln} \quad \tilde{v}_{C1} \quad \dots \quad \tilde{v}_{C2} \quad x_2 \quad x_4^T] \in \mathbb{R}^{2n+3}$ es el vector de estados. Las matrices del sistema están dadas por:

$$F_R = \begin{bmatrix} [F_1 - (NK_P/V_P)G_1[1 \ 0 \ \dots \ 0]] & [(K_P\omega_z/V_P)G_1] & [(K_P/V_P)G_1][K_{PC}\omega_p \quad K_{PC}\omega_p/T_i] \\ -N[1 \ 0 \ \dots \ 0] & 0 & [1] \\ -K_h \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} [0 \ \dots \ 0 \ 1] & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -\omega_p & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$G_R = \begin{bmatrix} [(K_P/V_P)G_1] \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad H_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_R = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

en donde F_R es una matriz de dimensiones $(2n+3) \times (2n+3)$, G_R un vector columna de dimensión $2n+3$, H_R una matriz de dimensión $(2n+3) \times 2$, y D_R un vector columna de dimensión 2 y valor cero.

La estabilidad del regulador conmutado propuesto se verifica analizando los valores propios de la matriz F_R . Si todos sus valores propios están localizados en el lado izquierdo del plano-s se asegura que el sistema en lazo cerrado sea estable.

Así mismo es importante mencionar que si bien en el sistema de ecuaciones (A.2) se propone la representación de un convertidor elevador de n-etapas, debido a que en la sección de ejemplos se verifica la estabilidad de los dos reguladores conmutados propuestos en el Capítulo 4, los anteriores resultados son también válidos para el convertidor reductor de n-etapas cuyas ecuaciones se proporcionan en la Sección 2.4 del Capítulo 2.

Ejemplo A.1.

El resultado anterior se aplica primeramente al regulador cuadrático elevador mostrado en la Figura 4.4 del Capítulo 4 para verificar la estabilidad del regulador. En base a los valores de los elementos utilizados en este regulador se obtiene la matriz F_R del sistema en lazo cerrado la cual está dada por:

$$F_R = \begin{bmatrix} -1.98 \times 10^9 & 0 & -4822.2 & 0 & 7.51 \times 10^{12} & 1.05 \times 10^{14} & 3.20 \times 10^{17} \\ -1.07 \times 10^9 & 0 & 2617.8 & -1136.1 & 4.07 \times 10^{12} & 5.74 \times 10^{13} & 1.74 \times 10^{17} \\ 4.74 \times 10^8 & -10000 & 0 & 0 & -1.79 \times 10^{12} & -2.53 \times 10^{13} & 7.67 \times 10^{16} \\ 6.24 \times 10^8 & 13152 & 0 & -658.76 & -2.36 \times 10^{12} & -3.33 \times 10^{13} & -1 \times 10^{17} \\ -1.2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 64029 & 1.94 \times 10^8 \\ 0 & 0 & 0 & -0.083 & 0 & -1.42 \times 10^5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

cuyos valores propios son:

$$\begin{bmatrix} -1.9827 \times 10^9 \\ -1.4068 \times 10^5 \\ -444.2 + j 8191 \\ -444.2 - j 8191 \\ -567.5 + j 318.5 \\ -567.5 - j 318.5 \\ -4545.5 \end{bmatrix}$$

Al obtenerse estos valores propios se verifica que efectivamente el regulador diseñado es estable al encontrarse todos sus valores propios en el lado izquierdo del plano-s.

Ejemplo A.2.

Se verifica igualmente la estabilidad del regulador elevador construido con un convertidor de tres etapas mostrado en la Figura 4.13 del Capítulo 4. En base a los valores de los elementos utilizados en este regulador se obtiene la matriz F_R del sistema en lazo cerrado la cual está dada por:

$$F_R = \begin{bmatrix} -1.99 \times 10^{10} & 0 & 0 & -5962.5 & 0 & 0 & 6.13 \times 10^{13} & 1.35 \times 10^{15} & 1.35 \times 10^{19} \\ -9.57 \times 10^9 & 0 & 0 & 2857 & -1362.9 & 0 & 2.93 \times 10^{13} & 6.47 \times 10^{14} & 6.47 \times 10^{18} \\ -4.54 \times 10^9 & 0 & 0 & 0 & 647.2 & -308.74 & 1.39 \times 10^{13} & 3.07 \times 10^{14} & 3.07 \times 10^{18} \\ 5.02 \times 10^9 & -30303 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.54 \times 10^{13} & -3.40 \times 10^{14} & -3.40 \times 10^{18} \\ 1.16 \times 10^{10} & 70147 & -1.47 \times 10^5 & 0 & 0 & 0 & -3.57 \times 10^{13} & -7.87 \times 10^{14} & -7.87 \times 10^{18} \\ 3.77 \times 10^{10} & 0 & 4.77 \times 10^5 & 0 & 0 & -2564.1 & -1.16 \times 10^{14} & -2.55 \times 10^{15} & -2.55 \times 10^{19} \\ -1.8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.21 \times 10^5 & 1.21 \times 10^9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0099 & 0 & -1.84 \times 10^5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

cuyos valores propios son:

$$\begin{bmatrix} -1.9966 \times 10^{10} \\ -1.8283 \times 10^5 \\ -989.12 + j 15093 \\ -989.12 - j 15093 \\ -190.23 + j 16847 \\ -190.23 - j 16847 \\ -1022.3 + j 683.9 \\ -1022.3 - j 683.9 \\ -5529.8 \end{bmatrix}$$

Todos los valores propios se encuentran en el lado izquierdo del plano-s; por lo tanto, se verifica que efectivamente el regulador diseñado es estable.

Bibliografía

- [1] R. W. Erickson and D. Maksimovic, *Fundamentals of Power Electronics*. Second Edition, Kluwer Academic Publishers, 2001.
- [2] N. Mohan, T. M. Undeland, and W. P. Robbins, *Power Electronics: Converters, Applications and Design*. New York, John Wiley & Sons, Third Edition, 2003.
- [3] P. T. Krein, *Elements of Power Electronics*, First Edition, Oxford University Press, 1998.
- [4] "VRM 8.1 DC-DC Converter", Design Guidelines, Intel, May 1997
- [5] L. Balogh, C. Bridge and Bill Andreyak, "Cascaded power converter topology for high current, low voltage application", Unitrode Seminar 1300, 1999.
- [6] "VRM 9.1 DC-DC Converter", Design Guidelines, Intel, March 2005
- [7] E. Wells and M. Jordan, "Low power boost converter for portable applications", Unitrode Seminar 1200, Topic 2, 2001.
- [8] P. C. Sernia and G. R. Walker, "Cascaded dc-dc converter connection of photovoltaic modules", *IEEE Trans. Power Electron.*, Vol. 19, No. 4, pp. 1130-1139, 2004.
- [9] M. Veerachary, T. Senjyu, and K. Uetazo, "Maximum power point tracking of coupled inductor interleaved boost converter supplied PV system", *IEE Proc. Elect. Power Appl.*, Vol. 150, No. 1, pp. 71-80, 2003.
- [10] H. Matsuo and K. Harada, "The cascade connection of switching regulators", *IEEE Trans. Ind. Appl.*, Vol. 12, No. 2, pp. 192-198, March/April 1976.
- [11] J. A. Morales-Saldaña, E. E. Carbajal-Gutierrez and J. Leyva-Ramos, "Modeling of switch-mode DC-DC cascade converters", *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, Vol. 38, No. 1, pp. 295-299, 2002.
- [12] M. Verachary, "General rules for signal flow graph modeling and analysis of dc-dc converters", *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, Vol. 40, No. 1, pp. 259-271, 2004.

-
- [13] M. Veerachary, "Modelling and analysis of cascade step-down converters", IEE Proc. Electr. Power Appl., Vol. 152, No. 1, pp. 41-50, 2005.
- [14] M. Veerachary, "Signal flow graph model of multi-state boost DC-DC converters", IEE Proc. Electr. Power Appl., Vol. 151, No. 5, pp. 583-589, 2004.
- [15] D. Maksimovic and S. Cuk, "General properties and synthesis of PWM dc-to-dc converters", 20thPower Electronics Specialist Conf. Rec., Milwaukee Wi, pp. 515-525, 1989.
- [16] D. Maksimovic and S. Cuk, "Switching converters with wide dc conversion range", IEEE Trans. Power Electron., Vol. 6, No. 1, pp. 151-157, 1991.
- [17] F. L. Luo and H. Ye, Advanced DC/DC Converters, CRC Press, 2003.
- [18] F. L. Luo and H. Ye, "Positive output cascade boost converters", IEE Proc. Electr. Power Appl., Vol. 131, No. 5, pp. 590-606, 2004.
- [19] V. M. Pacheco, A. J. do Nascimento, V. J. Farias, J. B. Vieira and L. C. de Freitas, "A quadratic buck converter with lossless commutation", IEEE Trans. Ind. Electron., Vol. 47, No. 2, pp. 264-272, 2000.
- [20] L. Silva, E. Alvez, V. J. Farias, J. C. de Oliveira, L. C. de Freitas and J. Batista, "A quasi-resonant quadratic boost converter using a single resonant network", IEEE Trans. Ind. Electron., Vol. 52, No. 2, pp. 552-557, 2005.
- [21] J. Y. Zhu and B. Lehman, "Control loop design for two-stage dc-dc converters with low voltage/high current output", IEEE Trans. Power Electron., Vol. 20, No. 1, pp. 44-55, 2005
- [22] Y. Ren, M. Xu, J. Sun and F.C. Lee, "A family of high power density unregulated bus converters", IEEE Trans. Power Electron., Vol. 20, No. 5, pp. 1045-1054, 2005.
- [23] F. L. Luo and H. Ye, "Positive output super-lift converters", IEEE Trans. Power Electron., Vol. 18, No. 1, 2003.
- [24] M. G. Ortiz-Lopez, J. Leyva-Ramos and L. H. Diaz-Saldierna, "n-buck cascade converter with a single switch", US Patent Pending 04709.0003, 2007.

-
- [25] J. G. Kassakian, M. F. Schlecht, and G. C. Verghese, Principles of Power Electronics. Addison-Wesley Publishing Company, 1991.
- [26] M. H. Rashid, Power Electronics, Circuit, Devices and Applications. Englewood Cliffs, N.J., Prentice Hall, Second Edition, 1993.
- [27] S. Benerjee, and G. C. Verghese, Nonlinear Phenomena in Power Electronics, Attractor, Bifurcations, Chaos and Nonlinear Control. IEEE Press, 2001.
- [28] J. A. Morales-Saldaña, J. Leyva-Ramos, E. E. Carbajal-Gutierrez and M. G. Ortiz-Lopez, "A current-mode control scheme for a quadratic buck converter with a single switch", IEEE Trans. Power Electron., Accepted, 2007.
- [29] J. A. Morales-Saldaña, R. Galarza-Quirino, E. E. Carbajal-Gutierrez, J. Leyva-Ramos and M. G. Ortiz-Lopez, "Multiloop controller design for a quadratic boost converter", IET Proc. Electr. Power Appl., Vol. 1, No. 3, pp. 362-367, 2007.
- [30] M. G. Ortiz-Lopez, J. Leyva-Ramos, L. H. Diaz-Saldierna, J. M. Garcia-Ibarra and E. E. Carbajal-Gutierrez, "Current-mode control for a quadratic boost converter with a single switch", 38th IEEE Power Electronics Specialists Conf. PESC'07, Orlando USA, Jun 17-21, 2007.
- [31] C. G. Cullen, Matrices and Linear Transformations, Second Edition, Addison Wesley, 1972.
- [32] H. K. Khalil, Nonlinear Systems, Third Edition, Prentice Hall, 2001.
- [33] J. Van de Vegte, Feedback Control Systems, Third Edition, Prentice Hall, 1994.
- [34] J. A. Morales-Saldaña, R. Galarza-Quirino, J. Leyva-Ramos, E. E. Carbajal-Gutierrez and M. G. Ortiz-Lopez, "Modeling and control of a cascade boost converter with a single switch", 32nd IEEE Industrial Electronics Conf. IECON'06, Paris, France, Nov. 7-10, 2006.
- [35] E. E. Carbajal-Gutiérrez, J. A. Morales-Saldaña and J. Leyva-Ramos, "Average current-mode control for a quadratic buck converter", 36th IEEE

-
- Power Electron. Specialists Conf. PESC 2005, Recife, Brazil, Jun. 12 - 16, pp. 2146-2150, 2005.
- [36] C. W. Diesch, "Simple switching control method changes power converter into a current source", 9th IEEE Power Electronics Specialist Conf., Syracuse N.Y., 1978
- [37] S. P. Hsu, A. Brown, L. Rensik and R. D. Middlebrook, "Modeling and analysis of switching dc-to-dc converters in constant frequency current-programmed mode", in Proc. 10th IEEE Power Electronics Specialist Conf., San Diego, Ca., 1979.
- [38] L. H. Dixon, "Average current-mode control of switching power supplies", Unitrode Power Seminar Handbook, Seminar U-140, 1990.
- [39] W. Tang, F. C. Lee and R. B. Ridley, "Small-signal modeling of average current-mode control", IEEE Trans. Power Electron., Vol. 8, No. 2, pp. 112-119, 1993.
- [40] M. G. Ortiz-Lopez, J. Leyva-Ramos, L. H. Diaz-Saldierna and E. E. Carbajal-Gutierrez, "Multiloop controller for n-stage cascade boost converter", 16th IEEE Conf. on Control Applications CCA'07, Singapore, Oct. 1-3, 2007.
- [41] K. Zhou, and J. C. Doyle, Essentials of Robust Control, First edition, Prentice Hall, 1998.