



**INSTITUTO POTOSINO DE INVESTIGACIÓN  
CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA, A.C.**

**POSGRADO EN CIENCIAS APLICADAS**

**Análisis Numérico de la Transferencia de Calor  
de la Cabina de Fuego de un Avión Ultraligero**

Tesis que presenta

**María del Rocío Rodríguez Rodríguez**

para obtener el grado de

**Maestro en Ciencias Aplicadas**

en la opción de

**Control y Sistemas Dinámicos**

**Director de la Tesis:**

Dra. Ilse Cervantes Camacho

San Luis Potosí, S.L.P., Agosto del 2011



## Constancia de aprobación de la tesis

La tesis **Análisis Numérico de la Transferencia de Calor de la Cabina de Fuego de un Avión Ultraligero** presentada para obtener el Grado de de Maestra en Ciencias Aplicadas en la opción Control y Sistemas Dinámicos fue elaborada por **María del Rocío Rodríguez Rodríguez** y aprobada el **dd de mm de aaaa** por los suscritos, designados por el Colegio de Profesores de la División de Matemáticas Aplicadas del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C.

---

Dra. Ilse Cervantes Camacho  
(Asesor de la tesis)



## **Créditos Institucionales**

Esta tesis fue elaborada en la División de Matemáticas Aplicadas del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C., bajo la dirección de la Dra. Ilse Cervantes Camacho

Durante la realización del trabajo el autor recibió una beca académica del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología con No. de registro 271177 y del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A. C.



# Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C.

## Acta de Examen de Grado

El Secretario Académico del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C., certifica que en el Acta 023 del Libro Primero de Actas de Exámenes de Grado del Programa de Maestría en Ciencias Aplicadas en la opción de Control y Sistemas Dinámicos está asentado lo siguiente:

En la ciudad de San Luis Potosí a los 10 días del mes de octubre del año 2011, se reunió a las 17:00 horas en las instalaciones del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C., el Jurado integrado por:

<b>Dr. Marcial Bonilla Marín</b>	<b>Presidente</b>	<b>IPICYT</b>
<b>Dra. Ilse Cervantes Camacho</b>	<b>Secretaria</b>	<b>IPICYT</b>
<b>Dr. Eric Campos Cantón</b>	<b>Sinodal</b>	<b>IPICYT</b>
<b>Dr. Jesús Leyva Ramos</b>	<b>Sinodal</b>	<b>IPICYT</b>

a fin de efectuar el examen, que para obtener el Grado de:

**MAESTRA EN CIENCIAS APLICADAS  
EN LA OPCIÓN DE CONTROL Y SISTEMAS DINÁMICOS**

sustentó la C.

**María del Rocío Rodríguez Rodríguez**

sobre la Tesis intitulada:

*Análisis Numérico de la Transferencia de Calor de la Cabina de Fuego de un Avión Ultraligero*

que se desarrolló bajo la dirección de

**Dra. Ilse Cervantes Camacho**


El Jurado, después de deliberar, determinó

**APROBARLA**

Dándose por terminado el acto a las 18:40 horas, procediendo a la firma del Acta los integrantes del Jurado. Dando fe el Secretario Académico del Instituto.

A petición de la interesada y para los fines que a la misma convengan, se extiende el presente documento en la ciudad de San Luis Potosí, S.L.P., México, a los 10 días del mes de octubre de 2011.

  
**Mtra. Ivonne Lizette Cuevas Vélez**  
Jefa del Departamento del Posgrado

  
**Dr. Marcial Bonilla Marín**  
Secretario Académico



A mis hermanos...

# Agradecimientos

Agradezco al Concejo Nacional de Ciencia y Tecnología por otorgarme la beca No. 271177 para realizar mis estudios de maestría.

Agradezco a la Dra. Ilse Cervantes Camacho por haber dirigido esta tesis y por haberme dado la oportunidad de aprender con ella a entender el proceso de transferencia de calor.

Agradezco al Dr. Alejandro Femat Flores, al Dr. David Lizárraga, al Dr. Jesús Leyva Ramos, al Dr. Daniel Melchor y al Dr. Arturo Zavala Ríos, por su disposición y ayuda brindada

Agradezco a los miembros del seminario de Sistemas Híbridos: Irwin Díaz, Fanny Méndez, Angélica Mendoza, Rafael y Martín Rodríguez, por sus comentarios.

A todas aquellas personas que de alguna manera han estado conmigo brindándome su apoyo y ánimo durante estos años de investigación gracias: Verónica Saucedo de la Llata, Dr. Joel Uriel Cisneros Parra, Marcos Chávez, Jaime Martínez, Saraí Bernal, Lorena Hernández, Blanca Gómez, Héctor Padrón, Cesar Gutiérrez, Alexandra Duarte, Lucía García y DR.

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Planteamiento del problema . . . . .	2
1.2. Antecedentes históricos . . . . .	2
1.3. Objetivos . . . . .	5
1.3.1. Objetivos particulares de la tesis . . . . .	6
1.3.2. Organización de la Tesis . . . . .	6
<b>2. Fenómenos de transporte</b>	<b>7</b>
2.1. Transferencia de momento . . . . .	7
2.1.1. Transporte de cantidad de movimiento entre placas paralelas . . . . .	7
2.1.2. Ley de Newton de la viscosidad . . . . .	8
2.1.3. Transporte de cantidad de movimiento unidireccional estacionario . . . . .	10
2.2. Introducción a la transferencia de calor . . . . .	10
2.2.1. Coeficiente de convección . . . . .	12
2.2.2. Transferencia de calor en modo conducción y conducción-convección . . . . .	13
2.2.3. Transferencia de calor en tres dimensiones en modo conducción-convección . . . . .	17
2.2.4. Estado transitorio . . . . .	19
2.2.5. Solución a la ecuación de calor . . . . .	19
<b>3. Método del elemento finito</b>	<b>23</b>
3.1. El método del elemento finito . . . . .	23
3.2. ANSYS . . . . .	26
3.3. Diseño de cabina, motor y hélice . . . . .	27
3.3.1. Modelo de la cabina motor y hélice . . . . .	32
3.4. Diseño de la malla . . . . .	34
3.5. Solución numérica de las ecuaciones . . . . .	39
3.5.1. Método basado en presión . . . . .	42
<b>4. Análisis numérico</b>	<b>44</b>
4.1. Análisis de transferencia de momento . . . . .	44
4.1.1. Cabina sin motor . . . . .	46
4.1.2. Efecto de la hélice . . . . .	50
4.1.3. Efecto de la presencia del motor . . . . .	58
4.2. Análisis de la transferencia de calor . . . . .	63

4.2.1. Efecto del coeficiente de convección . . . . .	65
4.2.2. Análisis en la cabina de fuego . . . . .	66
<b>5. Rediseño de la cabina de fuego</b>	<b>71</b>
<b>6. Conclusiones y Trabajo futuro</b>	<b>82</b>
6.1. Conclusiones . . . . .	82
6.2. Trabajo futuro . . . . .	84
<b>A. Apéndice: Programación en Fluent</b>	<b>85</b>



# Capítulo 1

## Introducción

El diseño de las aeronaves que viajan a través de la atmósfera, ya sea desde el espacio o hacia el espacio, plantean serios desafíos a los diseñadores estructurales. Un componente importante de los desafíos es la selección del material de la estructura y el diseño que pueda soportar las cargas aerotérmicas, las cuales son ejercidas sobre la superficie exterior del vehículo e incluyen la presión, fricción de la superficie (tensión de corte), y flujo de calor. La presión y fricción de la superficie desempeñan un papel importante en la elevación aerodinámica y la fricción, y el flujo de calor es la carga estructural predominante.

El calentamiento aerodinámico es muy importante ya que las temperaturas elevadas pueden afectar el comportamiento estructural de varias maneras. En primer lugar las temperaturas elevadas degradan la capacidad de un material para resistir las cargas por propiedades elásticas, como el módulo de Young, el cual puede disminuir significativamente, por otra parte, las tensiones admisibles se reducen debido a la restringida expansión térmica local o global, tales tensiones aumentan la deformación de las estructuras. También puede haber temperaturas no uniformes en las superficies. Sin embargo, para las aeronaves que viajan sólo en la atmósfera los diseñadores estructurales se evitan el problema de calentamiento aerodinámico; el cual es generado en la superficie de un objeto durante su entrada a la atmósfera debido a la combinación de la compresión y la fricción del gas atmosférico. Sin embargo el desafío ahora es mantener la temperatura adecuada de los componentes mecánicos de la aeronave, para mantener su funcionamiento. Cabe mencionar que el aumento de la temperatura puede alterar el comportamiento mecánico de la aeronave; sin embargo, para obtener los perfiles de temperatura en la superficie y en los componentes mecánicos, es necesario hacer el análisis numérico de transferencia de masa, transferencia de momento y transferencia de energía, ya que con dicho análisis se puede mejorar el rendimiento de los componentes de la aeronave, al observar los cambios en el material o al cambiar la estructura de la aeronave.

Un análisis numérico es necesario para describir, analizar y crear algoritmos numéricos, que permitan resolver problemas matemáticos, es por ello que en esta tesis se realiza un análisis numérico de transferencia de calor en un motor de combustión interna, el cual se encuentra ubicado dentro de la cabina de fuego de un avión ultra ligero. Dicho motor presenta sobrecalentamiento en algunas regiones, debido al insuficiente flujo de aire dentro de la cabina de fuego, por lo que se desea obtener las regiones de mayor calentamiento en el motor, además

se desea obtener la transferencia de momento, para observar de qué manera afecta el flujo de aire dentro de la cabina en la transferencia de calor.

Para realizar el análisis numérico de los fenómenos de transporte involucrados se utilizó el programa computacional ANSYS, en el cual se puede hacer el diseño de los cuerpos que conforman el sistema. Ya que el programa se basa en el método del elemento finito, es necesario obtener la malla del sistema la cual es una representación pictórica del problema. Se hicieron simulaciones del motor dentro de la cabina de fuego y con una hélice para obtener los niveles de temperatura dentro de la cabina de fuego y del motor. De esta manera se pueden conocer las regiones que presentan temperaturas elevadas en el motor, además de la magnitud de dichas temperaturas.

## 1.1. Planteamiento del problema

Inspirados en los problemas de calentamiento del motor del avión STELA M1 de Aeromarmi, en esta tesis se pretende hacer el análisis numérico de la transferencia de calor, de un avión ultraligero de 2 plazas que utiliza un motor Jabirú 3300. El cual es un motor de 4 tiempos, 6 cilindros, horizontalmente opuesto, con unidad directa con la hélice, con una máxima potencia de 90 *kw* (120 *hp*). El consumo de combustible varía de entre 26 a 35 litros por hora, y un 17,5 % del combustible produce energía térmica que provoca el sobrecalentamiento en las regiones donde se encuentran los cilindros. El sistema de enfriamiento de la cabina de fuego está mal dimensionado, resultando insuficiente aún teniendo tres entradas de aire en la parte frontal de la cabina y una salida de aire en la parte inferior de la cabina. Este diseño origina un sobrecalentamiento de los cilindros más alejados de la fuente de ventilación.

En esta tesis se hará un modelo de elemento finito basado en la cabina de fuego del STELA M1 y se analizarán las causas asociadas al sobrecalentamiento, además se propondrá un rediseño que mitigue este problema

## 1.2. Antecedentes históricos

La introducción a los efectos térmicos en la teoría de elasticidad y análisis estructural data de la primera mitad del siglo pasado cuando el científico francés J.M.C. Duhamel estudió la generalización de los teoremas fundamentales de elasticidad que incluía tensiones y deformaciones térmicas causadas por la distribución no uniforme de temperatura en un cuerpo elástico, sin embargo la determinación de temperaturas en las estructuras de aeronaves comenzó en Estados Unidos a finales de 1940, casi al mismo tiempo se calculó la temperatura con soporte de programas de prueba. A inicio de 1950 y la siguiente década las investigaciones fueron dedicadas a la predicción de temperaturas y tensiones térmicas, para finales de la década de los cincuenta y principios de los sesenta la computadora digital ya se utilizaba y los ingenieros comenzaron a analizar estructuras más complejas utilizando métodos numéricos, principalmente el método de diferencias finitas. A finales de 1960 la invención del Concorde enfocó la atención una vez más en la importancia de las temperaturas del fuselaje

en un vuelo supersónico. En la década de los setenta y ochenta la atención de las temperaturas del fuselaje se enfocó en la invención de vehículos supersónicos.

En las últimas décadas ha habido avances significativos en los métodos computacionales para la transferencia de calor en estructuras. El uso de computadoras y la obtención de resultados de transferencia de calor han generado un análisis térmico necesario para el proceso de diseño. En las memorias de una conferencia sobre los aspectos computacionales de transferencia de calor en las estructuras que se llevó a cabo en Langley de la NASA en 1981 se describe la capacidad de la computación en las temperaturas de las aeronaves. La computadora y los programas informáticos han tenido y continúan teniendo un avance significativo. Los programas informáticos están basados en el método de diferencias finitas, método de volumen finito o el método del elemento finito. Los programas basados en el método de diferencias finitas y método de volumen finito incluyen TRASYS, MITAS y SINDA. Desde 1972 el programa TRASYS ha sido utilizado extensivamente en el análisis de transferencia de calor por radiación en naves espaciales. Existen gran variedad de programas basados en el método del elemento finito tales como ABAQUS, ANSYS, EAL, MARC, MSC/NASTRAN y PATRAN.

En la actualidad se utilizan algunos programas para la obtención de perfiles de temperatura en sólidos, superficies y a través de fluidos; algunos ejemplos son: Dassault systemes que desde 1981 fue creado para la simulación y análisis de productos aeroespaciales, en el cual se incluye el análisis térmico en aeronaves. Otro ejemplo es Comsol que desde 2004 incluyó un modulo de transferencia de calor, el cual consta de modos de aplicación avanzados para el análisis de transferencia de calor por conducción, convección y radiación, y por ultimo Fluent, el cual es un paquete de simulación en dinámica de fluidos computacional (CFD), con un respaldo de más de 25 años, y que cuenta con la simulación procesos de transferencia de calor por radiación, conducción y convección.

A continuación se describen de manera general algunos métodos utilizados para la obtención de las temperaturas a través de superficies.

- **Método de superposición:** se puede utilizar cuando dos o más condiciones de frontera no homogéneas se dan. El análisis se puede dividir en dos sub análisis, cada uno con una condición de frontera no homogénea, y cada sub análisis puede ser resuelto por el método de separación de variables, la suma de las soluciones de los sub análisis proporcionará la solución al problema global. El enfoque se ilustra en la Figura 1.1 que representa una placa rectangular con dos condiciones de frontera no homogénea, y donde la descripción matemática del problema es la siguiente:

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{d^2\theta}{dy^2} = 0 \quad (1.1)$$

La Ecuación 1.1 tiene la forma de la ecuación de Laplace, y representa la ecuación de calor en dos dimensiones para el problema de la Figura 1.1, donde  $\theta = T - T_3$  y las condiciones de frontera son:

$$\theta(0, y) = \theta_1 = T_1 - T_3$$

$$\begin{aligned}\theta(x, 0) &= \theta_2 = T_2 - T_3 \\ \theta(L, y) &= 0 \\ \theta(x, H) &= 0\end{aligned}$$

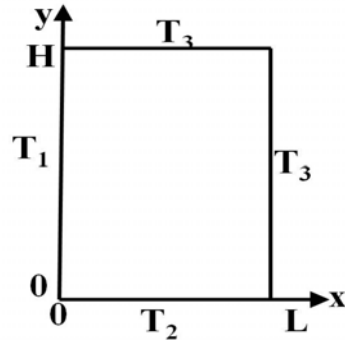


Figura 1.1: Placa rectangular con dos condiciones de frontera no homogénea.

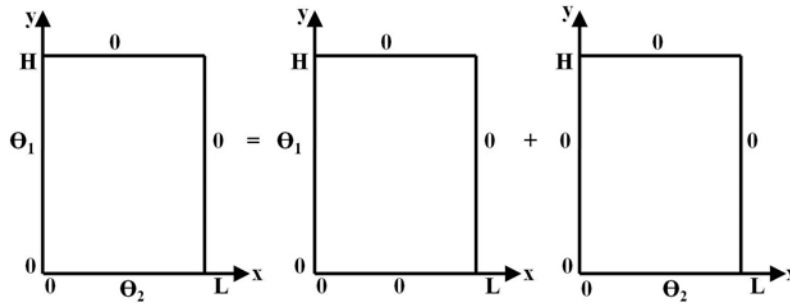


Figura 1.2: División del problema de la Figura 1.1 .

El problema se divide en dos sub problemas, como se indica en la Figura 1.2 y las dos soluciones pueden ser obtenidas de la siguiente ecuación con ajustes apropiados de acuerdo a la definición de  $\theta$  y las coordenadas  $x$  y  $y$

$$\theta = \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\text{senh}[(2n+1)(\frac{\pi(L-x)}{H})] \text{sen}[(2n+1)(\frac{\pi y}{H})]}{\text{senh}[(2n+1)(\frac{\pi L}{H})] (2n+1)}$$

La suma de las soluciones es la siguiente.

$$\begin{aligned}\theta &= \frac{4\theta_1}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\text{senh}[(2n+1)(\frac{\pi(L-x)}{H})] \text{sen}[(2n+1)(\frac{\pi y}{H})]}{\text{senh}[(2n+1)(\frac{\pi L}{H})] (2n+1)} \\ &+ \frac{4\theta_2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\text{senh}[(2n+1)(\frac{\pi(H-y)}{L})] \text{sen}[(2n+1)(\frac{\pi x}{L})]}{\text{senh}[(2n+1)(\frac{\pi H}{L})] (2n+1)}\end{aligned}$$

Este método es muy complejo y tardado para obtener las ecuaciones de las soluciones y aumenta la complejidad al aumentar las dimensiones y al tener condiciones de frontera con convección.

- **Método de factor de forma para la conducción:** aunque este método no da la distribución de temperatura, proporciona una ecuación simple para la tasa de transferencia de calor:

$$q = kS\Delta T$$

donde  $k$  es la conductividad térmica del material,  $S$  es el factor de forma y  $\Delta T$  es la diferencia de temperaturas que maneja el flujo de calor. Este factor es una expresión que se da para obtener la transferencia de calor dependiendo de la forma donde se lleve a cabo. Este método está limitado sólo a formas en dos dimensiones y se obtiene como ya se había mencionado una ecuación simple para la tasa de transferencia de calor.

- **Método de elemento finito:** es un método utilizado para obtener soluciones aproximadas de las ecuaciones diferenciales parciales. El método fue utilizado por primera vez en la década de los sesenta en aplicaciones para las estructuras de las aeronaves, su uso se extendió en aplicaciones de transferencia de calor y mecánica de fluidos. Se omite la explicación del método la cual se da en el Capítulo 3. Éste es el método más utilizado para la obtención de distribuciones de temperatura y está ligado a la mecánica de fluidos computacional (CFD). Ésta última es una rama de la mecánica de fluidos que utiliza métodos numéricos para predecir el flujo de fluidos, la transferencia de masa y de calor, reacciones químicas. Las computadoras son utilizadas para realizar millones de cálculos para resolver el conjunto de ecuaciones matemáticas como:

- Conservación de masa
- Conservación de momento
- Conservación de energía
- Efecto de las fuerzas

En este trabajo de tesis se utilizó un programa comercial que se basa en el método del elemento finito, ya que es la mejor forma de estimar los perfiles de temperatura y de velocidad en la cabina de fuego, éste método permite resolver ecuaciones diferenciales asociadas a problemas físicos sobre cuerpos irregulares; en este caso los cuerpos son el motor y la cabina de fuego, incluyendo el aire que se encuentra dentro de la cabina, ya que se desea obtener su temperatura y las velocidades.

### 1.3. Objetivos

El Objetivo general de esta tesis es utilizar técnicas de elemento finito para modelar la transferencia de calor en un motor de combustión interna, dicho motor se encuentra dentro de una cabina de fuego de un avión ultraligero. Dicha cabina tiene una hélice y una aeronave en movimiento por lo cual también se modelará la transferencia de momento dentro de la cabina, con el fin observar el comportamiento del flujo de aire dentro de la cabina. El objetivo final es de localizar las regiones de mayor calentamiento en el motor para luego proponer la inclusión de entradas de aire en la cabina de fuego para reducir el calentamiento en dichas regiones del motor.

### **1.3.1. Objetivos particulares de la tesis**

Los objetivos particulares de esta tesis en vista del objetivo general anterior son los siguientes

- Analizar el efecto de la velocidad del avión y de la velocidad de la hélice en el flujo de aire dentro de la cabina de fuego.
- Analizar el efecto de la forma del motor en la transferencia de calor.
- Analizar el efecto del flujo de aire dentro de la cabina en el coeficiente de convección.
- Proponer la localización de las nuevas entradas de aire y su dimensionamiento para que la ventilación sea más eficiente, y así se logre disminuir la temperatura en el motor.

### **1.3.2. Organización de la Tesis**

La estructura de esta tesis es la siguiente. En el Capítulo 1 se da una introducción al problema que presenta el STELA M1. En el Capítulo 2 se presenta una introducción a la teoría de transferencia de momento y su relevancia en solución del problema de transferencia de calor, también se presenta la teoría de transferencia de calor haciendo un mayor énfasis en el modo conducción-convección ya que es el modo de transferencia de calor que presenta el motor de la aeronave. En el Capítulo 3 se presenta la solución a la ecuación de calor por el método de elemento finito y se presenta una introducción al programa ANSYS, la cual incluye el diseño del motor, cabina, hélice y la región del fluido, además de la malla del sistema completo. En el capítulo 4 se presentan los resultados de transferencia de calor y de momento dentro de la cabina, se hace un análisis de las regiones con mayor temperatura en el motor. En el capítulo 5 se presenta el rediseño de la cabina de fuego y el análisis de sus efectos en la transferencia de calor y de momento dentro de la cabina de fuego. Por último en el capítulo 6 se presentan las conclusiones de este trabajo y el trabajo futuro.

# Capítulo 2

## Fenómenos de transporte

*En aeronáutica el estudio de la transferencia de calor implica el estudio de la teoría del calor y la teoría de transferencia de momento, para poder plantear los problemas térmicos que se puedan presentar en la aeronave y esto implica la mecánica del fluido que la rodea. En este capítulo se da una breve introducción a la teoría del calor para poder entender la dinámica de la temperatura a través de las estructuras de la aeronave. También se presentan algunos métodos de solución para las ecuaciones ya que el análisis en más de una dimensión aumenta el grado de complejidad, dificultando la obtención de una solución. Se da una breve introducción a la teoría de transferencia de momento.*

### 2.1. Transferencia de momento

El tema de fenómenos de transporte está ligado con la predicción de variaciones de temperatura, velocidad y concentración de masa dentro de un medio. Para obtener estos perfiles se utilizan ecuaciones de balance o conservación.

El balance puede establecerse a través de la siguiente expresión

*Entrada - Salida + Acumulación = Generación.*

Dado que el impulso o la cantidad de movimiento de un cuerpo se define como el producto de su masa por su velocidad, se puede pensar en la velocidad de un fluido en un punto dado como su impulso por unidad de masa; esto quiere decir que los cambios en la velocidad de un fluido pueden originar transporte de cantidad de movimiento, así como los cambios de temperatura que originan transporte de calor.

#### 2.1.1. Transporte de cantidad de movimiento entre placas paralelas

Considere un fluido contenido entre dos placas paralelas (Figura 2.1). La distancia entre las placas  $b$  es pequeña comparada con las otras dimensiones de las placas. En el tiempo  $t = 0$  la placa inferior se pone en movimiento con velocidad constante  $v_{x1} = V$  aplicando una fuerza  $F$  en la dirección  $x$  mientras la placa superior se deja estacionaria. Al moverse la placa inferior arrastra consigo la capa de fluido adyacente, la cual se mueve a la misma velocidad

de la superficie. Esta es la condición de frontera denominada de "no deslizamiento". Como la placa superior está estacionaria, la velocidad del fluido allí es cero. Pero la capa de fluido vecina a la placa inferior se mueve con respecto a la capa de fluido inmediatamente superior que inicialmente se encontraba en reposo y a su vez le imprime movimiento. De esta manera el movimiento de la placa inferior hace aparecer un campo de velocidades en el fluido, con la velocidad decreciendo continuamente desde  $V$  en la placa inferior hasta cero en la placa superior (vea Figura 2.1).

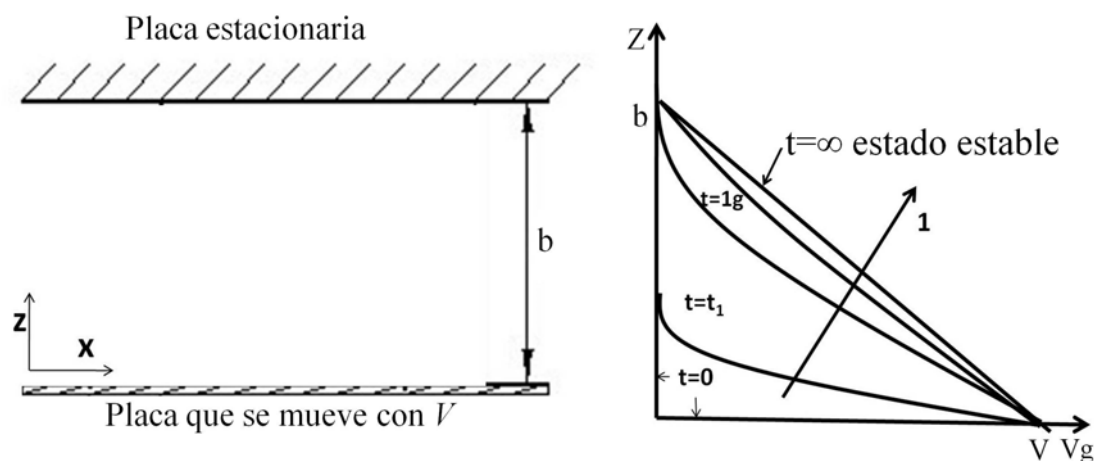


Figura 2.1: Flujo a través de dos placas paralelas.

El movimiento de la placa inferior por tanto causa un aumento en  $v_x$ , la velocidad del fluido en la dirección  $x$ , desde cero hasta algún valor positivo. Como la cantidad de movimiento es proporcional a la velocidad, habrá un correspondiente aumento en la cantidad de movimiento  $x$ . En otras palabras, la cantidad de movimiento  $x$  se transporta en la dirección  $z$  desde la placa hasta el fluido y allí desde una capa de fluido a la siguiente.

En la Figura 2.1 se grafican los perfiles de velocidad para varios tiempos. Para  $t = 0$  hay un cambio brusco en  $z = 0$  desde  $v_x = V$  hasta  $v_x = 0$ . En  $t = t_1$  la velocidad aumentó cerca del plano inferior, pero el impulso todavía no ha penetrado en el fluido cercano al plano superior. En  $t = t_2$ , la placa superior comienza a percibir el movimiento de la placa inferior. En  $t = t_g$  casi se llega al estado estacionario. Finalmente cuando  $t \rightarrow \infty$  se obtiene estado estacionario en el cual la velocidad no vuelve a cambiar con el tiempo.

### 2.1.2. Ley de Newton de la viscosidad

Continúe considerando el flujo entre dos placas. Observe que luego de un cierto periodo de tiempo el perfil alcanza su estado final estacionario como se muestra en la gráfica de la Figura 2.1. Una vez alcanzado dicho estado estacionario de movimiento es preciso aplicar una fuerza  $F_x$  constante para conservar el movimiento de la lámina inferior. Esta fuerza depende de la velocidad  $V$ , de la naturaleza del fluido, de la distancia  $b$  entre las placas y del área de contacto  $S$  de las mismas con el líquido. Para este caso especial viene dada por:



$$\frac{F_x}{S} = \mu \frac{V}{b} = -\mu \frac{0 - V}{b - 0} \quad (2.1)$$

Es decir, que la fuerza por unidad de área es proporcional al decremento de velocidad con la distancia  $z$ . El coeficiente de proporcionalidad  $\mu$  se denomina viscosidad del fluido.

Para desarrollar una expresión más general se considera una de las curvas de la Figura 2.1 antes de alcanzar el estado estacionario y se grafica como  $v_x$  contra  $z$  a  $t$  constante como se muestra en la Figura 2.2.

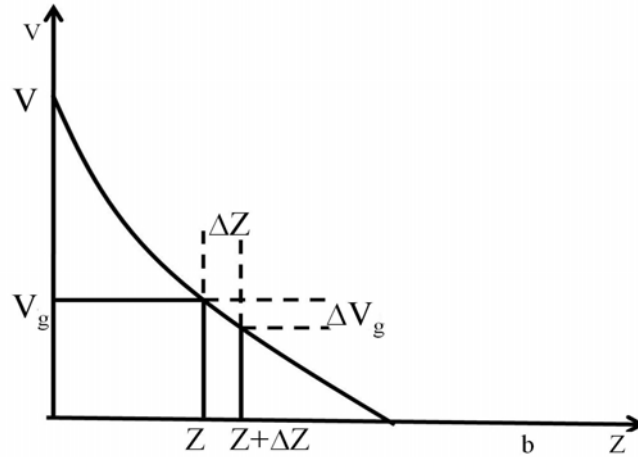


Figura 2.2: Gráfica de  $v_x$  contra  $z$  a tiempo constante

Considerando una región de espesor  $\Delta z$  en la cual la velocidad cambia en una cantidad  $\Delta v_x$ , la cual, usando la definición del operador de diferencia se escribe como:

$$\Delta v_x = v_x|_{(z+\Delta z,t)} - v_x|_{(z,t)}$$

Una ecuación consistente con la ecuación 2.1 será:

$$\frac{F_x}{S} = \mu \frac{\Delta v_x}{\Delta z}$$

donde la pendiente de la curva  $v_x$  contra  $z$  es  $\Delta v_x / \Delta z$ . Al tomar el límite cuando  $z$  tiende a 0 nos aproximamos a la verdadera pendiente en  $z$ , la que está dada por la derivada parcial  $\partial v_x / \partial z$ .

La ecuación básica resultante para el transporte de impulso unidireccional inestable es:

$$\tau_{zx} = -\mu \frac{\partial v_x}{\partial z} \quad (2.2)$$

llamada ley de Newton de la viscosidad en una dimensión. La cantidad  $\tau_{zx}$  es el esfuerzo cortante que se ejerce en la dirección  $x$  sobre la superficie de un fluido situada a una distancia  $z$ , por el fluido existente en la región donde  $z$  es menor. Los fluidos que obedecen la ecuación 2.2 se denominan newtonianos. Todos los gases y la mayoría de los líquidos simples, entre ellos el aire y el agua, son fluidos newtonianos, Ésta observación es crucial para la elaboración del modelo en la cabina de fuego

### 2.1.3. Transporte de cantidad de movimiento unidireccional estacionario

En esta sección se da una breve introducción a la transferencia de momento. El transporte de cantidad de movimiento unidireccional estacionario se aplica al caso que se presenta en la Sección 2.1.1 y al cual hacen alusión las Figuras 2.1 y 2.2. En dicho caso no hay flujo neto de cantidad de movimiento convectivo en la dirección  $x$  debido a que  $v_x$  no depende de  $x$ . La acción de los esfuerzos cortantes en un elemento de volumen de altura  $dz$  puede incluirse tanto como fuerzas en un balance de fuerzas como un flujo de cantidad de movimiento en un balance de cantidad de movimiento. Nótese que no existen otras fuerzas netas actuando en la dirección  $x$ , ya que la presión no varía con  $x$  y la gravedad no varía en esta dirección.

Aplicando un balance generalizado para el caso de fluidos newtonianos de densidad y viscosidad constantes, teniendo presente que el estado estacionario es alcanzado y que  $v_x$  es sólo función de  $z$ , además de las anteriores consideraciones sobre presión y fuerza obtenemos:

$\tau_{zx}|_{z+dz} - \tau_{zx}|_z = 0$  pero  $\tau_{zx}|_{z+dz} = \tau_{zx}|_z + \frac{d}{dz}(\tau_{zx})dz$  por lo cual

$$\left(\frac{d\tau_{zx}}{dz} = \frac{d}{dz}\left(-\mu\frac{dv_x}{dz}\right) = -\mu\frac{d^2v_x}{dz^2} = 0\right)|_{t \rightarrow \infty} \quad (2.3)$$

es decir,  $\tau_{zx} = \tau_S$  es una constante. Esto quiere decir que hay distribución de flujo de cantidad de movimiento constante. Separando variables en la ley de newton e integrando entre los límites dados por las condiciones límite:

$$(\tau_S) \int_0^z dz = -\mu \int_V^{v_z} dv_x \Rightarrow \tau_S = \frac{\mu(V - v_x)}{z} = \mu\left(\frac{V}{b}\right)$$

entonces el perfil de velocidad es:

$$\frac{v_x}{V} = \left(1 - \frac{z}{b}\right)$$

es decir la velocidad es inversamente proporcional a la altura, tal como se esperaba. Este ejemplo sencillo ilustra las ideas más básicas de la transferencia de momento entre dos placas. Se espera que conforme la geometría sea más compleja, lo sea también la expresión que defina esta transferencia.

El siguiente paso es analizar la transferencia de calor y como depende de la transferencia de momento.

## 2.2. Introducción a la transferencia de calor

La transferencia de calor es el paso de energía térmica desde un cuerpo de mayor temperatura a uno de menor temperatura, de tal manera que ambos cuerpos alcancen equilibrio térmico. La teoría de transferencia de calor está basada en las leyes de la termodinámica las cuales son:

- a) Ley cero de la termodinámica: Dice que si se tienen dos cuerpos A y B, con diferente temperatura y si se ponen en contacto, en un tiempo determinado  $t$ , estos alcanzarán la misma temperatura.
- b) Primera ley de la termodinámica: Ley de la conservación de la energía. Establece que al suministrar una cantidad de energía térmica a un sistema, esta cantidad de energía será igual a la diferencia del incremento de energía interna del sistema menos el trabajo efectuado por el sistema.
- c) Segunda ley de la termodinámica: No es posible proceso alguno cuyo único resultado sea la transferencia de calor desde un cuerpo frío a otro más caliente. Si se tiene un sistema que pasa de un estado de equilibrio A a B, la cantidad de entropía en el estado de equilibrio B será la máxima posible, y mayor a la del estado de equilibrio A.
- d) Tercera ley de la termodinámica: No se puede alcanzar el cero absoluto en un número finito de etapas

Los modos de transferencia de calor que se presentan en el problema térmico de la cabina de fuego son conducción y convección. Conducción es el modo de transferencia de calor que se da a través de un sólido y está gobernada por la ley de Fourier la cual en una dimensión se expresa como:

$$q = -kA\left(\frac{dT}{dx}\right) \quad (2.4)$$

donde  $q$  es el flujo de calor,  $k$  es la conductividad térmica del material, la cual es importante mencionar que es una propiedad del material que denota la capacidad de una sustancia para transferir energía cinética y mientras más grande sea habrá mayor transferencia de calor. Se mide en watt sobre metro por grado kelvin. Por ejemplo, en un aislante como el vidrio su conductividad térmica es de  $0,8 \text{ W/mK}$ , mientras que el oro tiene una conductividad térmica de  $308,2 \text{ W/mK}$ ,  $A$  es el área de sección transversal hacia dónde va el flujo de calor y  $dT/dx$  es el gradiente de temperatura el cual es negativo por lo que se inserta el signo a la ecuación. Si existe generación de calor en el sólido, la ecuación de calor se expresa como

$$q = -kA\left(\frac{dT}{dx} + \bar{q}\right) \quad (2.5)$$

donde  $\bar{q}$  es el calor generado en el sólido.

Convección es el modo de transferencia de calor debido a un fluido el cual puede ser un líquido o un gas; ambos tienen aplicaciones en la tecnología aeroespacial, el calor se mueve a través de transferencia de momento de un fluido de temperatura no uniforme. La transferencia de calor se clasifica de acuerdo con la naturaleza del flujo. Se habla de convección forzada cuando el flujo es causado por medios externos, tales como: ventilador, bomba o vientos atmosféricos. Por otra parte, en la convección natural el flujo es inducido por fuerzas de empuje que surgen a partir de la diferencia de densidad ocasionada por la variación de la temperatura en los fluidos.

La transferencia de calor por convección ocurre en una región de interface entre un fluido en movimiento y una superficie sólida, y entre un gas y un líquido que tienen movimiento relativo, que están a diferentes temperaturas. La ecuación que modela adecuadamente éste fenómeno se conoce como Ley de Enfriamiento de Newton y se expresa de la siguiente forma

$$q = -hA(T - T_{\infty}) \quad (2.6)$$

donde  $h$  es el coeficiente de convección,  $T$  la temperatura en la superficie del sólido,  $T_{\infty}$  la temperatura del fluido y  $A$  el área de la superficie donde se lleva a cabo la convección.

### 2.2.1. Coeficiente de convección

El coeficiente convección cuantifica la influencia de las propiedades del fluido, de la superficie y del flujo cuando se produce transferencia de calor por convección. El coeficiente de convección se puede calcular utilizando el método de diferencias finitas, resolviendo las ecuaciones de Navier-Stokes o se puede estimar basándose en el empleo de correlaciones de números adimensionales. En particular el número de Nusselt, que es proporcional al coeficiente convección, una expresión que involucra al número de Reynolds, y al número de Prandtl en convección forzada y al número de Grashof en convección natural.

El Número de Nusselt es un gradiente adimensional de temperatura en la superficie y se denota por la siguiente expresión

$$Nu = \frac{h}{\frac{k}{L}} = \frac{hL}{k} = 0,664Re^{\frac{1}{2}}Pr^{\frac{1}{3}}$$

Por lo tanto, la expresión para determinar el coeficiente de convección es la siguiente

$$h = 0,664\frac{k}{L}Re^{\frac{1}{2}}Pr^{\frac{1}{3}}$$

donde  $h$  es el coeficiente de convección,  $k_f$  la conductividad térmica del fluido,  $L$  la longitud característica donde se lleva a cabo la convección,  $Re$  el número de Reynolds y  $Pr$  el número de Prandtl.

El número de Reynolds es un número adimensional utilizado para caracterizar el movimiento de un fluido y está dado por la siguiente expresión

$$Re = \frac{\rho\hat{v}L}{\mu}$$

donde  $\rho$  es la densidad del fluido,  $\hat{v}$  la velocidad característica del fluido,  $L$  la longitud característica del sistema y  $\mu$  la viscosidad del fluido. El número de Prandtl es un número adimensional proporcional al cociente entre la difusividad de momento y la difusividad térmica. El número está dado por la siguiente expresión

$$Pr = \frac{c_p\mu}{k}$$

donde  $c_p$  es el calor específico.

El coeficiente de convección depende de la velocidad, densidad, viscosidad, capacidad calorífica y conductividad térmica del material. En el problema de la aeronave el coeficiente de convección va a depender de la velocidad de la aeronave, las condiciones climatológicas del ambiente y de las propiedades de los materiales de los que están compuestas la superficies de la aeronave.

### 2.2.2. Transferencia de calor en modo conducción y conducción-convección

En aeronáutica los problemas de transferencia de calor están relacionados con la conducción y la convección, ya que por un lado se tienen las partes mecánicas y estructurales de la aeronave, y por otro lado se tiene el aire por el cual viajan dichas aeronaves, el cual produce un cambio de temperaturas en las superficies y esto a su vez provoca un cambio de temperaturas a través de las partes sólidas.

Como ya se había mencionado anteriormente, la conducción se lleva a cabo dentro de las partes sólidas. Para el análisis de la conducción en una dimensión en estado estacionario, suponga que se tiene una pared plana de material que tiene una conductividad térmica  $k$ , se mantiene a una temperatura  $T_1$  en el extremo izquierdo, mientras su extremo derecho se mantiene a una temperatura  $T_2$ .

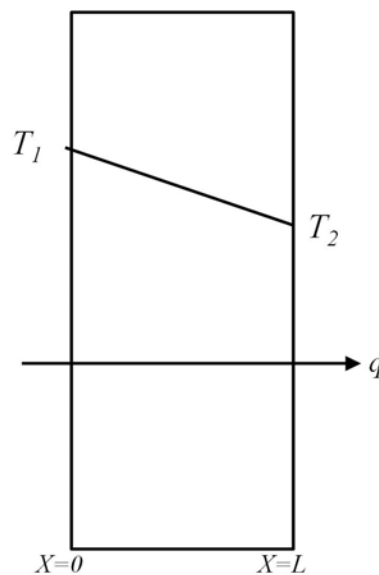


Figura 2.3: Conducción en una dimensión a través de la pared plana.

Haciendo un balance de energía se obtiene:

$$q_x = q_x + \frac{dq_x}{dx} dx$$

$$\frac{dq_x}{dx} dx = 0$$

$$q_x = -kA \frac{dT}{dx}$$

$$\frac{dq_x}{dx} dx = -kA \frac{d^2T}{dx^2} \Delta x$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0 \quad (2.7)$$

Esta es la ecuación de calor para conducción a través de una pared plana. La solución de la ecuación de calor debe satisfacer condiciones de frontera y condiciones iniciales. Por ejemplo, la ecuación de conducción de calor de la pared plana solo depende de una coordenada espacial; por lo tanto tiene dos condiciones de frontera, si dependiera del tiempo entonces se le asignaría una condición inicial la cual describe la temperatura en el cuerpo en el tiempo  $t = 0$ .

La ecuación de la pared plana está dada en coordenadas rectangulares; sin embargo, los problemas de transferencia de calor también se presentan en sistemas con coordenadas cilíndricas y esféricas.

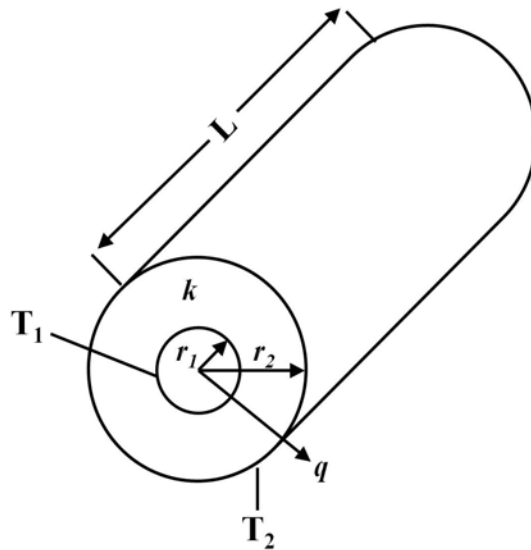


Figura 2.4: Conducción radial a través de un cilindro hueco

$$q_r = q_r + \frac{dq_r}{dr} dr$$

$$\frac{dq_r}{dr} dr = 0$$

$$q_r = -k2\pi Lr \frac{dT}{dr}$$

$$\frac{dq_r}{dr} dr = -k \frac{dT}{dr} - kr \frac{d^2T}{dr^2}$$

$$r \frac{d^2T}{dr^2} + \frac{dT}{dr} = 0 \quad (2.8)$$

Esta es la ecuación de calor en una dimensión en estado estacionario en coordenadas cilíndricas y las ecuaciones para coordenadas esféricas están dadas como:

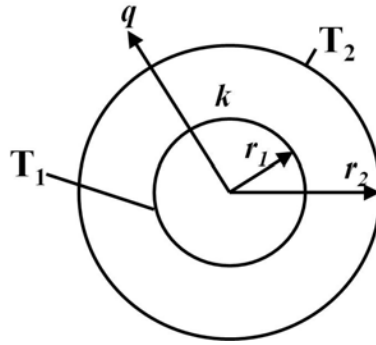


Figura 2.5: Conducción radial a través de una esfera hueca

$$\begin{aligned}
 q_r &= q_r + \frac{dq_r}{dr} dr \\
 \frac{dq_r}{dr} dr &= 0 \\
 q_r &= -k4\pi r^2 \frac{dT}{dr} \\
 \frac{dq_r}{dr} dr &= -k8\pi r \frac{dT}{dr} - k4\pi r^2 \frac{d^2T}{dr^2} \\
 r^2 \frac{d^2T}{dr^2} + 2r \frac{dT}{dr} &= 0 \tag{2.9}
 \end{aligned}$$

La ecuación general de conducción de calor en tres dimensiones en estado transitorio y en coordenadas rectangulares es la siguiente:

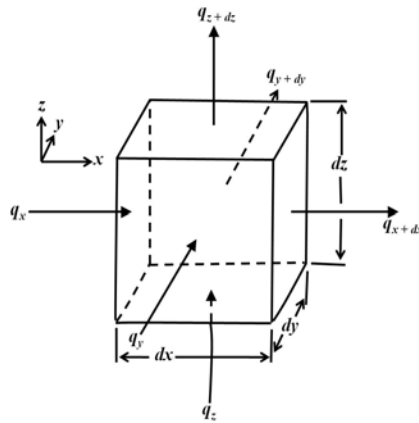


Figura 2.6: Volumen de control en coordenadas rectangulares

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \bar{q} = \rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} \tag{2.10}$$

## Coordenadas cilíndricas

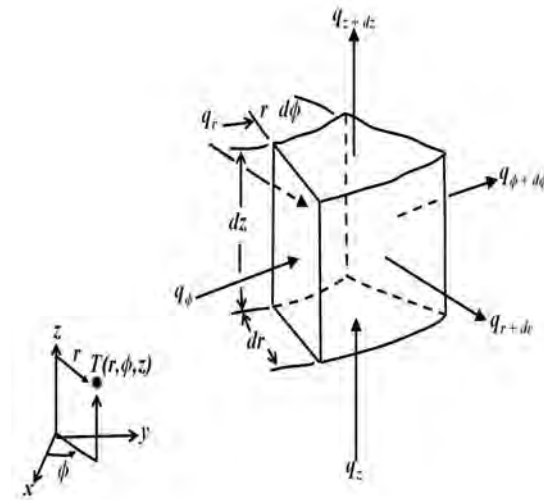


Figura 2.7: Volumen de control en coordenadas cilíndricas.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (kr \frac{\partial T}{\partial r}) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} (k \frac{\partial T}{\partial \phi}) + \frac{\partial}{\partial z} (k \frac{\partial T}{\partial z}) + \bar{q} = \rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (2.11)$$

## Coordenadas esféricas

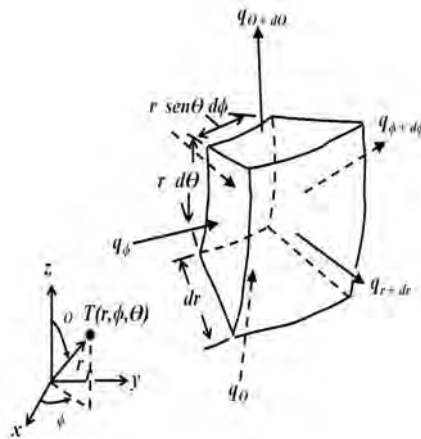


Figura 2.8: Volumen de control en coordenadas esféricas

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (kr^2 \frac{\partial T}{\partial r}) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (k \sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta}) + \bar{q} = \rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (2.12)$$

donde  $\rho$  es la densidad del material y  $c$  es el calor específico del material.



Para ilustrar el análisis de transferencia de calor en modo conducción- convección se usará el caso de una aleta rectangular a cierta temperatura, la cual está rodeada de un fluido con temperatura distinta. Debido a la naturaleza del problema sólo existe conducción en una dimensión.

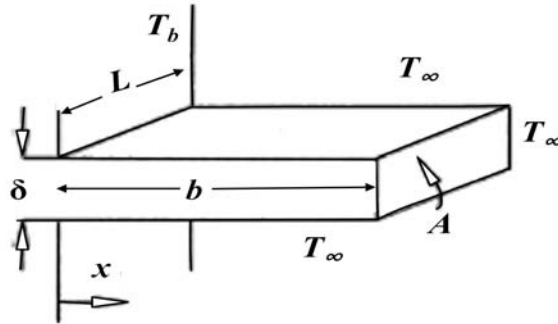


Figura 2.9: Aleta rectangular.

La aleta tiene una longitud  $b$ , área de sección transversal  $L\delta$ , temperatura del extremo izquierdo  $T_b$  y la temperatura del fluido que la rodea es de  $T_\infty$ . Primero se hace un balance de energía como lo dice la primera ley de la termodinámica. Como es en una dimensión, entonces el calor que entra en la dirección  $x$  es igual al calor que sale de la dirección  $x$  más el calor por convección.

$$q_x = q_x + \frac{dq_x}{dx} dx + q_c$$

$$\frac{dq_x}{dx} dx + q_c = 0$$

$$q_x = -kA \frac{dT}{dx}$$

$$\frac{dq_x}{dx} dx = -kA \frac{d^2T}{dx^2} \Delta x$$

$$q_c = hP \Delta x (T_x - T_\infty)$$

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{kA} (T_x - T_\infty) = 0 \quad (2.13)$$

La Ecuación (2.13) es la ecuación de calor de la aleta en una dimensión.

### 2.2.3. Transferencia de calor en tres dimensiones en modo conducción-convección

Para evaluar la complejidad que presenta el análisis en dimensión mayor, en esta sección se va a retomar el problema de conducción-convección pero ahora en tres dimensiones en estado estacionario. El campo de temperaturas en tres dimensiones en estado estacionario es controlado por una ecuación diferencial parcial de segundo orden de la cual su solución debe

satisfacer seis condiciones de frontera.

El análisis es complejo y por consecuencia para su solución se utilizan técnicas de aproximación o métodos numéricos. Las técnicas numéricas más utilizadas son el método de diferencias finitas y el método del elemento finito.

Para el análisis de transferencia de calor en esta configuración se plantea el problema de un cubo el cual tiene tres lados con temperaturas constantes, cada temperatura es diferente, mientras los otros tres lados están en contacto con un fluido de temperatura  $T_\infty$ .

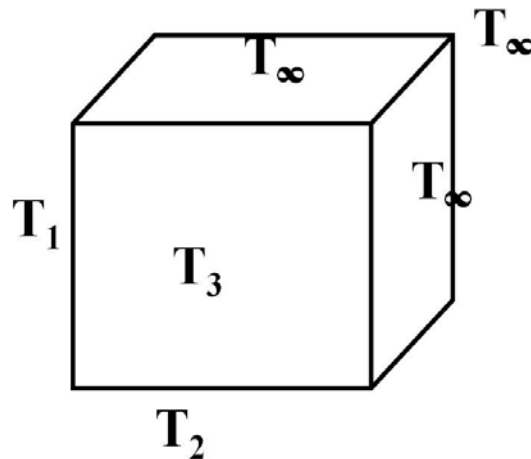


Figura 2.10: Cubo expuesto a convección en tres de sus lados.

La ecuación de calor es la siguiente

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) = q(x, y, z)$$

$$q(x, y, z) = h\theta(x, y, z)$$

donde  $\theta(x, y, z) = T_{xyz} - T_\infty$

y además se deben satisfacer las siguientes condiciones de frontera

$$\theta(x_0, y, z) = T_1$$

$$\theta(x, y_0, z) = T_2$$

$$\theta(x, y, z_0) = T_3$$

$$q(X, y, z) = h\theta(X, y, z)$$

$$q(x, Y, z) = h\theta(x, Y, z)$$

$$q(x, y, Z) = h\theta(x, y, Z)$$

## 2.2.4. Estado transitorio

En la transferencia de calor en estado transitorio las ecuaciones dependen de las coordenadas espaciales y del tiempo. Retomando el problema anterior del cubo pero ahora en estado transitorio se tiene la siguiente ecuación

La ecuación de calor es la siguiente

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - q(x, y, z, t) = \rho c \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

$$q(x, y, z, t) = h\theta(x, y, z, t)$$

donde  $\theta(x, y, z, t) = T_{xyzt} - T_{\infty}$ , y además se deben satisfacer las siguientes condiciones de frontera iniciales

$$\theta(x_0, y, z, t) = T_1$$

$$\theta(x, y_0, z, t) = T_2$$

$$\theta(x, y, z_0, t) = T_3$$

$$q(X, y, z, t_0) = h\theta(X, y, z, t_0)$$

$$q(x, Y, z, t_0) = h\theta(x, Y, z, t_0)$$

$$q(x, y, Z, t_0) = h\theta(x, y, Z, t_0)$$

## 2.2.5. Solución a la ecuación de calor

Debido a la complejidad matemática de obtener soluciones exactas a las ecuaciones de calor ya sea en estado estacionario o en estado transitorio, se han utilizado distintos métodos numéricos para obtener la solución, algunos de los métodos más utilizados son el método de diferencias finitas, el método del elemento finito y el método de volumen finito.

El método de diferencias finitas consiste en dividir la sección de conducción con líneas hacia las direcciones  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , y paralelas a las fronteras. Los puntos de intersección se llaman nodos. Por simplicidad los espacios entre las líneas  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  y  $\Delta z$  se escogen de tal forma que  $\Delta x = \Delta y = \Delta z$ , cada nodo es identificado por su notación con tres números  $i$ ,  $j$  y  $k$ , donde  $i$ ,  $j$  y  $k$  denotan el número de línea que corresponde en la dirección  $x$ ,  $y$  y  $z$ , respectivamente. A cada nodo le corresponde una ecuación de calor a la cual sus derivadas parciales son reemplazadas por diferencias finitas.

Un ejemplo de malla para un cuerpo bidimensional, es el que se da en la siguiente figura, en la cual se muestra la malla y el tipo de nodo dependiendo de su ubicación.

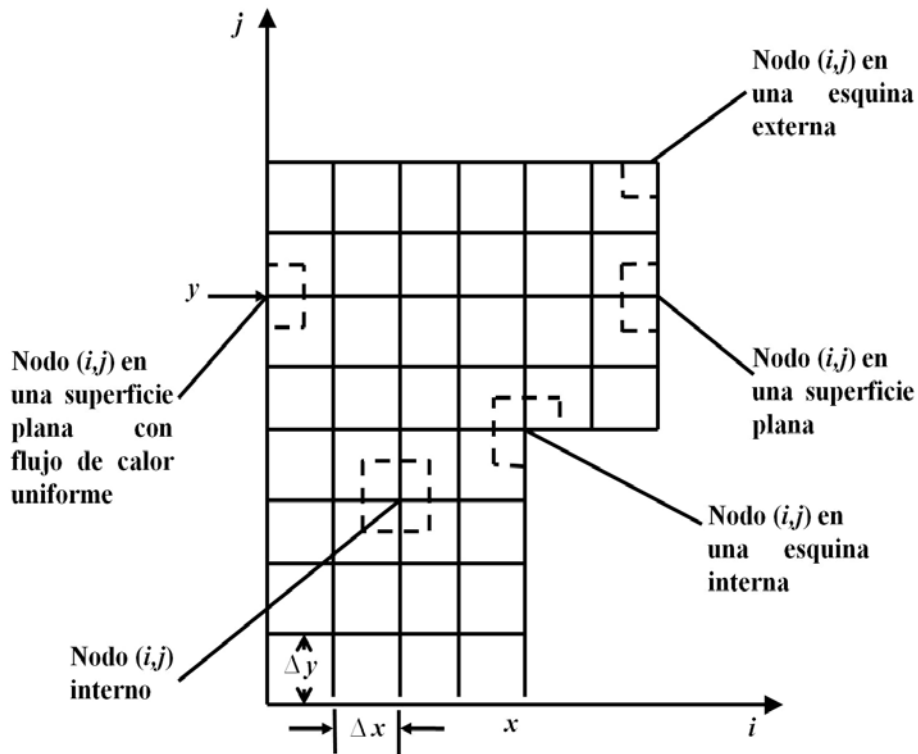


Figura 2.11: Tipos de nodos y su correspondiente volumen de control.

Para resolver un problema de temperaturas con el método de diferencias finitas, supóngase que se tiene un cilindro con una temperatura  $T_s$  en la superficie externa, en  $r = 0$  se encuentra aislada, mientras que la cara en  $z = 0$  está aislada y en  $z = L$  experimenta un flujo de calor constante  $\bar{q}_s$

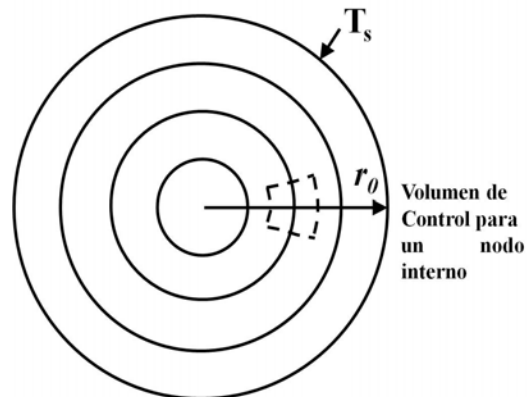


Figura 2.12: Malla de diferencia finita de conducción en dirección radial de un cilindro

La Figura 2.12 muestra la malla de un cilindro, la cual se utiliza para resolver el problema de temperaturas en el cilindro por el método de diferencias finitas.

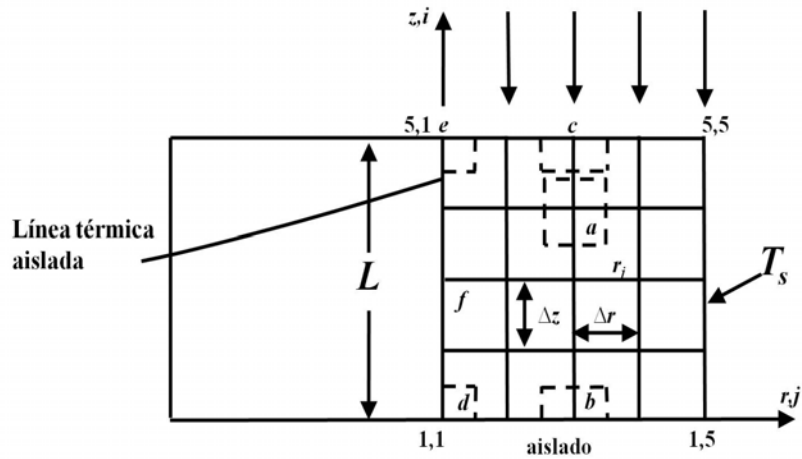


Figura 2.13: Malla de diferencia finita de conducción en dirección axial y radial de un cilindro con seis tipos de nodos

En la Figura 2.13 se muestran los nodos dentro del cilindro, hay cinco tipos de nodos en este problema. En el nodo  $a$  solo hay conducción, en el nodo  $b$  hay conducción y está en contacto con una frontera adiabática, en el nodo  $c$  hay conducción y está en contacto con una frontera con generación de calor, en el nodo  $d$  hay conducción y está en contacto con dos fronteras adiabáticas, en el nodo  $e$  hay conducción, está en contacto con una frontera adiabática y con otra frontera con generación de calor y el nodo  $f$  hay conducción y está en contacto con una frontera adiabática. A cada nodo le corresponde una ecuación de diferencias, entonces hay cinco tipos de ecuaciones que dependen de la ubicación del nodo.

La ecuación de calor para el cilindro es

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$$

con las siguientes condiciones de frontera

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(0, z)}{\partial r} &= 0 \\ T(r_0, z) &= T_s \\ \frac{\partial T(r, 0)}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial T(r, L)}{\partial z} &= \bar{q} \end{aligned}$$

Las ecuaciones de diferencia finita para los nodos son:

Nodo  $a$  (nodo interno)

$$-T_{i,j} + \frac{1}{4} \left[ \left(1 - \frac{\Delta r}{2r_j}\right) T_{i,j-1} + \left(1 + \frac{\Delta r}{2r_j}\right) T_{i,j+1} + T_{i+1,j} + T_{i-1,j} \right] = 0$$

Nodo *b*

$$-T_{i,j} + \frac{1}{4}[2T_{i+1,j} + (1 - \frac{\Delta r}{2r_j})T_{i,j-1} + (1 + \frac{\Delta r}{2r_j})T_{i,j+1}] = 0$$

Nodo *c*

$$-T_{i,j} + \frac{1}{4}[(1 - \frac{\Delta r}{2r_j})T_{i,j-1} + (1 + \frac{\Delta r}{2r_j})T_{i,j+1} + 2T_{i-1,j}] + \frac{\bar{q}\Delta r}{2k} = 0$$

Nodo *d*

$$-T_{i,j} + \frac{1}{3}[T_{i+1,j} + 2T_{i,j+1}] = 0 (i = 1, j = 1)$$

Nodo *e*

$$-T_{i,j} + \frac{1}{3}[T_{i-1,j} + 2T_{i,j+1} + \frac{\bar{q}\Delta r}{k}] = 0$$

Nodo *f*

$$-T_{i,j} + \frac{1}{6}[T_{i-1,j} + T_{i+1,j} + 4T_{i,j+1}] = 0$$

Si  $r_0 = 1 \text{ m}$ ,  $L = 1 \text{ m}$ ,  $T_s = 25 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $k = 20 \text{ W/mK}$  y  $\bar{q} = 1000 \text{ W/m}^2$  la distribución de temperaturas es la siguiente

$$\begin{array}{ll} T_{1,1} = 31,03^\circ\text{C} & T_{3,3} = 32,33^\circ\text{C} \\ T_{1,2} = 30,54^\circ\text{C} & T_{3,4} = 28,95^\circ\text{C} \\ T_{1,3} = 29,14^\circ\text{C} & T_{4,1} = 41,42^\circ\text{C} \\ T_{1,4} = 27,13^\circ\text{C} & T_{4,2} = 40,43^\circ\text{C} \\ T_{2,1} = 32,02^\circ\text{C} & T_{4,3} = 37,38^\circ\text{C} \\ T_{2,2} = 31,46^\circ\text{C} & T_{4,4} = 32,15^\circ\text{C} \\ T_{2,3} = 29,87^\circ\text{C} & T_{5,1} = 51,59^\circ\text{C} \\ T_{2,4} = 27,53^\circ\text{C} & T_{5,2} = 50,42^\circ\text{C} \\ T_{3,1} = 35,24^\circ\text{C} & T_{5,3} = 46,69^\circ\text{C} \\ T_{3,2} = 34,50^\circ\text{C} & T_{5,4} = 39,35^\circ\text{C} \end{array}$$

De esta manera se ha ilustrado como la transferencia de calor en tres dimensiones en cuerpos o figuras irregulares puede ser reducido a la transferencia de calor en cuerpos o figuras cúbicas (ó paralelepípedos) con diferentes condiciones de frontera dados por los nodos a-f. Es necesario hacer notar que la precisión de esta técnica dependerá del tamaño de los paralelepípedos y por lo tanto ellos deberán ser muy pequeños.

Este método es utilizado como base en una gran cantidad de programas computacionales que son diseñados para la solución de problemas físicos entre ellos la transferencia de calor. Para la solución del problema de la aeronave se utilizó el programa ANSYS que se basa en método del elemento finito, y que permite el correcto dimensionamiento de los cuerpos para asegurar una precisión confiable. Al proceso de fijar los nodos se le llama mallado. El siguiente capítulo describe detalladamente este método numérico.

# Capítulo 3

## Método del elemento finito

*Debido a la complejidad de los cuerpos que conforman el sistema bajo estudio, se dificulta la obtención de los contornos de temperatura en dichos cuerpos; se utilizó el programa computacional ANSYS que se basa en el método del elemento finito, para facilitar la obtención de estos contornos. En este capítulo se presenta una introducción al método del elemento finito, además se presenta una introducción a ANSYS, y a los módulos de este programa que fueron utilizados para el diseño, mallado y en general para realizar las simulaciones de la cabina, motor, hélice y aire.*

### 3.1. El método del elemento finito

El método del elemento finito es un método de aproximación de problemas continuos de tal forma que:

- El continuo se divide en un número finito de partes llamados elementos, cuyo comportamiento se especifica mediante un número finito de parámetros asociados a ciertos puntos característicos denominados nodos. Estos nodos son el punto de unión de cada elemento con sus adyacentes.
- La solución del sistema completo sigue las reglas de los problemas discretos. El sistema completo se forma por el ensamblaje de los elementos.
- Las incógnitas del problema dejan de ser funciones matemáticas y pasan a ser el valor de estas funciones en los nodos.
- El comportamiento en el interior de cada elemento queda definido a partir del comportamiento de los nodos mediante las adecuadas funciones de interpolación o funciones de forma.

Por tanto el método del elemento finito se basa en transformar un cuerpo de naturaleza continua en un modelo discreto aproximado, esta transformación se denomina discretización del modelo. El conocimiento de lo que sucede en el interior del modelo de cuerpo aproximado, se obtiene mediante la interpolación de los valores conocidos en los nodos. Es por lo tanto una aproximación de los valores de una función a partir del conocimiento de un número determinado y finito de puntos.

Los principios básicos del método del elemento finito son simples. El primer paso es dividir el dominio en elementos, a este proceso se le llama discretización. A la distribución de elementos se le llama malla.

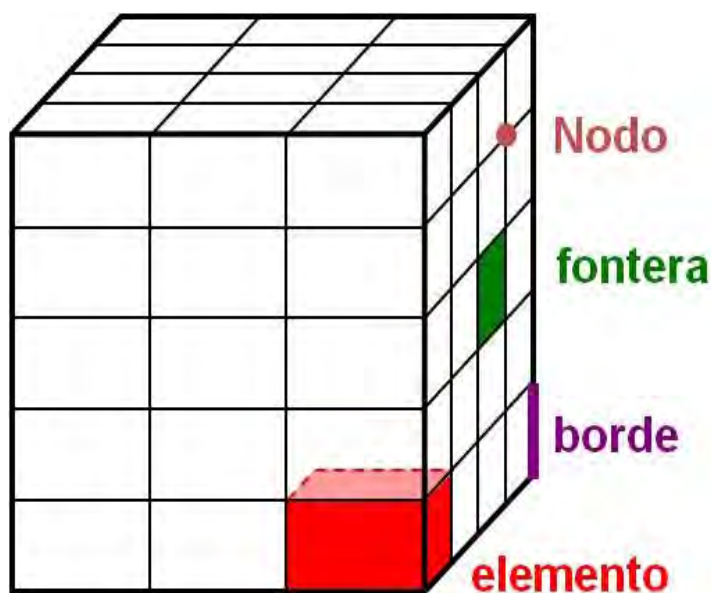


Figura 3.1: Malla simple en tres dimensiones.

Después de la discretización, las ecuaciones para cada elemento deben ser establecidas dependiendo de la física requerida. Las ecuaciones de cada elemento son acomodadas para obtener la ecuación global de la malla que describe el comportamiento del cuerpo en conjunto. En general la ecuación global tiene la siguiente forma

$$[K]A = B$$

donde  $[K]$  es llamada matriz de rigidez, la cual es una matriz singular por lo tanto no es invertible.

$A$  es el grado nodal de libertad, por ejemplo el desplazamiento para un análisis estructural, o la temperatura para un análisis térmico.

$B$  son las fuerzas nodales externas, por ejemplo las fuerzas para un análisis estructural, o el flujo de calor para un análisis térmico.

Para entender el método del elemento finito a continuación se muestra un ejemplo de aplicación de dicho método para un flujo de calor unidimensional.



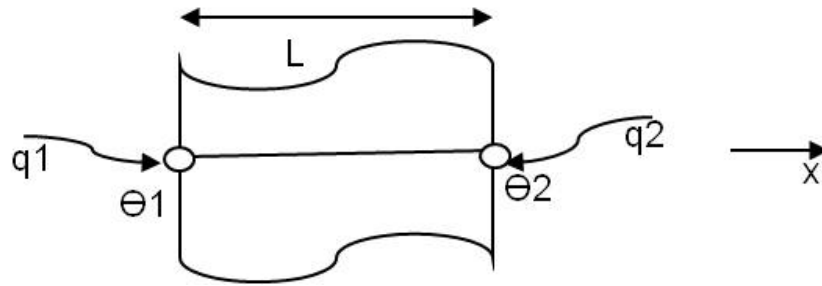


Figura 3.2: Dominio unidimensional.

La sección transversal del dominio unidimensional se muestra en la Figura 3.2, de acuerdo con la ley de Fourier, se tiene una tasa de flujo de calor por unidad de área en la dirección  $x$ , la cual puede escribirse como:

$$q = -kA \frac{d\theta}{dx} = -kA \frac{\Delta\theta}{L}$$

en donde  $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$  denota la caída de temperatura a través del espesor del dominio denotado por  $L$ .

El flujo de calor en el nodo uno se expresa de la siguiente forma

$$q_1 = \frac{kA}{L}(\theta_1 - \theta_2)$$

El balance de flujo de calor se puede expresar como:

$$q_2 = -q_1$$

Lo cual implica que

$$q_2 = \frac{-kA}{L}(\theta_1 - \theta_2)$$

Combinando las ecuaciones de  $q_1$  y  $q_2$  y reescribiendo la ecuación global en forma matricial resulta

$$\frac{kA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = [K]\{A\} = \{B\}$$

donde  $\{A\}$  es el vector de temperaturas,  $[K]$  la matriz de elementos característicos y  $\{B\}$  el vector que representa el flujo de calor.

Para obtener  $A$ ,  $K$  y  $B$  en el problema de la cabina, se utilizó un programa computacional que se basa en el método del elemento finito.

Los programas para cálculos por elementos finitos disponen de tres módulos de trabajo:

- Pre-procesador: se obtiene el modelo o cuerpos del sistema, se asignan materiales a cada componente del sistema, se genera la malla de los componentes y por último se asignan las condiciones de frontera a cada elemento.

- **Calculador:** es la parte del programa que realiza todo el cálculo del método del elemento finito y genera las soluciones, y utiliza los siguientes pasos:
  - Selección del tipo de cálculo a realizar, por ejemplo si es un análisis transitorio, en régimen armónico, estático etc.
  - Configuración de los parámetros de cálculo, ejemplo intervalo de tiempo, número de iteraciones etc.
  - Inicio del cálculo: el programa empieza transfiriendo las cargas al modelo, genera las matrices de rigidez, realiza la triangulación de la matriz, resuelve el sistema de ecuaciones y genera la solución.
- **Post-procesador:** es una herramienta que permite la presentación gráfica de los resultados, así como resultados indirectos que se obtienen operando los resultados del modelo.

Estos tres módulos tienen una adecuada flexibilidad de programación en ANSYS, por ello se utilizó para formar el modelo en esta tesis. A continuación se muestra una explicación de la estructura de este programa.

### 3.2. ANSYS

ANSYS es un programa computacional que se basa en el método de elemento finito. Es utilizado en la industria aeroespacial, automotriz, de manufactura, nuclear, electrónica, biomédica, etc. Ofrece soluciones por medio de simulaciones.

ANSYS ayuda a acelerar y simplificar el proceso de desarrollo de productos ya que puede resolver cuestiones relacionadas con la deformación estructural, transferencia de calor, flujo de fluidos, efectos electromagnéticos y una combinación de estos fenómenos.

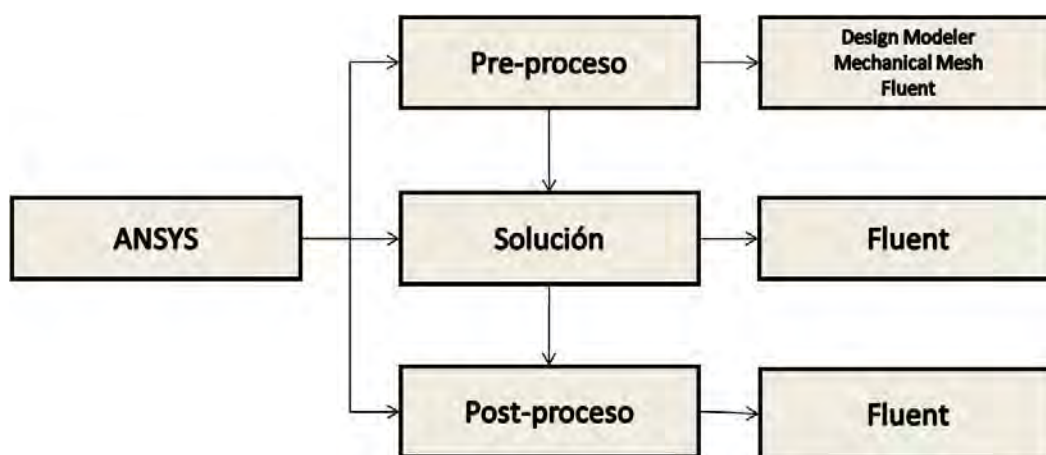


Figura 3.3: Diagrama de flujo para realizar una simulación en Ansys.

Para el diseño de la cabina, motor, hélice y el dominio del aire se utilizó Design Modeler, el cual es un módulo de ANSYS Workbench que se utiliza específicamente para el diseño

de cuerpos. Para la obtención de la malla del sistema se utilizó Mechanical Mesh el cual también es un módulo de ANSYS y se utiliza específicamente para obtener mallas, y para las simulaciones se utilizó Fluent, el cual es otro módulo de ANSYS, en el que se resuelven problemas de mecánica de fluidos

### 3.3. Diseño de cabina, motor y hélice

El diseño numérico de la cabina, motor y hélice, para este trabajo de tesis, se hizo en base a las medidas reales del STELA M1, para poder obtener una aproximación del comportamiento del flujo de aire y de transferencia de calor en la cabina de fuego del STELA M1. En este sentido los resultados aquí presentados constituyen una aproximación al sistema real.

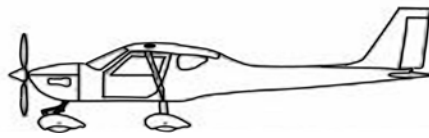


Figura 3.4: STELA M1.

Las cuerpos en tres dimensiones se hicieron a partir de figuras bidimensionales y con algunas herramientas de diseño que permitían la extrapolación a dimensión 3. La cabina de fuego es la parte de la aeronave donde se encuentra el motor, carburador y partes mecánicas.

Como primer paso se diseñó la cabina de fuego (coraza), ya que ella constituye una referencia esencial para localizar la hélice, motor y los huecos donde circula el aire. Las medidas se obtuvieron de la carcasa de un prototipo STELA M1, el cual se presenta en la Figura 3.5



Figura 3.5: Cabina de fuego de un prototipo STELA M1.

La Figura 3.5 muestra las imágenes de la cabina de fuego del STELA M1 que fue prestado por la compañía Aeromarmi al IPICYT para obtener medidas y otros requerimientos para esta tesis.

Como se mencionó anteriormente, el diseño de la cabina de fuego se hizo por partes a partir de figuras en dos dimensiones

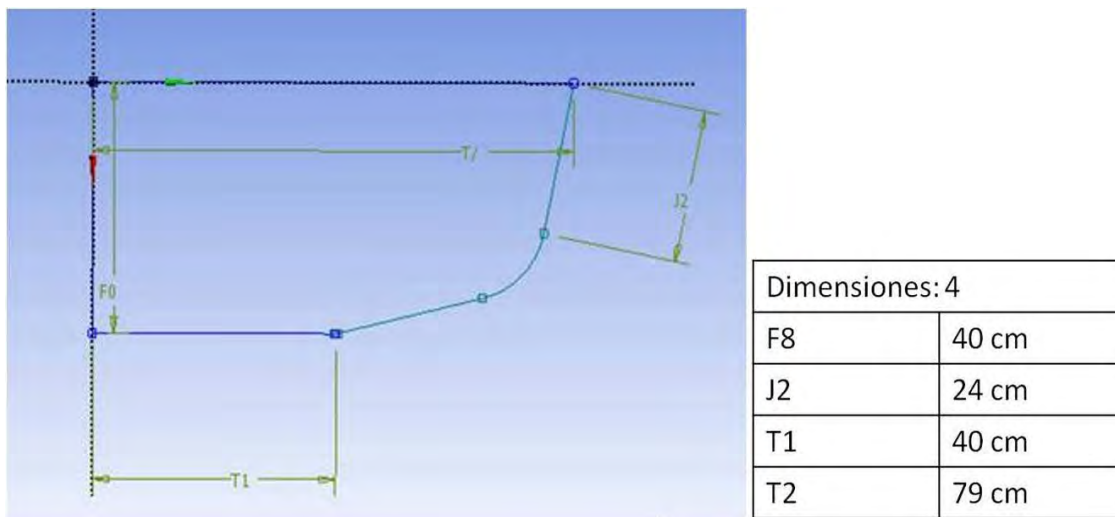


Figura 3.6: Plano de la parte baja de la cabina de fuego hecho en Design Modeler de ANSYS.

En la Figura 3.6 se muestra una figura bidimensional con sus respectivas medidas, la cual fue la base para obtener el diseño de la cabina de fuego y que corresponde a un plano en la parte baja de la cabina de fuego.

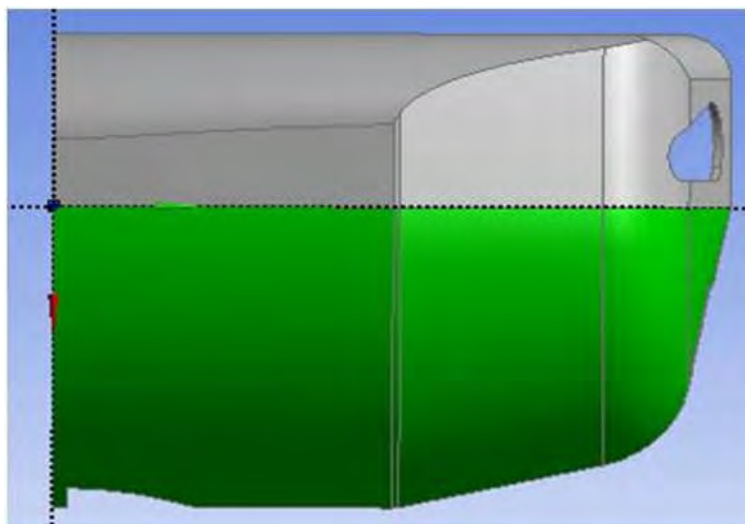


Figura 3.7: Sólido generado a partir de un plano.

En la Figura 3.7 se muestra una coraza que corresponde a una cabina de fuego. La parte

de color verde corresponde a la parte generada por el plano que se muestra en la Figura 3.6. En general los cuerpos fueron obtenidos por partes a partir de planos y después unidos.



Figura 3.8: Cabina de fuego

En la Figura 3.8 se muestra el modelo final de la cabina de fuego. Se pueden apreciar tres entradas de aire; las dos entradas iguales de la parte superior están en contacto con la parte superior del motor que es donde se encuentran ubicados los cilindros, la entrada de aire de la parte inferior está en contacto con la parte inferior del motor en donde se localizan aletas, las cuales están diseñadas para enfriar el motor y para la circulación del aire hacia la parte interna de la cabina.

En la parte baja de la cabina se encuentra la salida del aire como se muestra en la Figura 3.9. La salida en la parte baja fue diseñada para la circulación del aire dentro de la cabina de fuego hacia el exterior, con la finalidad de que no haya aumento de la temperatura en el fluido dentro de la cabina.

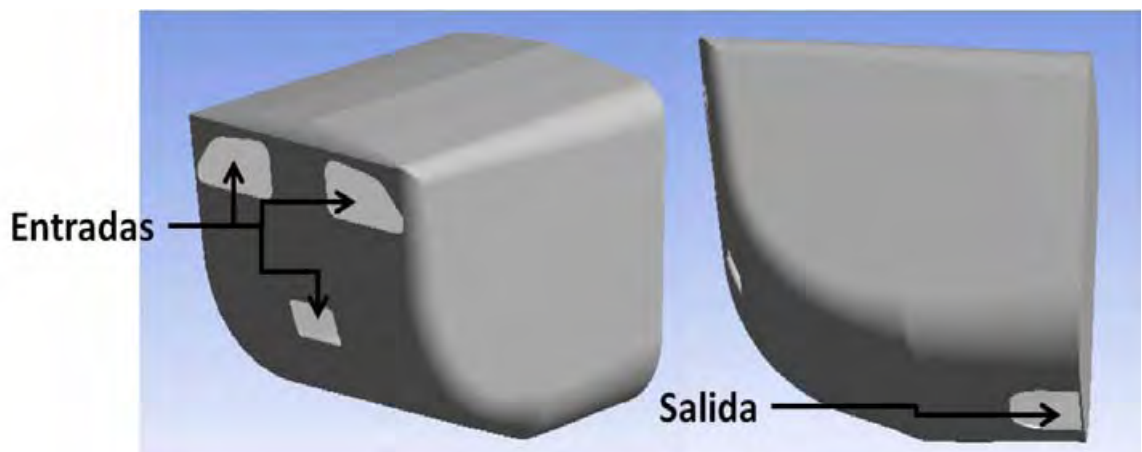


Figura 3.9: Entradas y salida de aire de la cabina

Después de obtener el diseño de la cabina, se diseñó el motor, el cual está basado en el

motor Jabirú 3300 un motor de cuatro tiempos, seis cilindros, con una máxima potencia de 90 *kw* (120 *hp*), el consumo de combustible varía de 26 a 35 litros por hora, consume 0,1 litros de aceite por hora.

En el diseño del motor sólo se utilizaron cuerpos simples como prismas rectangulares y cilindros, además se despreció el efecto de la fricción de las partes móviles sobre la temperatura.

Los prismas fueron diseñados a partir de las medidas reales del motor.

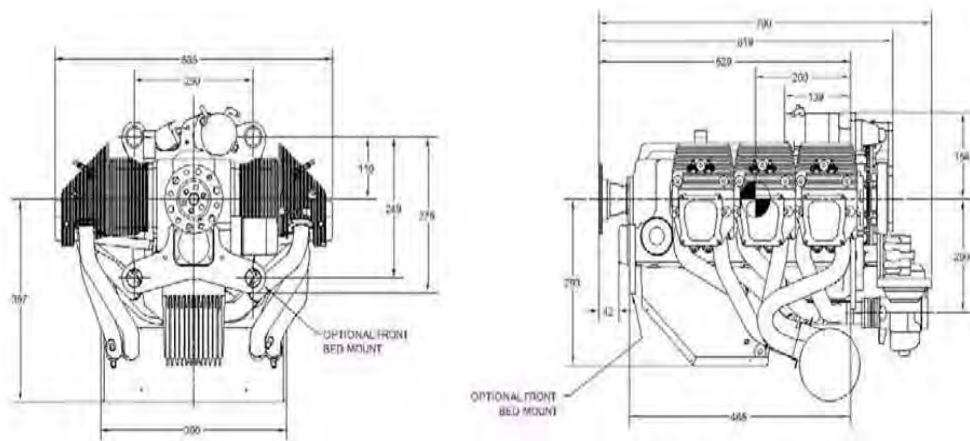


Figura 3.10: Planos del motor Jabirú 3300.

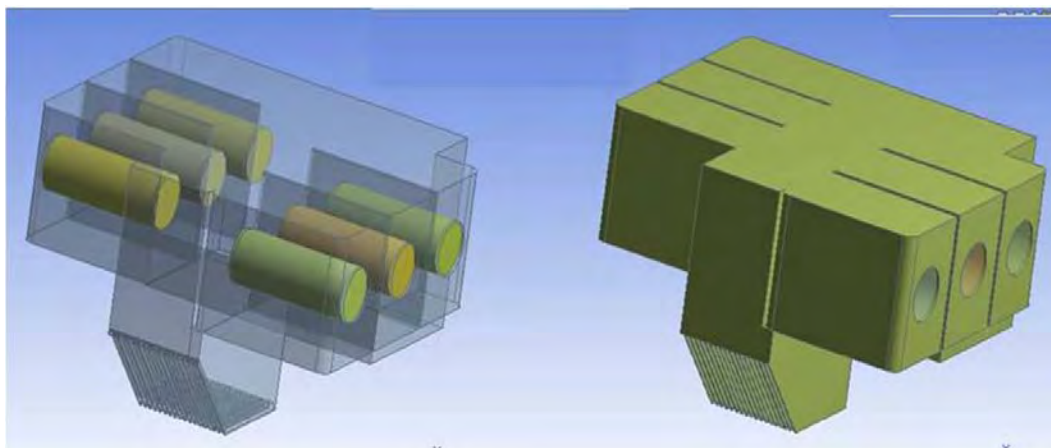


Figura 3.11: Modelo del motor obtenido con ANSYS, la imagen de la izquierda muestra la posición de los cilindros dentro del motor.

En la Figura 3.11 se muestra el diseño del motor, en la parte frontal y hasta abajo se pueden apreciar aletas, las cuales quedan frente a una entrada de aire dentro de la cabina de fuego y sirven para disminuir la temperatura del motor.

El diseño del motor consta de dos partes; la primera parte consta de seis sólidos, los cuales

son los cilindros del motor y están ubicados como se muestra en la Figura 3.11. La segunda parte consta de un sólido el cual es el resto del motor. Se realizó de esta manera ya que sólo en los cilindros existe generación de calor, además el material del que están hechos es de acero, mientras que el resto del motor es de aluminio.

El modelo del motor realizado en ANSYS es sólo una aproximación al modelo real, bajo la suposición de una tasa de generación de calor constante en cada cilindro.

Después de obtener el modelo del motor se continuó con el diseño de la hélice, la cual es un dispositivo formado por un conjunto de elementos denominados álabes, montados de forma concéntrica alrededor de un eje, girando alrededor de éste en un mismo plano. Su función es transmitir a través de los álabes, su propia energía cinética a un fluido, creando una fuerza de tracción.

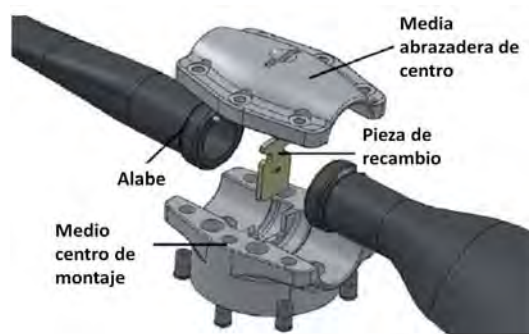


Figura 3.12: Propela modelo 2A0J5R64ZN .

En la Figura 3.12 se muestra el modelo de propela que se utiliza en el STELA M1, está hecha de fibra de carbono por lo que se minimiza la susceptibilidad de acumular daños a causa de los efectos de vibraciones armónicas. Esta propela está formada por dos álabes y está diseñada para adaptarse al motor Jabiru 3300, mide 1,6 m de diámetro.



Figura 3.13: Parte frontal del STELA M1.

En la Figura 3.13 se muestra la parte frontal del STELA M1 en la cual se puede observar su hélice que consta de dos álabes.



Figura 3.14: Hélice hecha en Ansys.

En la Figura 3.14 se muestra el diseño de la hélice que se utilizó para el modelo final del sistema.

Se puede observar que la hélice que se utilizó en el sistema es sólo una aproximación al modelo de hélice real; mide  $1,6\text{ m}$  y consta de dos álabes trapezoidales al igual que la hélice utilizada por el STELA M1, sin embargo difiere en la torsión de los álabes y en el grosor.

### 3.3.1. Modelo de la cabina motor y hélice

Finalmente fueron unidos los cuerpos de la cabina, motor y hélice en sus respectivas posiciones, para después agregar el dominio del aire que circula al rededor del avión, el cual es un cuerpo que representa al fluido (túnel de viento), en este caso el dominio es un cilindro de  $7\text{ m}$  de diámetro y  $10\text{ m}$  de largo.

Para la realización de la simulación se requiere la malla del sistema completo; esto quiere decir cabina, motor, hélice y dominio del aire.

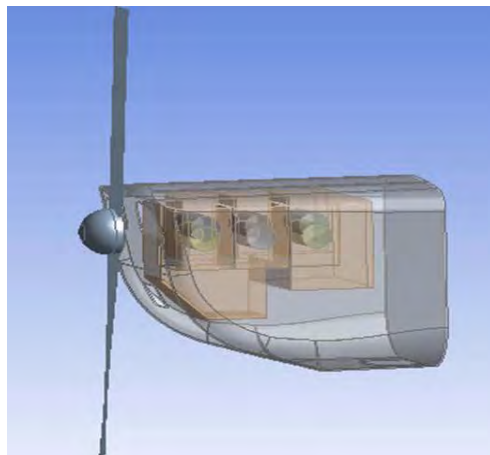


Figura 3.15: Modelo de la cabina, motor y hélice

En la Figura 3.15 se muestra el modelo final del motor, cabina y hélice. La cabina se muestra transparente para poder apreciar la posición del motor que se encuentra dentro.



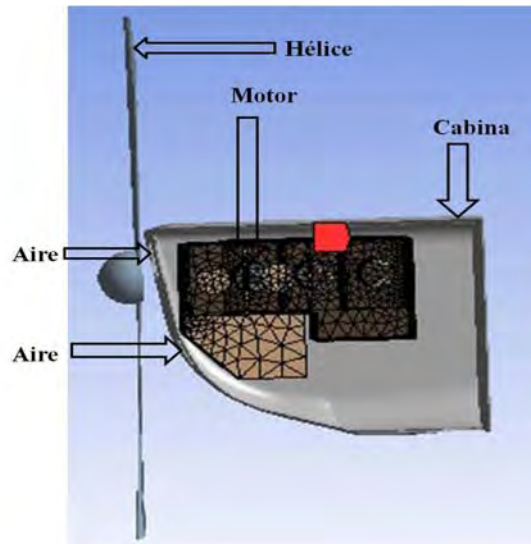


Figura 3.16: Motor dentro de la cabina de fuego

La Figura 3.16 muestra un corte lateral en la cabina de fuego para poder ver la posición del motor dentro de la cabina. En esta imagen se puede observar que la parte alta del motor se encuentra justo frente a las entradas de aire de la cabina.



Figura 3.17: Aletas del motor que se encuentran frente a una entrada de aire de la cabina de fuego

En la Figura 3.17 se muestra la entrada de aire que se encuentra en la parte frontal inferior de la cabina de fuego, la cual está en contacto con la parte frontal del motor. Se muestran dos imágenes; la imagen de la derecha corresponde al modelo obtenido en ANSYS mientras que la imagen de la izquierda corresponde al modelo real.



Figura 3.18: Cabina, motor y hélice

Las imágenes que se muestran en la Figura 3.18 pertenecen al modelo del motor cabina y hélice, la imagen de la izquierda es el modelo final que se utilizó para las simulaciones. Como se había mencionado anteriormente después de obtener los cuerpos del sistema es necesario obtener la malla del sistema para lo cual fue necesario exportar los cuerpos del sistema a Mechanical Mesh.

### 3.4. Diseño de la malla

El objetivo de obtener una malla en ANSYS Workbench es proporcionar robustez además de simplificar el proceso de acoplamiento de mallas. Estas herramientas tienen la ventaja de ser altamente automatizadas además de tener un grado de control de usuario de moderado a alto.

- Propósito de la malla
  - Para el modelado de CFD (dinámica de fluidos computacional), el programa realiza los cálculos en una serie de lugares discretos en el dominio.
  - El propósito de la malla es descomponer el dominio de solución en un número adecuado de lugares para un resultado preciso.
  - Los bloques de construcción básicos de una malla en tres dimensiones son:

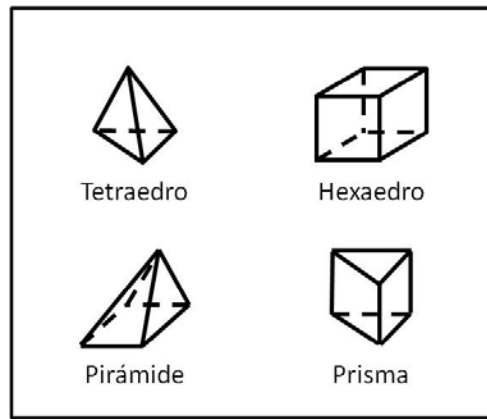


Figura 3.19: Diferentes tipos de elementos para una malla en tres dimensiones

■ Módulo de CFD

- Se refina la malla para capturar gradientes que conciernen a la presión, temperatura, velocidad, etc.
- Se obtiene la malla con calidad y suavidad que son fundamentales para obtener resultados precisos
- Las mallas de tetraedros para CFD son generalmente de primer orden (no hay nodos mediados de lado en los bordes del elemento).

para realizar un análisis utilizando CFD se requiere un malla fina, con variaciones suaves y resolución en las capas de las fronteras.

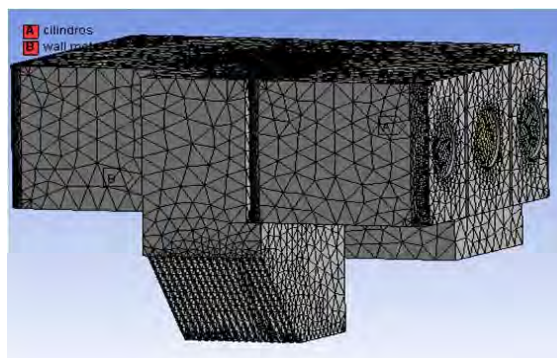


Figura 3.20: Malla del motor

En la Figura 3.20 se muestra la malla del motor. Se puede observar que son tetraedros de diferentes tamaños dependiendo del lugar en el que se encuentren en el motor. Mayores cambios en el cuerpo resultarán en un mallado más fino. También se observa que en la parte superior de la imagen aparecen dos recuadros rojos con diferentes nombres, los cuales pertenecen a dos regiones del motor; uno pertenece a la parte de los cilindros que está en contacto con el aire mientras que el otro pertenece a el resto de la pared externa del motor.

Se nombra a las superficies de los cuerpos desde Mechanical Mesh ya que al exportar la malla al módulo para realizar las simulaciones, es necesario fijar las condiciones de frontera de manera independiente.

Para las simulaciones es necesario poner las condiciones de frontera a cada elemento del sistema involucrado en la simulación. Por ejemplo en las paredes del motor habrá convección, por lo tanto debe haber una interface entre sólido y fluido por ello es necesario tener dos regiones con diferente tipo de malla, uno para el sólido y otro para el fluido. Por ejemplo en la Figura 3.20 se muestra la malla de la pared externa del motor, mientras que en la Figura 3.21 se muestra la malla del fluido que rodea la pared del motor.

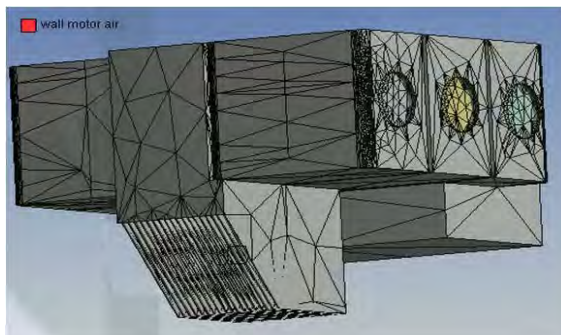


Figura 3.21: Malla del fluido que se encuentra en las paredes del motor incluyendo las paredes de las aletas

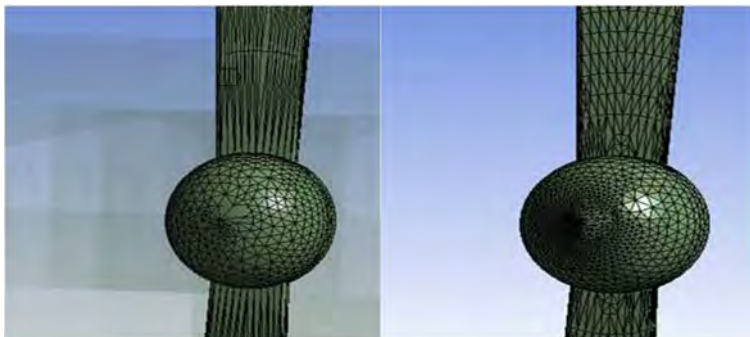


Figura 3.22: Malla de la parte externa de la hélice, la imagen de la izquierda pertenece al fluido que rodea la hélice, mientras que la imagen de la derecha pertenece a la malla de la parte externa de la hélice

En las imágenes anteriores se puede observar que la malla del sólido es más fina que la malla del fluido.

**Observación 1** La malla de las Figuras 3.21 y 3.22 es una primera aproximación de malla. Esta se puede afinar haciendo las simulaciones, poniéndola más fina entre mayores sean los cambios ie. mayores gradientes de velocidad, temperatura, etc.

A continuación se mencionan las regiones que fueron utilizadas en Fluent para simular la transferencia de calor y de momento. Cada una de estas regiones pertenece a las superficies de los cuerpos utilizados y a las cuales fueron aplicadas condiciones de frontera.

Superficies a las cuales se les asigna condición de frontera:

- Pared de fluido que rodea la hélice
- Pared de fluido que rodea al motor, sirve como interface entre sólido y fluido
- Pared de fluido que sirve como salida de aire del sistema
- Pared de fluido que sirve como entrada de aire al sistema
- Pared del fluido, la cual se condiciona como adiabática para que no interfiera en la transferencia de calor.
- Pared externa del motor, la cual sirve de interface entre sólido y fluido
- Pared externa de la hélice
- Pared externa de la cabina
- Paredes de los cilindros en contacto con el resto del motor

A continuación se mencionan los sólidos utilizados en las simulaciones y en número de nodos iniciales por los cuales están conformados:

- motor: conformado por 102469 nodos que forman 566113 elementos
- hélice: conformado por 16253 nodos que forman 86040 elementos
- cabina: conformado por 13359 nodos que forman 48848 elementos
- cilindros: conformado por 504 nodos cada cilindro que forman 4321 elementos
- aire: conformado por 281223 nodos que forman 1636395 elementos

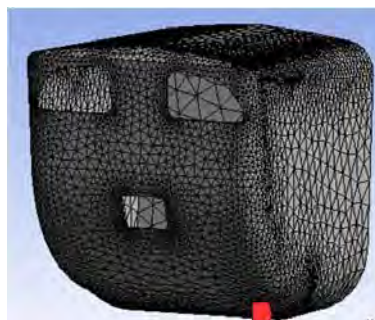


Figura 3.23: Malla de la cabina de fuego

En la Figura 3.23 se muestra la malla de la cabina, vista de frente, se puede observar que la malla es más fina en las aristas del cuerpo, ya que se trata de áreas con cambios de geometría (curvatura).

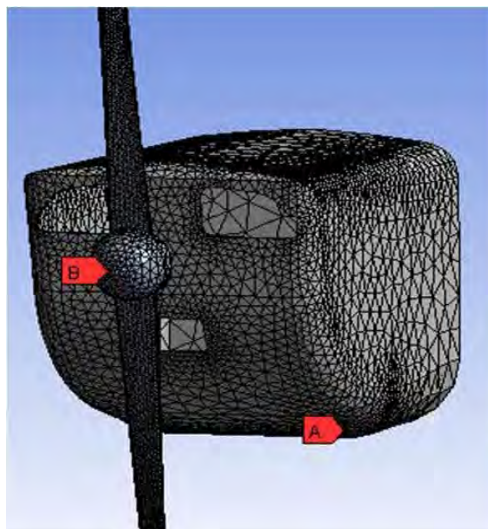


Figura 3.24: Malla de la cabina motor y hélice

En la Figura 3.24 se muestra la malla de la cabina motor y hélice, las cuales forman el dominio sólido del sistema. La Figura 3.25 muestra la Malla del dominio del fluido del túnel de viento.

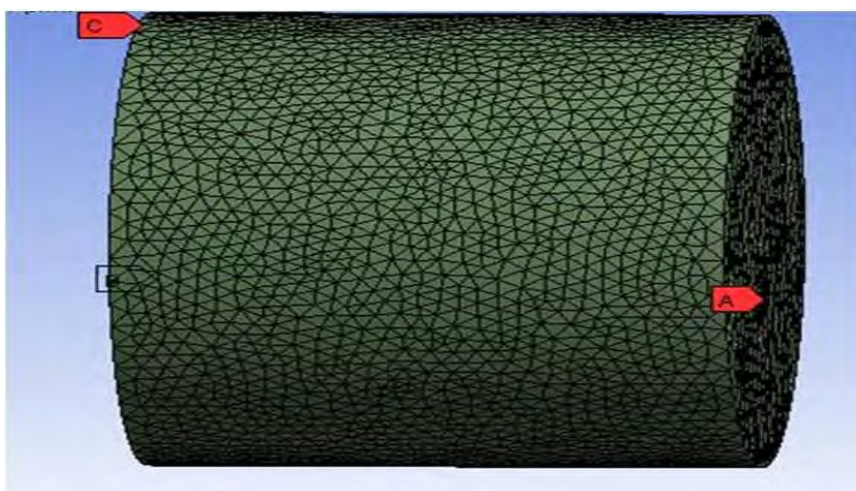


Figura 3.25: Malla del aire

La malla inicial del sistema en total tiene 443 514 nodos que forman 2 363 293 tetraedros, esto es con una relevancia de 100. La relevancia en la malla es muy importante ya que se utiliza de un rango de -100 a 100 y entre mayor sea, la malla será más fina lo que implica una mayor exactitud en la solución. Después de obtener la malla completa del sistema y de nombrar las regiones. La malla fue exportada a Fluent.

### 3.5. Solución numérica de las ecuaciones

ANSYS Fluent es un programa computacional para el modelado del flujo de fluido, transferencia de calor y reacciones químicas en cuerpos de forma irregular. ANSYS Fluent está escrito en el lenguaje de programación C y hace pleno uso de la flexibilidad y el poder que ofrece el lenguaje. En consecuencia, la memoria dinámica es utilizada, después de que una malla que se ha leído en ANSYS Fluent, todas las operaciones restantes se llevan a cabo dentro de Fluent. Estos incluyen el establecimiento de condiciones de frontera, la definición de las propiedades del fluido y sólido, la ejecución de la solución, refinación de la malla, post-procesamiento y visualización de los resultados.

ANSYS Fluent resuelve una ecuación de variación de energía que se toma en consideración como transferencia de calor. Cuando se modela un sistema que incluye transferencia de calor es necesario activar las condiciones físicas del sistema; tal como las condiciones de frontera, propiedades del material que gobiernan la transferencia de calor como parte de su estructura.

A continuación se da una breve explicación del método que utiliza Fluent para la transferencia de calor.

Fluent resuelve la ecuación de balance de energía en la siguiente forma.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \nabla \cdot (\vec{v}(\rho E + p)) = \nabla \cdot (k_{eff} \nabla T - \sum_j H_j \vec{J}_j + (\bar{\tau}_{eff} \cdot \vec{v})) + S_H \quad (3.1)$$

donde  $K_{eff}$  es la conductividad térmica efectiva, y  $J_j$  la difusión del flujo de especies  $j$ ,  $\vec{v}$  el vector de velocidad,  $\rho$  la densidad,  $p$  la presión y  $T$  la temperatura. Los primeros tres términos en la parte derecha de la ecuación representan la transferencia de energía debido a la conducción, difusión de especies y la disipación de la viscosidad respectivamente.  $S_H$  incluye el calor de reacción química y otras fuentes de calor volumétricas.

En la ecuación 3.1 se usa la siguiente notación

$$E = H - \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} \quad (3.2)$$

donde la entalpía  $H$  es definida para los gases ideales como:

$$H = \sum_j Y_j H_j \quad (3.3)$$

y para flujos incompresibles como:

$$H = \sum_j Y_j H_j + \frac{p}{\rho} \quad (3.4)$$

En las Ecuaciones 3.3 y 3.4,  $Y_j$  es la fracción de masa de especies  $j$  y

$$H_j = \int_{T_{ref}}^T c_{p,j} dT \quad (3.5)$$

donde  $T_{ref}$  es 298,15K

La ecuación de energía que se mencionó en esta sección pertenece a la ecuación de energía en fluidos, mientras que para la región de sólidos la ecuación de transporte de energía es usada por Fluent como:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho H) + \nabla \cdot (\vec{v} \rho H) = \nabla \cdot (k \nabla T) + S_H \quad (3.6)$$

El segundo término de la parte izquierda de la ecuación representa la transferencia de energía convectiva debido al movimiento rotacional o traslacional de los sólidos. El campo de velocidad  $\vec{v}$  es calculado desde el movimiento especificado en los sólidos.

Los términos de la parte derecha de la ecuación son el flujo de calor debido a la conducción y fuentes de calor volumétrico en el sólido respectivamente.

Cuando hay convección en el sistema, las fuerzas de fluctuación pueden ser medidas a partir de la razón del número de Grashof y el número de Reynolds.

$$\frac{Gr}{Re^2} = \frac{g\beta\Delta TL}{\nu^2} \quad (3.7)$$

Cuando este número se aproxima o excede la unidad, se debe esperar fuertes contribuciones de fluctuación en el flujo, y al contrario si el número es pequeño las fuerzas de fluctuación pueden ser ignoradas en la simulación.

En la convección natural pura la fuerza de fluctuación en el flujo inducido es medido por el número de Rayleigh

$$Ra = \frac{g\beta\Delta TL^3\rho}{\mu\alpha} \quad (3.8)$$

donde  $\beta$  es el coeficiente de expansión térmica y  $\alpha$  es la difusividad térmica

Un número de Rayleigh menor a  $10^8$  indica fluctuación que induce flujo laminar, con transición a turbulento en el rango de  $10^8 < Ra < 10^{10}$

Las ecuaciones anteriores corresponden al transporte de energía, sin embargo, en esta tesis también se requiere la solución al transporte de momento.

ANSYS Fluent utiliza una técnica basada en volúmenes de control para convertir una ecuación general escalar de transporte a una ecuación algebraica que puede resolverse numéricamente. Esta técnica de volumen de control consiste en integrar la ecuación de transporte de cada volumen de control, dando una ecuación discreta que expresa la ley de conservación en



una base de volumen de control.

La discretización de las ecuaciones se puede ilustrar con mayor facilidad, considerando la ecuación de conservación en estado transitorio para el transporte de una cantidad escalar. Esto se demuestra por la siguiente ecuación escrita en forma integral para un control de volumen  $V$  arbitraria de la siguiente manera

$$\int_V \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dV + \oint \rho \phi \vec{v} \cdot d\vec{A} = \oint \Gamma_\phi \nabla \phi \cdot d\vec{A} + \int_V S_\phi dV \quad (3.9)$$

donde

$\rho$  = Densidad

$\vec{v}$  = Vector de velocidad

$\vec{A}$  = Superficie del área de vectores

$\Gamma_\phi$  = Coeficiente de difusión de  $\phi$

$\nabla \phi$  = Gradiente de  $\phi$

$S_\phi$  = Fuente de  $\phi$  por unidad de volumen

La ecuación 3.9 se aplica a cada volumen de control, en el dominio computacional. La discretización de la ecuación 3.9 en una determinada célula se da de la siguiente forma

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} V + \sum_f^{N_{faces}} \rho_f \vec{v}_f \phi_f \cdot d\vec{A}_f = \sum_f^{N_{faces}} \Gamma_\phi \nabla \phi_f \cdot d\vec{A} + S_\phi V \quad (3.10)$$

donde

$N_{faces}$  = Número de caras que encierran la celda

$\phi_f$  = Valor de  $\phi$  por convección a través de la cara  $f$

$\rho_f \vec{v}_f \cdot d\vec{A}_f$  = Flujo de masa a través de la cara

$\vec{A}_f$  = Área de la cara  $f$

$\nabla \phi_f$  = Gradiente de  $\phi$  en la cara  $f$

$V$  = Volumen de la celda

Las ecuaciones que resuelve ANSYS Fluent adoptan la misma forma general que la ecuación 3.10 y es aplicable a mallas multidimensionales no estructuradas compuestas de poliedros arbitrarios

La ecuación discretizada de transporte escalar contiene la variable escalar desconocida  $\phi$  en el centro de la celda así como los valores desconocidos de las celdas vecinas. Esta ecuación, en general, es no lineal con respecto a estas variables. Una forma linealizada de la ecuación 3.10 se puede escribir de la siguiente forma:

$$a_P \phi = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (3.11)$$

donde el subíndice  $nb$  se refiere a las celdas vecinas, y  $a_p$  y  $a_{nb}$  son los coeficientes linealizados para  $\phi$  y  $\phi_{nb}$ . El número de celdas vecinas depende de la topología de la malla, pero

normalmente igual al número de caras que encierra a la celda.

Ecuaciones similares se pueden escribir para cada celda de la malla. Esto se traduce en un conjunto de ecuaciones algebraicas con una matriz de coeficientes esparcidos.

Para la solución de estas ecuaciones Fluent tiene dos tipos de solucionadores uno basado en presión y el segundo basado en densidad. En los dos métodos el campo de la velocidad es obtenido de las ecuaciones de momento. En la aproximación basada en densidad, la ecuación de continuidad es utilizada para obtener el campo de densidad mientras que el campo de presión es determinado de la ecuación de estado.

Por otro lado en la aproximación basada en presión, el campo de presión es extraído de la solución de una ecuación de presión la cual es obtenida por la manipulación de las ecuaciones de momento y continuidad.

En ambos métodos Fluent resuelve la integral de las ecuaciones para conservación de masa, momento, energía y otras escalares tales como turbulencia y especies químicas.

En los dos métodos se utilizan técnicas que se basan en volumen de control que consiste en:

- División del dominio en volúmenes de control utilizando una malla computacional.
- Integración de las ecuaciones que rigen en los volúmenes de control individual para construir ecuaciones algebraicas para las variables dependientes discretas, tales como velocidad, presión, temperatura y escalares de conservación.
- Linealización de las ecuaciones discretizadas y la solución de la ecuación lineal resultante, para obtener los valores actualizados de las variables dependientes.

Los dos métodos numéricos emplean un proceso de discretización similares de volúmenes finitos, pero el enfoque utilizado para linealizar y resolver las ecuaciones discretizadas es diferente.

El que se utilizó de manera arbitraria para las simulaciones en esta tesis, fue el basado en presión, a continuación se da una breve explicación de su funcionamiento.

### **3.5.1. Método basado en presión**

El solucionador basado en presión emplea un algoritmo que pertenece a una clase general de los métodos llamado el método de proyección; en donde la restricción de conservación de la masa del campo de velocidad se consigue mediante la resolución de una ecuación de presión.

La ecuación de la presión se deriva de las ecuaciones de continuidad y de movimiento de tal manera que el campo de velocidades, corregida por la presión, satisface la continuidad.

Puesto que las ecuaciones que rigen son no lineales y acopladas, el proceso de solución implica iteraciones en donde el conjunto de ecuaciones se resuelve varias veces hasta que la solución converge.

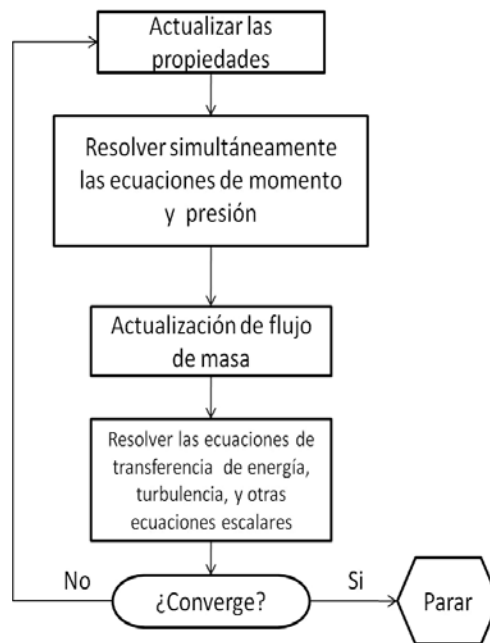


Figura 3.26: Algoritmo del método basado en presión

# Capítulo 4

## Análisis numérico

*Simulación es una técnica numérica para conducir experimentos en una computadora. Estos experimentos comprenden ciertos tipos de relaciones matemáticas y lógicas, las cuales son necesarias para describir el comportamiento y la estructura de sistemas complejos del mundo real a través de períodos. En esta sección se analizarán las simulaciones de la transferencia de calor y momento de la cabina de fuego. Estas simulaciones fueron realizadas con Fluent.*

### 4.1. Análisis de transferencia de momento

En esta sección se presentan los resultados de la simulación numérica de la cabina de fuego analizando la transferencia de momento. Estas simulaciones servirán para observar y comparar las trayectorias del aire dentro de la cabina de fuego con hélice y sin hélice, y nos permitirán establecer la conveniencia del diseño aún en ausencia del motor.

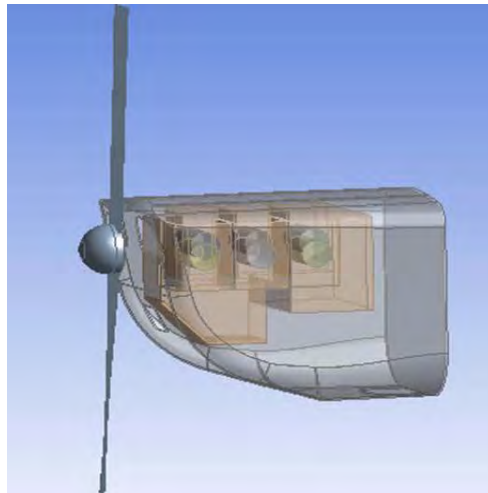


Figura 4.1: Cabina, motor y hélice

Los materiales utilizados fueron: aluminio y acero para el motor, fibra de carbono para la cabina y la hélice, y se asume a una temperatura de  $4,5^{\circ}C$  que corresponde a que la aeronave

se encuentra a una altura de  $2860\text{ m}$  sobre el nivel del mar. La velocidad de la aeronave se varió de  $150\text{ km/h}$  a  $250\text{ km/h}$ , siendo estas típicas velocidades de crucero; la velocidad angular de la hélice se varió de  $1800\text{ rpm}$  a  $3000\text{ rpm}$  correspondiendo bajo condiciones de perturbación muy moderadas a las velocidades de  $150$  y  $250\text{ km/h}$  respectivamente. Es importante recalcar en este punto que esta correspondencia puede variar dramáticamente dependiendo de las condiciones de operación del avión (viento, otras condiciones ambientales, peso o carga del avión). La tasa de generación de calor de los cilindros es de  $159,26\text{ kw/m}^3$  y una temperatura inicial de  $27^\circ\text{C}$  en el motor.

Con el fin de hacer más fácil la discusión de los resultados, considere el siguiente sistema coordenado que se muestra en la Figura 4.2 situado dentro de la cabina de fuego.

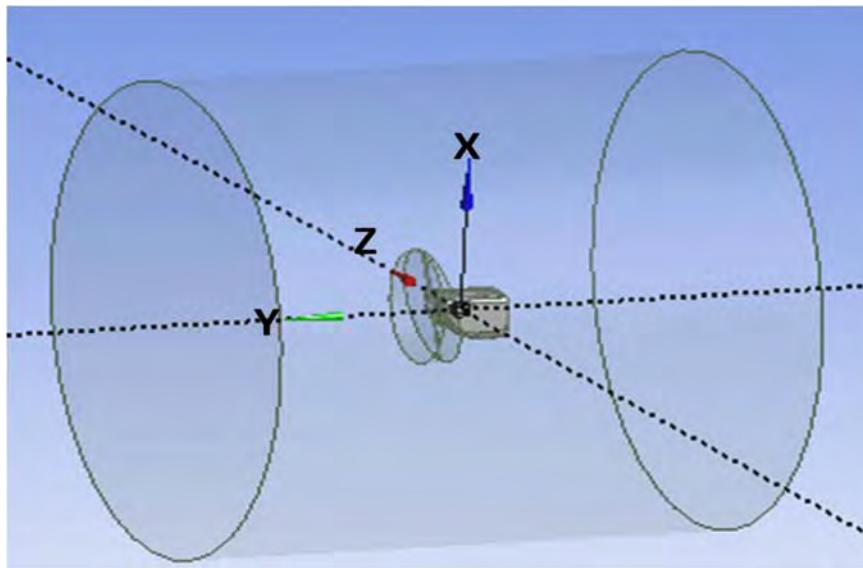


Figura 4.2: Posición de los ejes de las coordenadas  $x, y, z$  en el sistema

La Figura 4.2 muestra el sistema de coordenadas rectangulares para el sistema, y para la presentación de resultados, el plano  $xy$  corresponderá a un corte lateral y el plano  $yz$  a un corte transversal. Los límites de la cabina de fuego dentro del sistema coordenado se describen en el siguiente cuadro.

Plano	x	y	z
Nariz		$0,39\text{ m}$	
Fondo		$-0,39\text{ m}$	
Lomo	$0,22\text{ m}$		
Pared Izquierda			$0,29\text{ m}$
Pared Derecha			$-0,29\text{ m}$
Base	$-0,39\text{ m}$		

La nariz es la pared frontal de la cabina, donde se encuentran tres entradas de aire, el fondo es la pared que conecta con la cabina del piloto, la base es la pared baja de la cabina, donde se encuentra la salida de aire, el lomo es la pared superior de la cabina, y la pared

izquierda y derecha son las paredes laterales de la cabina.

La cabina tiene un volumen de  $0,275 \text{ m}^3$ , tiene 4 puntos de ventilación; 3 entradas de aire en el frente de la cabina y otra más en la base que sirve de salida.

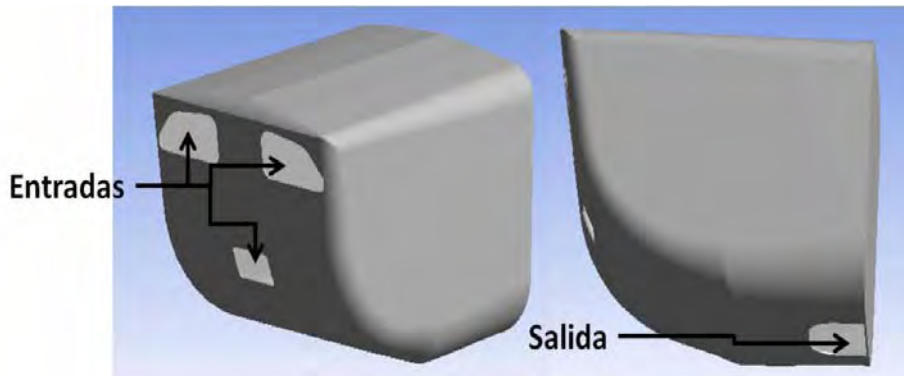


Figura 4.3: Cabina de fuego

#### 4.1.1. Cabina sin motor

Primeramente se analiza el efecto de la velocidad de translación del avión en una cabina sin motor.

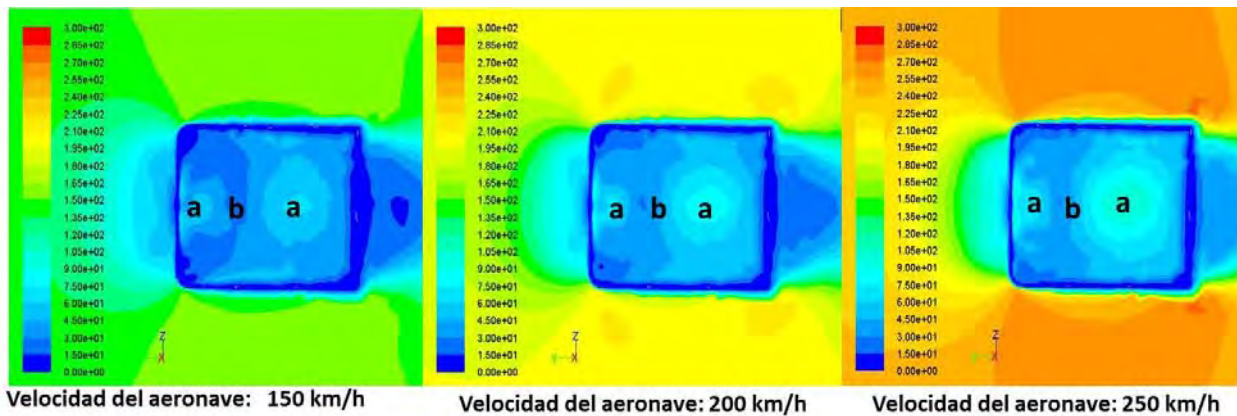


Figura 4.4: Contornos de velocidad en un corte transversal ( $x = -0,28 \text{ m}$ ) de la cabina de fuego para diferentes velocidades de translación de la aeronave. Las zonas marcadas con la letra *a* corresponden a mayor turbulencia.

En la Figura 4.4 se muestran los contornos de velocidad en un corte transversal de la cabina de fuego ( $x = -0,38 \text{ m}$ ) y a diferentes velocidades de translación de la cabina. En estas simulaciones la velocidad con la que viaja el avión es de  $150 \text{ km/h}$ ,  $200 \text{ km/h}$  y  $250 \text{ km/h}$  de izquierda a derecha, respectivamente. El objetivo de estas simulaciones es mostrar la diferencia de las velocidades dentro de la cabina, sin la perturbación de la hélice. Queda claro que esta situación no es real pero nos permite entender el efecto de la perturbación

generada por la rotación de la hélice. Aún más es claro que entre mayores sean las *rpm* de la hélice, aumentará el poder de tracción del avión y su velocidad.

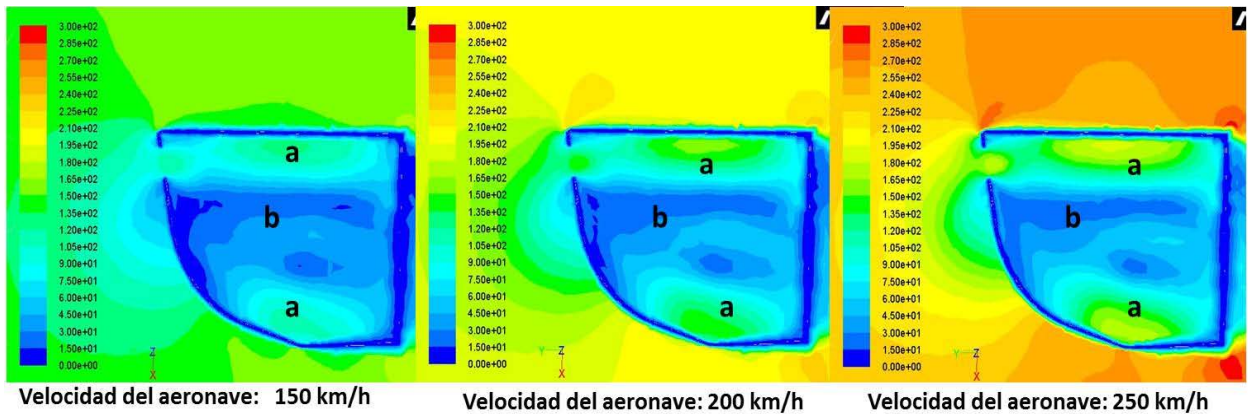


Figura 4.5: Contornos de velocidad en un corte lateral ( $z = 0,14 \text{ m}$ ) de la cabina de fuego para diferentes velocidades de translación de la aeronave. Las zonas marcadas con la letra *a* corresponden a mayor turbulencia.

En las Figuras 4.4 y 4.5, es posible observar zonas de mayor velocidad denotadas con la letra *a*, note además que las velocidades más bajas dentro de la cabina suceden entre las entradas de aire superior e inferior, como se muestra en la región denotada por *b*. Lo anterior sugiere que el aire, una vez que entra en la parte frontal, se dirige hacia las paredes laterales del avión para luego fluir hacia la parte baja de la cabina. Note además que las velocidades más grandes suceden en algunos puntos cerca de las paredes (mostrados con la letra *a*) mientras que las zonas marcadas con letra *b* corresponden a zonas de baja velocidad y donde posiblemente haya presencia de vórtices.

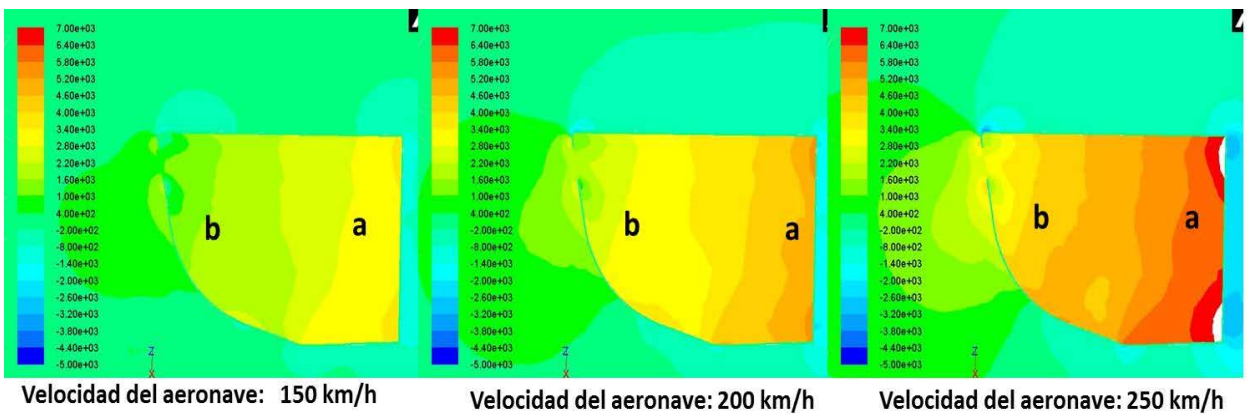


Figura 4.6: Contornos de presión en un corte lateral de la cabina de fuego ( $z = 0,14 \text{ m}$ )

En las Figuras 4.6 y 4.7. se muestran los contornos de presión en cortes laterales y transversales de la cabina de fuego, y a diferentes velocidades de translación de la aeronave. En estas figuras es posible observar un aumento de presión en el fondo (pared de la cabina de fuego que conecta con la cabina del piloto,  $y = -0,39 \text{ m}$ ), la cual es alrededor de tres veces mayor que la de la entrada. Ello implica que el flujo de aire es mayormente inverso a la

dirección del avión, puesto que el viento circula en la dirección de un gradiente de presión negativo.

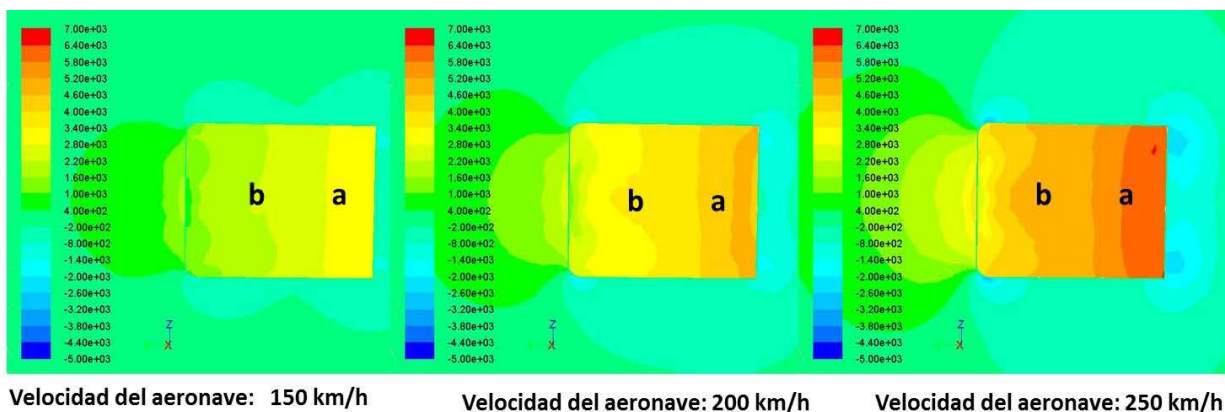


Figura 4.7: Contornos de presión en un corte transversal en  $x = -0,28 m$

Observe además que la pared que está sujeta a mayor presión no es la de la nariz del avión, sino la pared situada en el fondo. Ello implica mayores riesgos de compromiso de los materiales dentro del avión que fuera. El aumento de presión produce además zonas de baja ventilación y vórtices como se muestra en las Figuras 4.9 y 4.10 (mostrados en azul oscuro).

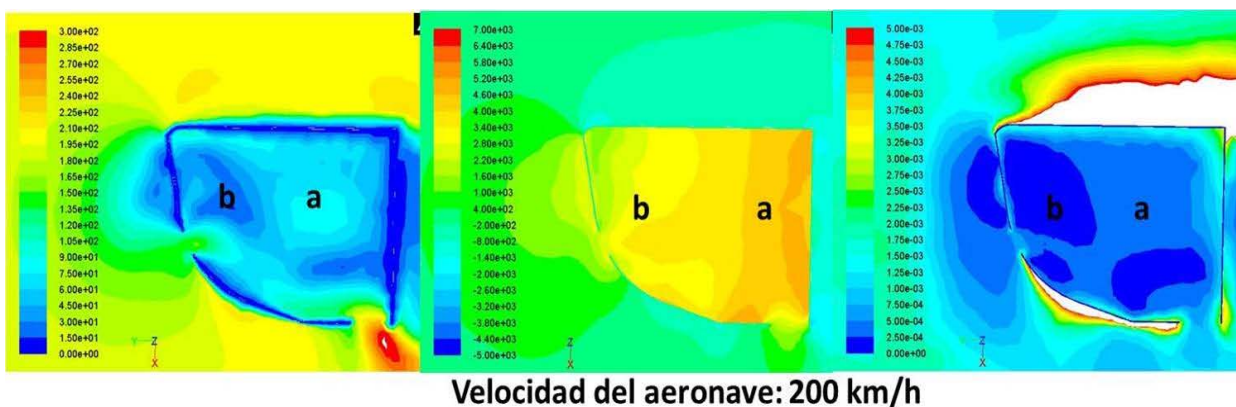


Figura 4.8: (De izquierda a derecha) Contornos de velocidad, presión y coeficiente de convección en un corte lateral  $z = 0 m$

En la Figura 4.8 se muestran los contornos de velocidad, presión y coeficiente de convección para un corte lateral de la cabina de fuego. En la figura se puede observar que las regiones *a* presentan mayor coeficiente de convección, esto es debido a que dicha región existe mayor flujo de aire, además se puede observar que la mayor presión se encuentra en el fondo y su magnitud va decreciendo conforme la distancia se encuentre cerca de la nariz de la aeronave.

En las Figuras 4.9 y 4.10 se muestra el campo vectorial de velocidad en diferentes cortes de la cabina de fuego.



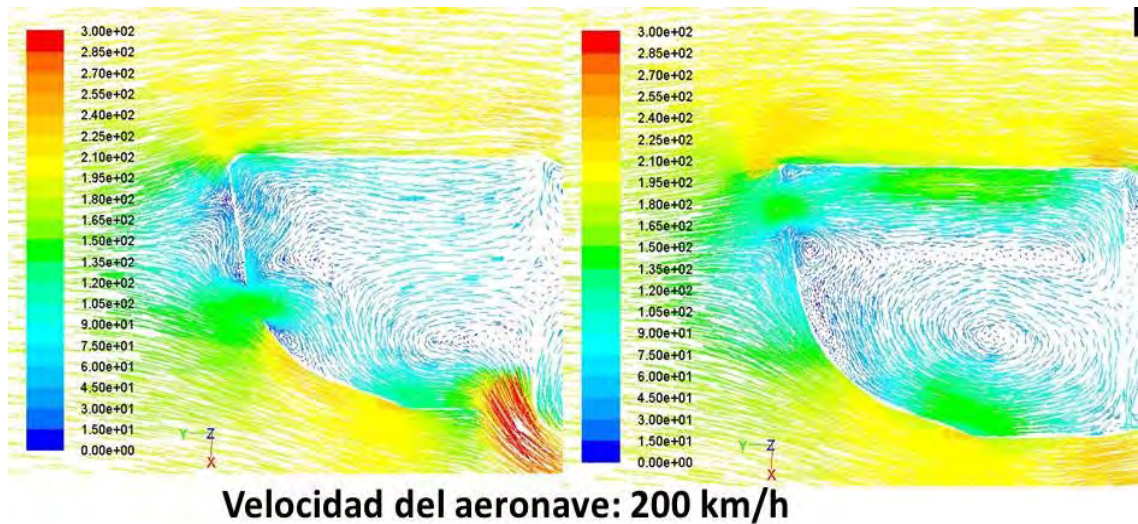


Figura 4.9: Campo velocidad en dos cortes laterales de la cabina de fuego en  $z = 0 \text{ m}$  y  $z = 0,14 \text{ m}$

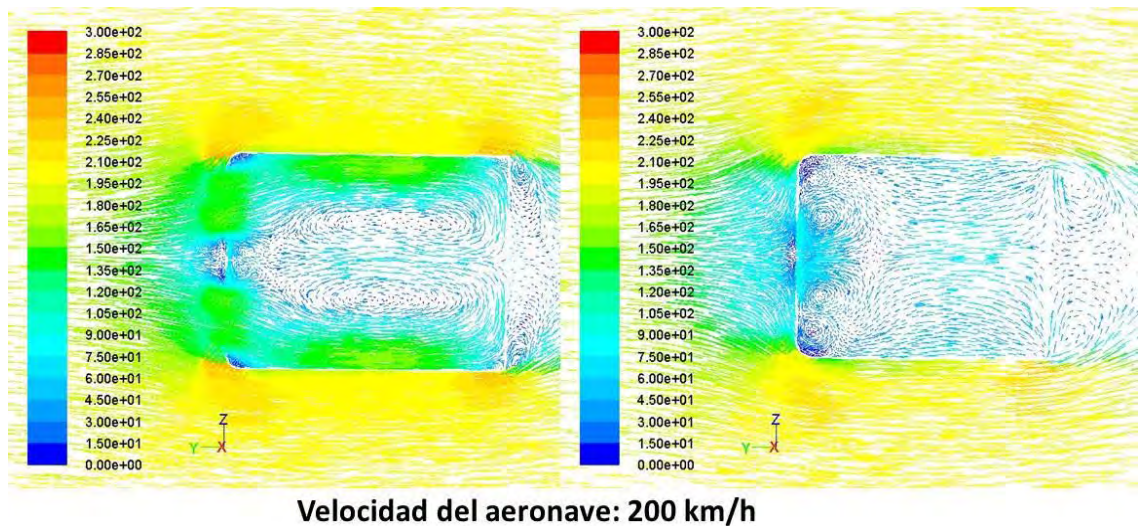


Figura 4.10: Campo de velocidad en dos cortes transversales de la cabina de fuego en  $x = 0,08 \text{ m}$  y  $x = -0,28 \text{ m}$

En las Figuras 4.9 y 4.10 se puede observar las trayectorias del aire dentro de la cabina, se puede observar como el aire entra y se va hacia las paredes de la cabina, además se puede observar las múltiples formaciones de vórtices dentro de la cabina, debido a la turbulencia.

Hasta este punto se ha analizado el flujo de aire dentro de la cabina sin motor y sin hélice, se ha observado el incremento de presión en el fondo de la cabina y se ha mostrado la múltiple formación de vórtices, debidos a la turbulencia del aire dentro de la cabina.

### 4.1.2. Efecto de la hélice

El siguiente paso es analizar el efecto de la perturbación debida al movimiento de rotación de la hélice en los contornos del flujo del aire dentro de la cabina de fuego.

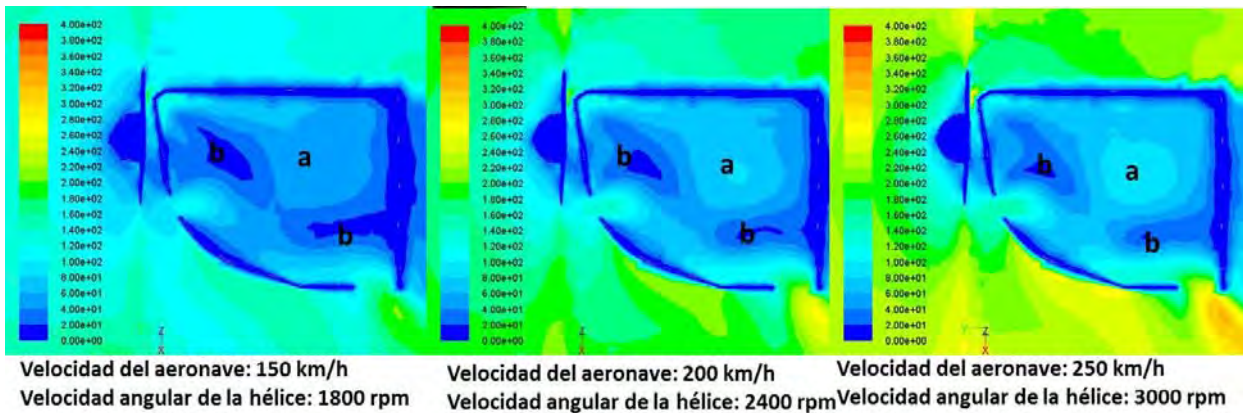


Figura 4.11: Contornos de velocidad en un corte lateral ( $z = 0 \text{ m}$ ) de la cabina de fuego

En la Figura 4.11 se muestran los contornos de velocidad en un corte lateral de la cabina. Para la obtención de estas imágenes se realizaron simulaciones variando la velocidad de la aeronave, de manera proporcional a la velocidad angular de la hélice, tomando en cuenta que la velocidad máxima de la aeronave corresponde a la velocidad máxima de rotación de la hélice.

Se puede observar una entrada de aire en la parte izquierda de la figura que corresponde al tercer punto de ventilación del avión (cerca de la zona *b*). En dicha entrada se observa que el aire tiene una velocidad elevada (zonas en verde), disminuyendo luego debido a la presión elevada de la cabina de fuego, lo que limita su ventilación.

Se observa que el flujo de aire que entra por la tercera entrada de aire se dirige mayormente hacia la salida que se encuentra en la base. También se puede observar en las imágenes, que existe otra región *a* con flujo de aire con velocidad elevada; esta es debida a las entradas de aire de la parte superior de la cabina. Se puede observar que al aumentar la velocidad de traslación del avión, las magnitudes de los contornos de velocidad de la cabina, también aumenta, sin embargo, los contornos tienen una morfología muy similar como también se puede observar en la Figuras 4.12 y 4.13.

En la Figura 4.11 se puede observar que en comparación con la Figura 4.8, la perturbación del flujo del aire en el túnel de viento no afecta significativamente la forma de los contornos.

**Observación 2** El único modo de vuelo evaluado fue vuelo recto y nivelado que es el modo de navegación usual del avión.

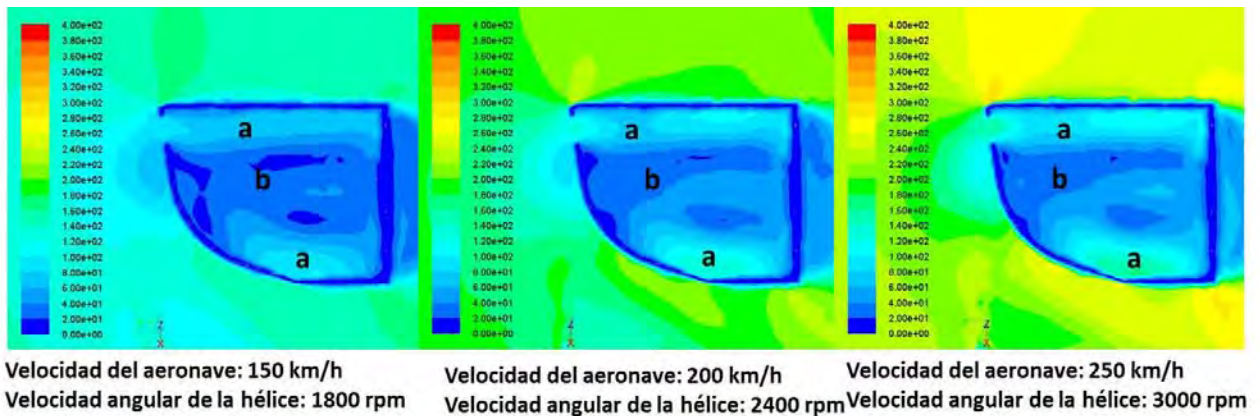


Figura 4.12: Contornos de velocidad en un corte lateral de la cabina de fuego  $z = 0,14 m$

En la Figura 4.12 se puede observar el flujo de aire que entra por la entrada que se encuentra en la parte superior izquierda de la cabina de fuego, se pueden observar dos regiones: *i) a* de mayor flujo, las cuales son debidas a las entradas de aire, y *ii) las regiones b* de baja velocidad, las cuales son debidas a que el flujo de aire se dirige hacia las paredes de la cabina y al chocar con el fondo se redirige hacia la nariz, provocando una región de alta velocidad justamente en el centro de la cabina como se muestra en la Figura 4.11, por lo que se genera una región de baja velocidad entre las dos masa de aire como se muestra en las figuras 4.12 y 4.13 y como se mostró en la Figura 4.10.

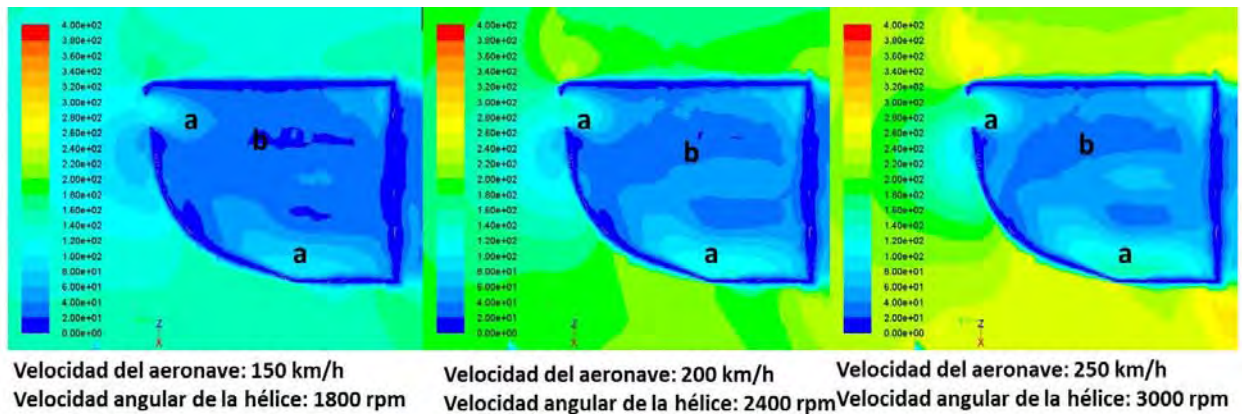


Figura 4.13: Contornos de velocidad en un corte lateral de la cabina de fuego en  $z = -0,17 m$

La Figura 4.13 muestra los contornos de velocidad en un corte lateral de la cabina de fuego. Se puede observar una región *b* de baja velocidad que abarca la mayoría de la región dentro de la cabina, esto se debe a la alta presión ejercida en esas aéreas.

Analizando estas Figuras (4.12 y 4.13) es posible observar que al aumentar la velocidad de la cabina, aumenta la magnitud de las velocidades máximas dentro de la cabina, sin embargo, la morfología de los contornos no varía. Este hecho nos permite establecer un patrón a diferentes velocidades.

A continuación se muestra un análisis de los contornos de presión

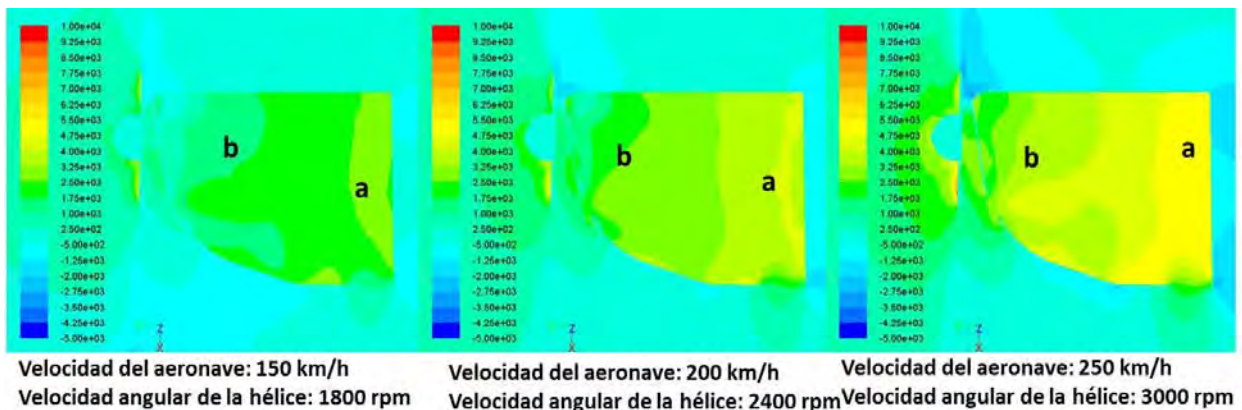


Figura 4.14: Contornos de presión en un corte lateral de la cabina de fuego ( $z = 0 \text{ m}$ ) a diferentes velocidades de traslación del avión.

En la Figura 4.14 se pueden observar los contornos de presión en un corte lateral de la cabina de fuego en  $z = 0$  y a diferentes velocidades de la aeronave. En la figura se puede observar que al aumentar la velocidad aumenta la presión dentro de la cabina. Además la presión mayor se encuentra en el fondo de la cabina, obstaculizando el flujo de aire en la salida de aire de la cabina. Estos hechos nos permiten observar que el diseño de la cabina tal como fue propuesto tiene muchas limitaciones de ventilación. Esto es, no se favorecen los flujos a lo largo de la cabina, sino solamente en la parte baja del avión. Esto constituirá una constante en todas las simulaciones posteriores y limitará el desempeño de la ventilación cuando se tome en consideración el motor. Aún más como se observó anteriormente, la distribución de presiones dentro de la cabina nos conduce a pensar que existe mayor riesgo de colapso del material dentro del avión que fuera.

### Efecto en el coeficiente de convección

Debido a que la principal motivación de esta tesis es estudiar la transferencia de calor, se analizará la variación del coeficiente convectivo dentro de la cabina para diferentes velocidades del avión.

A continuación se muestran una los contornos del coeficiente de convección, en un corte lateral de la cabina de fuego ( $z = 0$ ) y a diferentes velocidades de cabina para poder observar la variación del coeficiente convectivo con respecto a la velocidad. Los cortes en la figura son los mismos de la Figura 4.11 (contornos de velocidad) y 4.14 (contornos de presión)

En la Figura 4.15 se muestran los contornos de coeficiente de convección en un corte lateral.

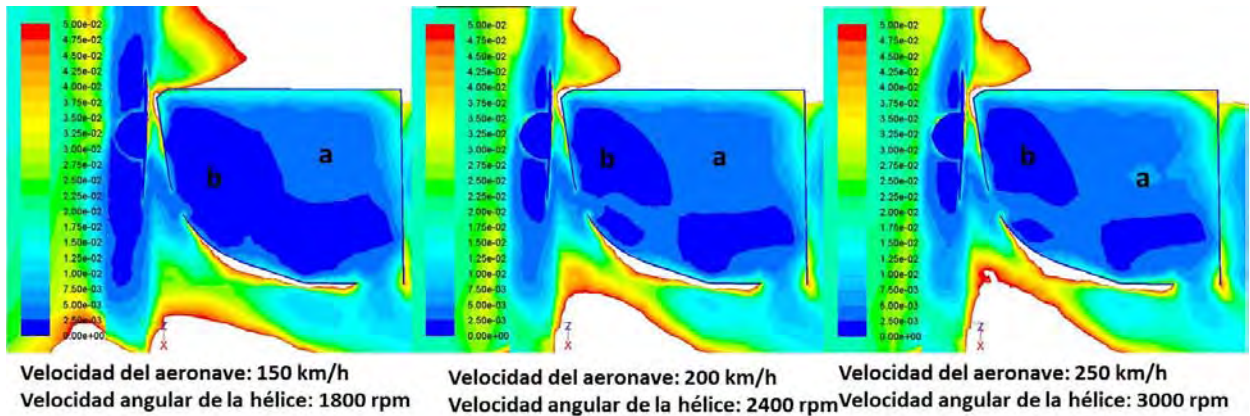


Figura 4.15: Contornos de coeficiente de convección en un corte lateral de la cabina fuego ( $z = 0 \text{ m}$ ) a diferentes velocidades de traslación del avión

En las imágenes se observa que al aumentar la velocidad del avión aumenta en promedio el coeficiente de convección. Este hecho puede explicarse de la siguiente manera. Primero considere que la expresión del coeficiente de convección varía proporcionalmente con la velocidad y con la densidad ( $Re = \rho \hat{v} L / \mu$ , y  $\rho = Pm/nRT$ ) lo que implica a su vez que aumenta con la presión.

Al hacer una comparación de la Figura 4.15 con las figura 4.14 (contornos de presión) y 4.11 (contornos de velocidad) se puede observar detalladamente que al aumentar la velocidad y la presión también aumenta el coeficiente de convección.

**Observación 3** Como se vio anteriormente, al aumentar la velocidad traslacional del avión, en promedio aumenta la velocidad del aire dentro de la cabina; aún más, la presión estática dentro de la cabina de fuego aumenta sobre todo cerca de la pared del fondo. Este fenómeno explica porque aunque las velocidades mayores se encuentran en la parte baja del avión, el coeficiente convectivo mayor se encuentra en el fondo. Sin embargo, como se verá más adelante, presiones altas de aire, resultan en temperaturas más elevadas. Es por ello que al final, el aspecto decisivo de la efectividad de la transferencia de calor debe ser la temperatura del motor. En este punto se intuye que para que esta sea efectiva debe de haber un compromiso entre el aumento de velocidad y el de presión.

### **Análisis simultáneos de contornos de presión, velocidad y coeficiente de convección.**

En las secciones anteriores, se comentó de una presumible limitación en la ventilación de la cabina de fuego. Para observar este hecho con mayor contundencia, se analizarán simultáneamente los contornos de presión, velocidad y del coeficiente de convección.

En la Figura 4.16 se muestran los contornos de velocidad en diferentes cortes transversales de la cabina de fuego. En las imágenes se puede observar que existen regiones denotadas por *b* dentro de la cabina, donde la velocidad es baja, se puede observar que estas regiones se encuentran entre las entradas de aire superior, y en medio de la cabina. Estas regiones se deben a la velocidad y trayectoria del aire. Como ya se había mencionado, el aire al chocar con el fondo de la cabina se redirige hacia la nariz provocando la región *b* de menor flujo. La región *a* es una masa de aire de alta velocidad, la cual se concentra entre las dos regiones *b* de baja velocidad, las cuales ahora evidencian vórtices.

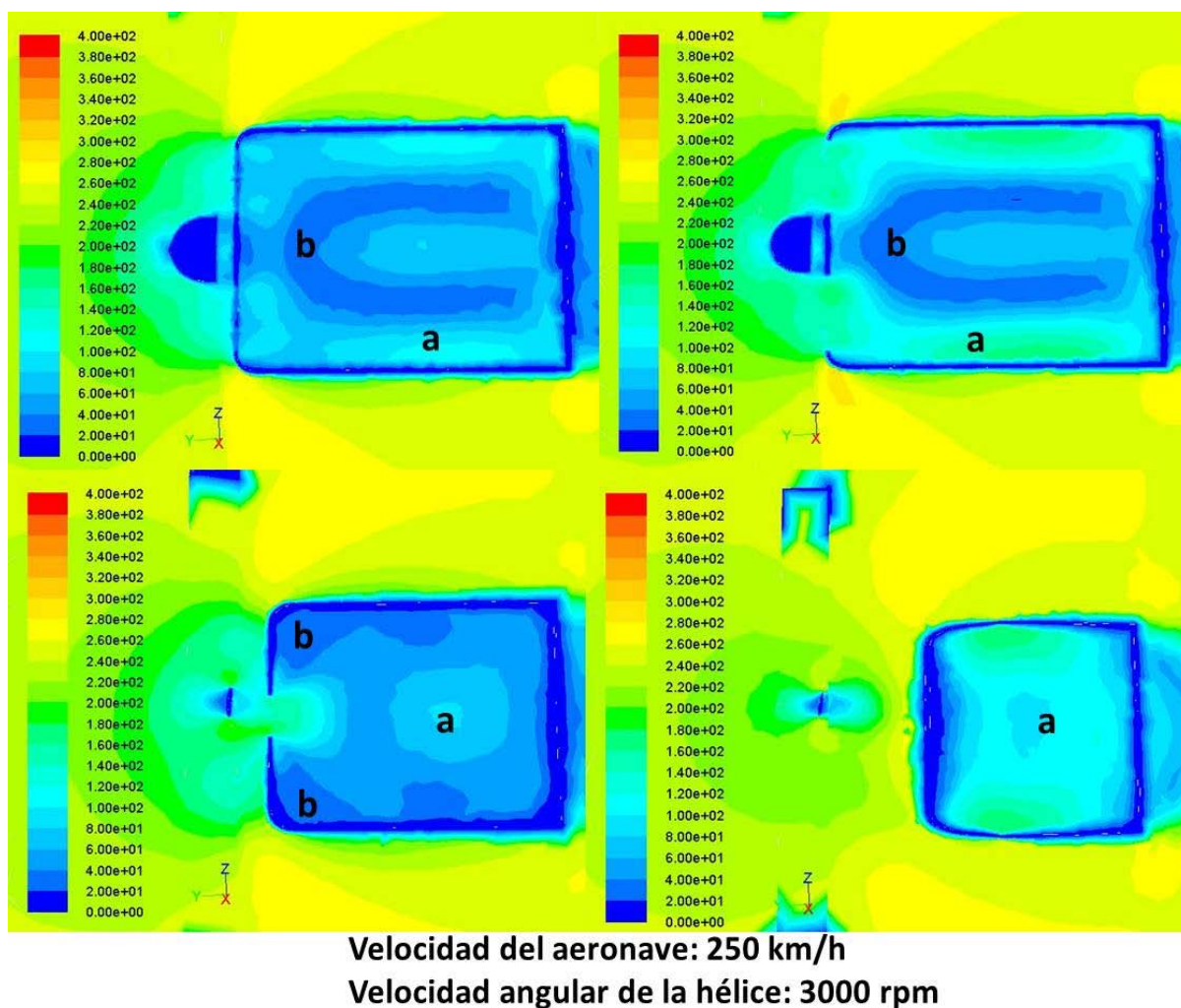


Figura 4.16: Contornos de velocidad en cortes transversales de la cabina de fuego:  $x = 0,8 m$ ,  $x = 0 m$ ,  $x = -0,2 m$  y  $x = -0,28 m$

Se puede observar que la región *a* de las imágenes superiores se debe a la masa de aire que entra por las entradas superiores de la cabina, también se puede observar como el aire se va hacia las paredes laterales de la cabina.

En las imágenes inferiores se puede observar que la región *a* es producida por la masa de aire que entra por la tercera entrada en la cabina, se puede observar como el flujo de aire se

dirige hacia la parte baja de la cabina, muy cerca de la salida.

Ahora que se ha observado el flujo de aire dentro de la cabina, se continuará con el análisis del coeficiente de convección, y para poder hacer una comparación entre velocidad y coeficiente de convección se utilizarán los mismos cortes en la cabina.

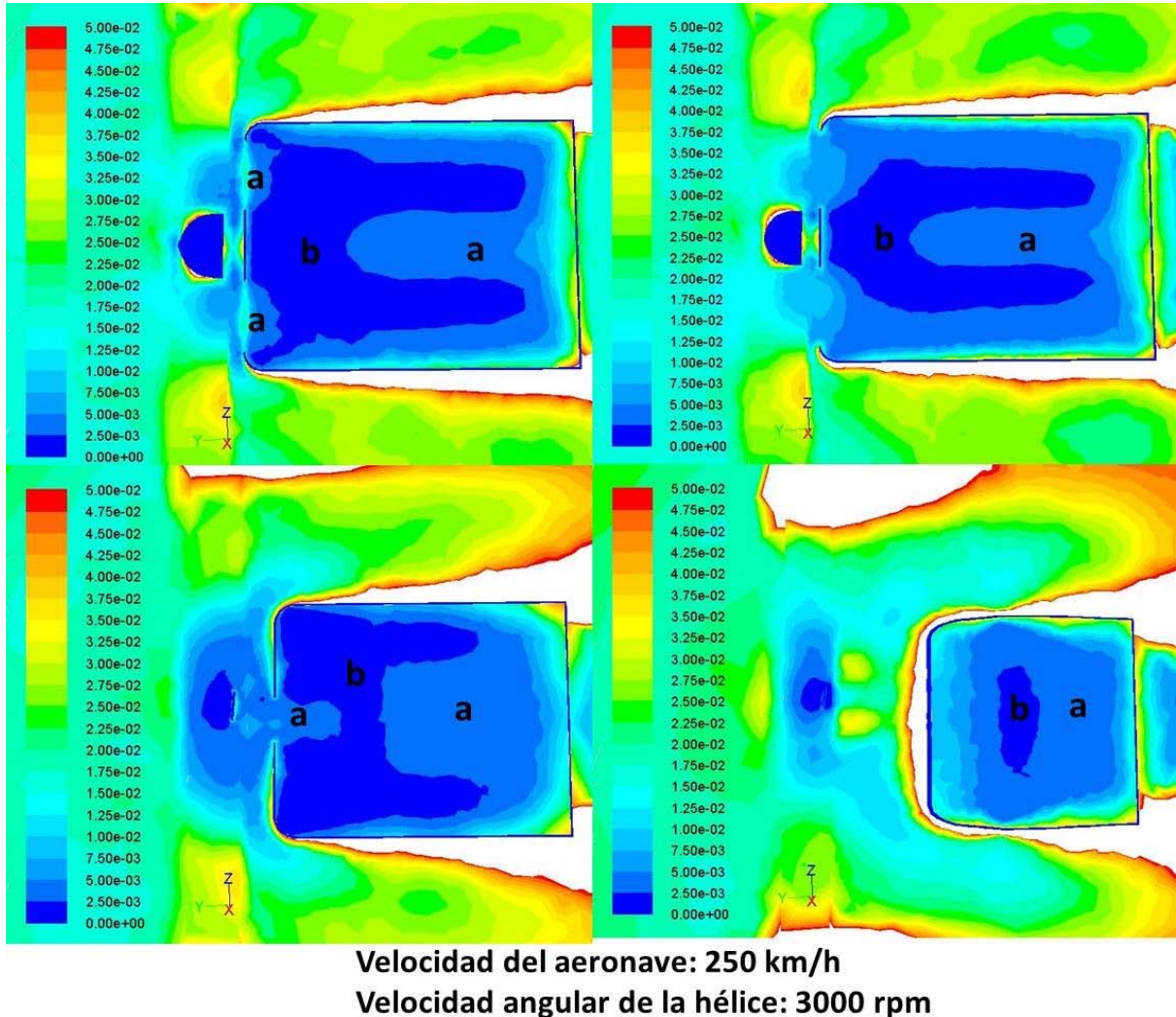
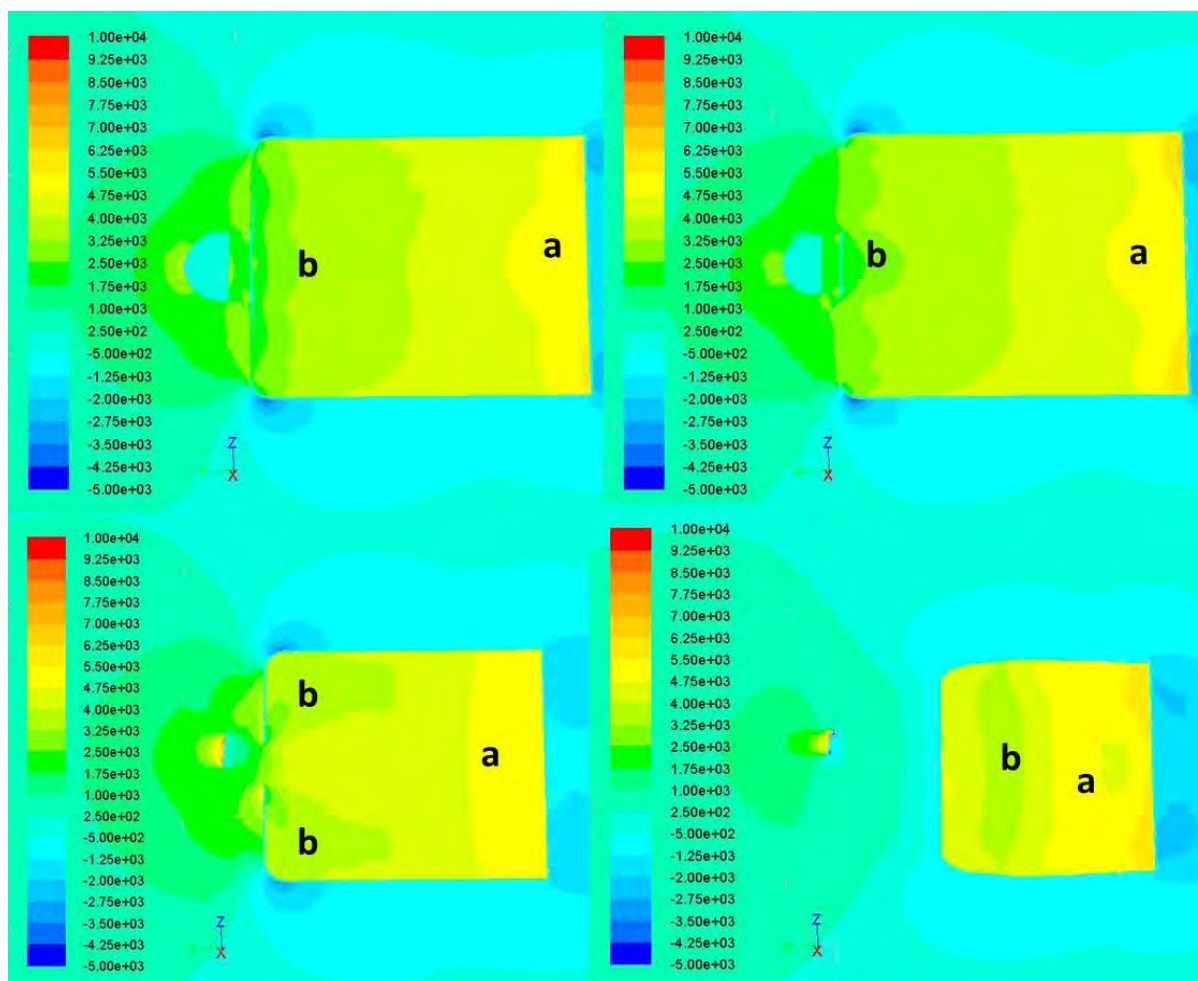


Figura 4.17: Contornos de coeficiente de convección en cortes transversales de la cabina de fuego:  $x = 0,8 m$ ,  $x = 0 m$ ,  $x = -0,2 m$  y  $x = -0,28 m$

La Figura 4.17 muestra los contornos de coeficiente de convección correspondientes a los diferentes cortes que se presentan en la Figura 4.16. Aquí puede observar que la morfología en las regiones *a* y *b* es parecida a la morfología de las regiones *a* y *b* de los contornos de velocidad. Esto se debe a que a mayor velocidad mayor coeficiente de convección, es por ello que las regiones *b* corresponden a coeficiente de convección bajo, debido a que en estas regiones la velocidad es baja.

Se puede observar que los coeficientes de convección mayores se encuentran cerca de la

pared del fondo de la cabina. Este fenómeno ya discutió con anterioridad y obedece a un aumento dramático en la presión de esta zona como se puede observar en la siguiente figura.



**Velocidad del aeronave: 250 km/h**  
**Velocidad angular de la hélice: 3000 rpm**

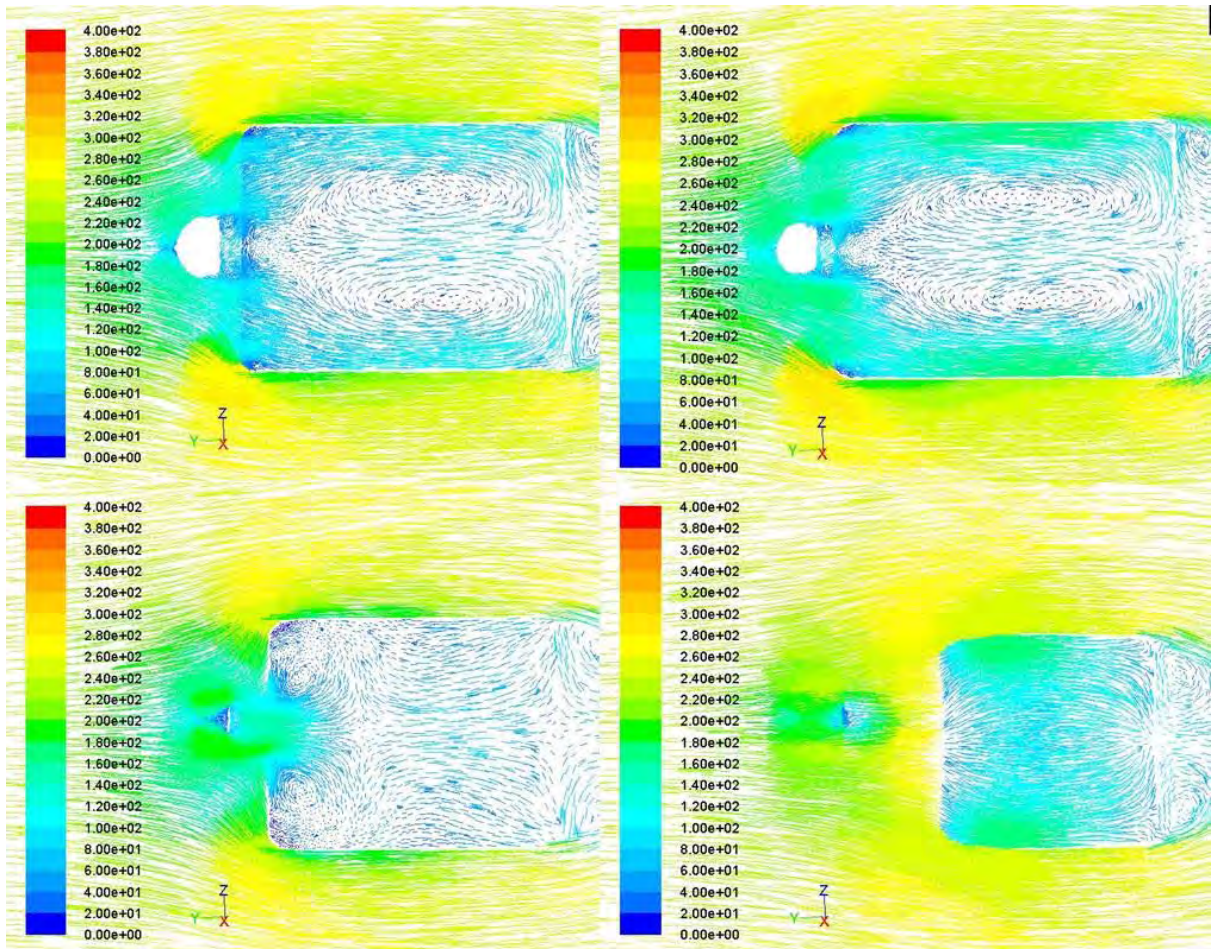
Figura 4.18: Contornos de presión en cortes transversales de la cabina de fuego:  $x = 0,8 m$ ,  $x = 0 m$ ,  $x = -0,2 m$  y  $x = -0,28 m$

La Figura 4.18 muestra los contornos de presión correspondientes a los diferentes cortes de las Figuras 4.16 y 4.17. En la Figura 4.18 se puede observar que la región de mayor presión se localiza en la región *a* en el fondo de la cabina. También se puede observar que existen dos regiones *b* de mínima presión rodeadas por la región *a* de mayor presión; es en estas regiones donde se generan los vórtices (ver Figura 4.19).

Un vórtice es un flujo rotatorio de un fluido, a menudo turbulento. Cualquier movimiento en espiral con líneas de corriente cerradas es flujo de vórtice. La vorticidad se origina fundamentalmente en los contornos sólidos debido a que los fluidos no son capaces de deslizar sobre ellos, y luego se propaga al interior del fluido siguiendo la ley de variación descrita por:  $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{u}$  donde  $\vec{u}$  es la velocidad del fluido y  $\nabla$  es el operador nabla



Para observar los vórtices dentro de la cabina se hicieron cortes para mostrar la dirección y magnitud del flujo de aire en relación a su posición; es decir, como campo de velocidad o como vectores entendidos como entes con magnitud, dirección y sentido. Los resultados se muestran en la siguiente figura.



**Velocidad del aeronave: 250 km/h**  
**Velocidad angular de la hélice: 3000 rpm**

Figura 4.19: Campos de velocidad en cortes transversales de la cabina de fuego:  $x = 0,8 m$ ,  $x = 0 m$ ,  $x = -0,2 m$  y  $x = -0,28 m$

La Figura 4.19 muestra las imágenes de la magnitud y dirección de los vectores de velocidad en cortes transversales de la cabina, correspondientes a los de las figuras 4.16, 4.17 y 4.18. Se puede observar las trayectorias del aire, como ya se había discutido anteriormente el aire se dirige hacia las paredes laterales de la cabina y al chocar con el fondo se redirige hacia la nariz de la aeronave, provocando la formación de vórtices como se puede apreciar en la figura. Se puede observar claramente la existencia de vórtices a lo largo de la cabina.

En la Figura 4.19 sólo se muestran cortes transversales de la cabina, sin embargo para una mayor contundencia en cuanto a las trayectorias del aire es necesario mostrar el campo de velocidad en cortes laterales de la cabina, es por ello que en la Figura 4.20 se muestran dichos cortes.

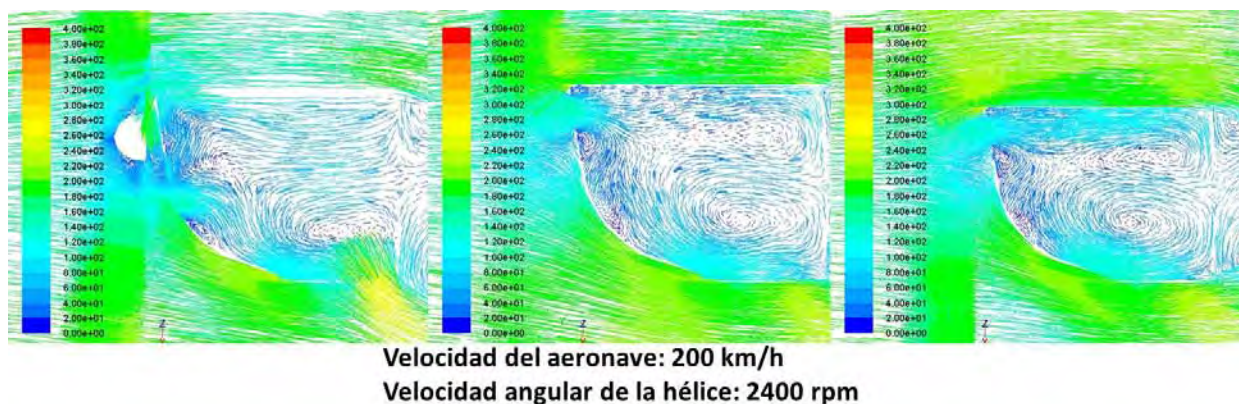


Figura 4.20: Campos de velocidad en cortes laterales de la cabina de fuego: ( $z = 0 m$ ), ( $z = 0,14 m$ ) y ( $z = -0,17 m$ )

En la Figura 4.20 se muestran las imágenes del campo de velocidad. En las imágenes se observa la presencia de vórtices diferentes a los de la figura 4.19, ellos son producto, como ya se explicó del choque del aire con las paredes del avión, generando zonas de baja presión.

**Observación 4** Hasta este punto se ha realizado un análisis de la transferencia de momento del aire dentro de la cabina de fuego. Se ha mostrado la formación de vórtices dentro de la cabina, debido a la disposición de las entradas y salidas del aire la cabina. Ahora se mostrará cómo se afectan las trayectorias del aire al agregarle el motor. Además, se puede concluir que el diseño de la cabina no tiene una adecuada ventilación. La disposición de entradas y salidas no es conveniente haciendo que aumente mucho la presión en el fondo de la cabina y favoreciendo la formación de vórtices, los cuales limitarán la transferencia de calor. Aún más, las zonas de alta presión aunque aumentan el coeficiente convectivo, actúan como un obstáculo para la el flujo neto de aire.

### 4.1.3. Efecto de la presencia del motor

Debido a que el principal objetivo en esta tesis es hacer le análisis numérico de la transferencia de calor en la cabina de fuego, es necesario hacer un análisis de transferencia de momento en la cabina y en presencia del motor, para poder observar el comportamiento del flujo de aire y de la presión y saber si este comportamiento tiene un efecto positivo o negativo en la transferencia de calor en la cabina. Es por ello que a continuación se realiza el análisis de transferencia de momento en presencia del motor, comenzando con los contornos de velocidad

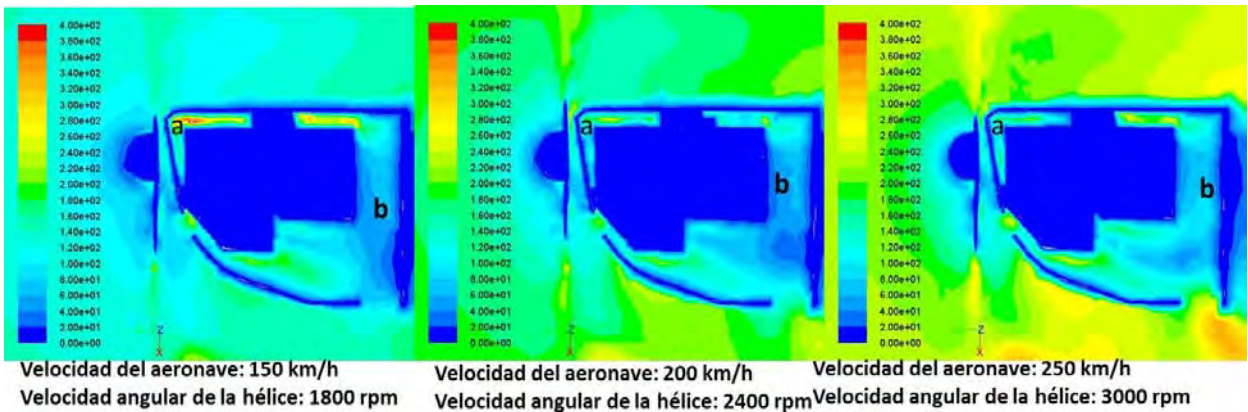


Figura 4.21: Contornos de velocidad en un corte lateral de la cabina de fuego en presencia del motor ( $z = 0 \text{ m}$ )

La Figura 4.21 muestra los contornos de velocidad en un corte lateral, variando la velocidad de la aeronave. Se observa que la magnitud de la velocidad ha aumentado con respecto a los contornos de velocidad cuando no se tenía el motor dentro de la cabina en un 100%. Aún más, este cambio ha sido significativo en la región que se encuentra la parte superior del motor y la cabina de fuego. Lo anterior es debido a la reducción de espacio por donde pasa el aire.

Se puede observar que la región con velocidades más bajas se encuentra en el fondo de la cabina, la región *b* que se encuentra en la parte final de la cabina entre el motor y la cabina.

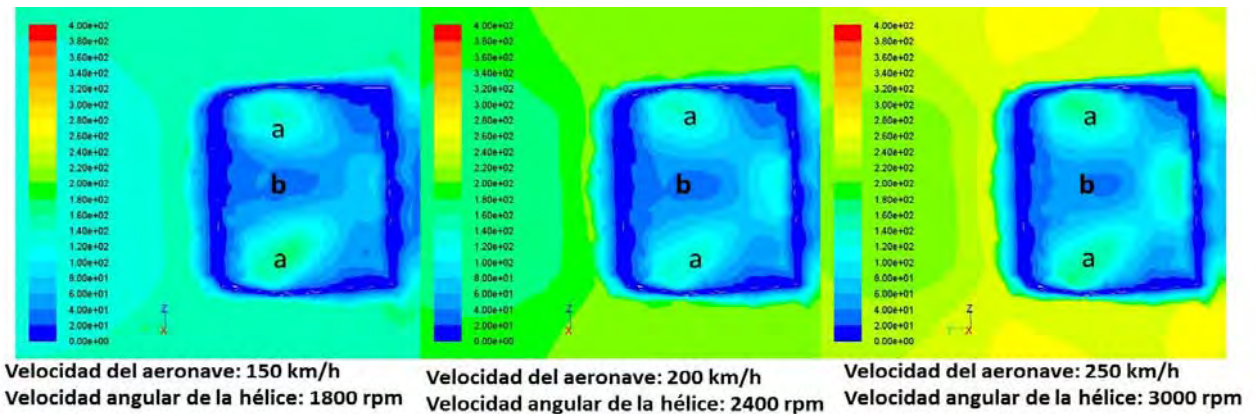


Figura 4.22: Contornos de velocidad en un corte transversal de la cabina en  $x = -0,28 \text{ m}$

Para observar el flujo de aire en la parte baja de la cabina cerca de la base, se muestra el corte en Figura 4.22, este corte se encuentra entre la parte baja del motor y la cabina. Se observan tres regiones de flujo (dos zonas de alta velocidad denotadas por *a* y una zona de baja velocidad denotada por *b*), las cuales se forman debido a la presencia del motor y el aumento de presión en las zonas de baja velocidad.

De las Figuras 4.21 y 4.22 se puede observar que al incrementar la velocidad de la aero-

nave existe un ligero decremento en la velocidad, en la región a que se encuentra entre la parte alta del motor y la cabina, esto se debe al incremento de la presión dentro de la cabina como se muestra en las siguientes figuras.

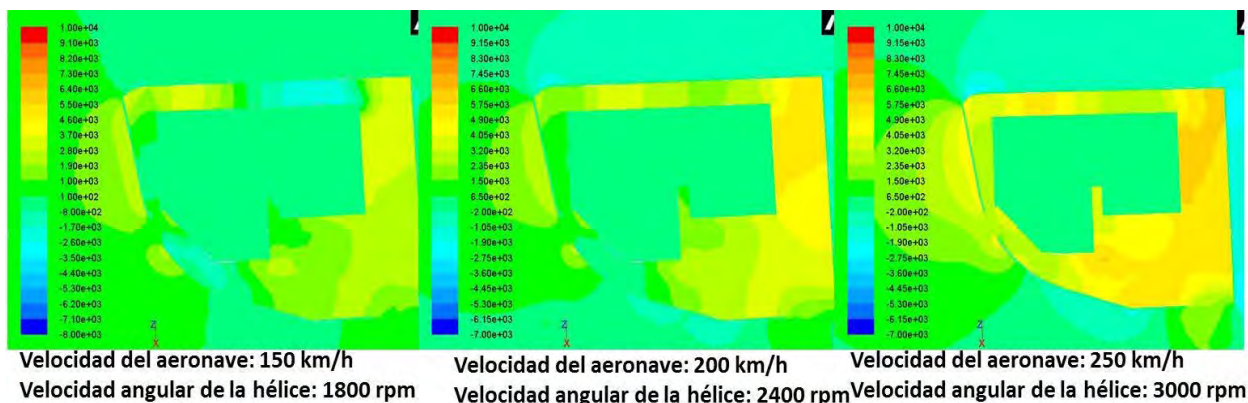


Figura 4.23: Contornos de presión en un corte lateral de la cabina fuego ( $z = 0$  m)

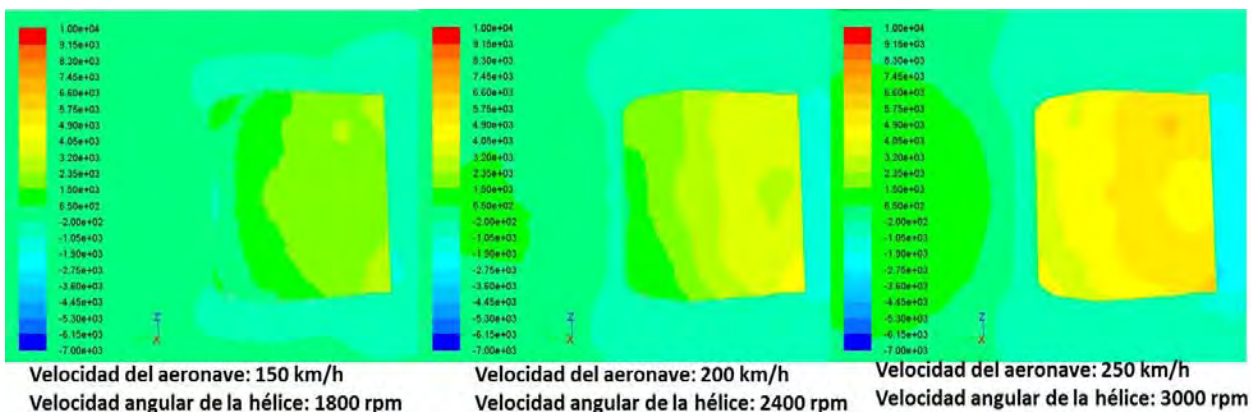


Figura 4.24: Contornos de presión en un corte transversal de la cabina fuego en  $x = -0,28$  m

En las Figuras 4.23 y 4.24 se muestran los contornos de presión en un corte lateral y un transversal de la cabina de fuego. Se puede observar que la presión es menor en las regiones donde se presenta mayor velocidad, como se puede observar en las figuras de contornos de velocidad. Esto de acuerdo al principio de Bernoulli el cual establece que al disminuir la presión aumenta la velocidad y viceversa, es por ello que la velocidad del aire dentro de la cabina tiene un ligero decremento al aumentar la velocidad de traslación de la aeronave.

Ahora que se ha mostrado el comportamiento del flujo de aire y de la presión en presencia del motor, el siguiente paso es mostrar el comportamiento del coeficiente de convección, el cual se deriva del comportamiento del flujo de aire y de la presión.

A continuación se muestran los contornos de coeficiente de convección en un corte de la cabina y a diferentes velocidades de traslación.

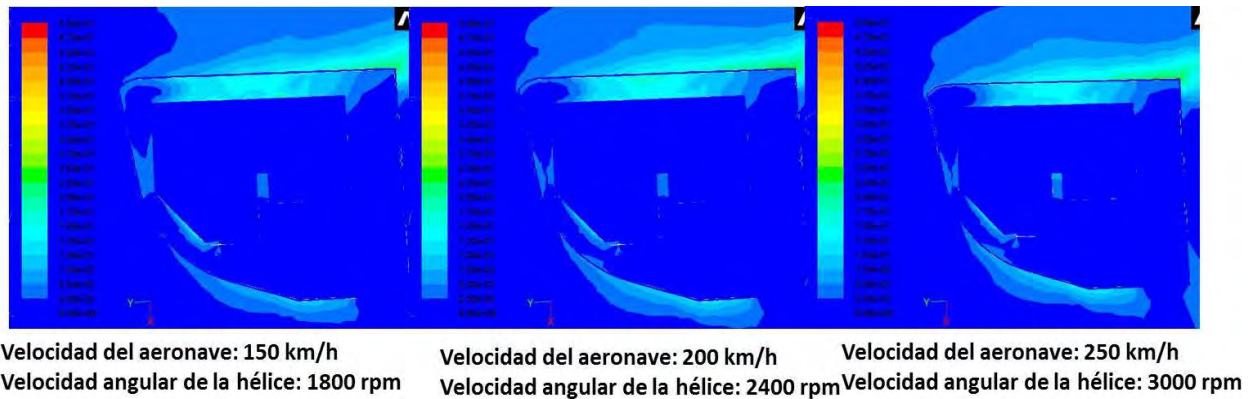


Figura 4.25: Contornos de coeficiente de convección en un corte lateral de la cabina fuego ( $z = 0 \text{ m}$ )

En la Figura 4.25 se muestran los contornos de coeficiente de convección en un corte lateral de la cabina, a diferentes velocidades de la cabina.

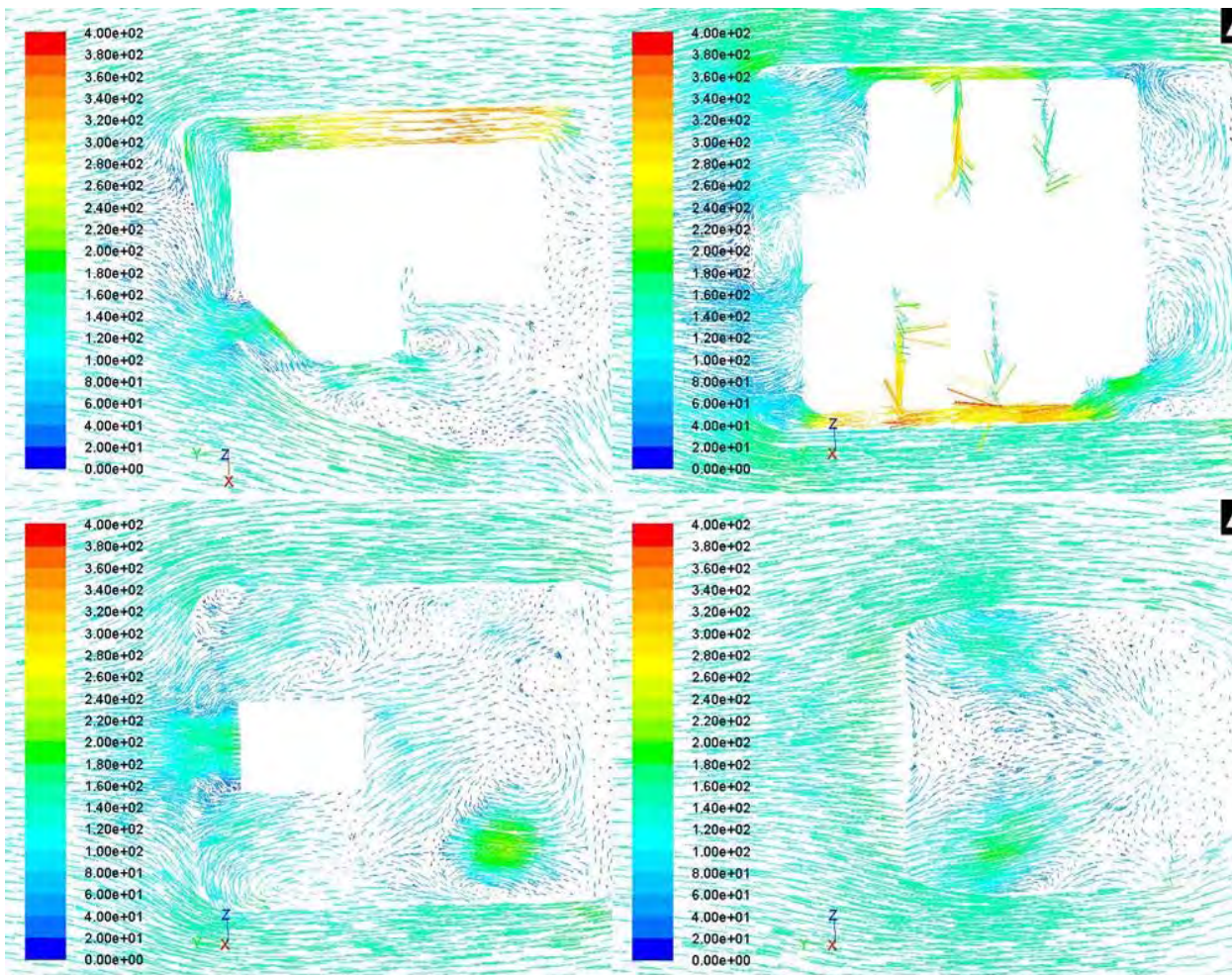
Se puede observar que en la región que se encuentra entre la parte superior del motor y la cabina de fuego, se presenta mayor coeficiente de convección. Esto se debe a que se encuentran dos entradas de aire en la parte alta de la cabina de fuego y el aire que entra fluye preferentemente a través de este espacio. También se puede observar que las regiones con menor coeficiente de convección, se encuentran en la base y en el fondo de la cabina.

En la figura se puede observar que la morfología de los contornos es similar, debido a que como ya se había mencionado el coeficiente de convección depende de la presión y la velocidad, y al disminuir la velocidad e incrementar la presión esto provoca que no existan cambios significativos en el coeficiente de convección. Sin embargo en las imágenes se puede observar que el coeficiente de convección es ligeramente mayor cuando la velocidad de la cabina es menor.

### Sobre la formación de vórtices

En esta sección se mostraran los vórtices formados dentro de la cabina y en presencia del motor. Como ya se ha mencionado anteriormente los vórtices son flujos rotatorios de un fluido, debidos a la turbulencia. La turbulencia genera un número de Reynolds alto, lo cual provoca un coeficiente de convección alto y por consiguiente un mayor intercambio de energía térmica del motor hacia el aire.

A continuación se muestran varios cortes a la cabina de fuego, en donde se pueden apreciar la múltiple formación de vórtices, debidos al flujo de aire y el espacio reducido que existe dentro de la cabina.



**Velocidad del aeronave: 150 km/h**  
**Velocidad angular de la hélice: 1800 rpm**

Figura 4.26: Campos de velocidad en diferentes cortes de la cabina de fuego.

En la Figura 4.26 se muestran los campos de velocidad del aire en un corte lateral en  $z = 0$  y en cortes transversales en  $x = 0$ ,  $x = -0,20 \text{ m}$ ,  $x = -0,28 \text{ m}$ . Se puede observar la turbulencia en donde se encuentran las entradas de aire. También se observa que la región en donde la velocidad es mayor es entre la parte alta del motor y la cabina además de las regiones laterales de la cabina, lo que indica que el aire circula preferentemente por arriba del motor y hacia las paredes izquierda y derecha de la cabina de fuego. El flujo del aire entonces, entra por la nariz, continua preferentemente por arriba del motor y conforme se acerca al fondo gira hacia las paredes laterales debido a la zona de alta presión en el fondo de la cabina. Este hallazgo es muy importante porque son precisamente los cilindros más próximos al fondo los que se calientan demasiado, lo cual puede explicarse por ese hecho. En las imágenes también se puede observar la múltiple formación de vórtices debido a la turbulencia que existe dentro de la cabina.

**Observación 5** Hasta este punto se ha hecho un análisis numérico de transferencia de momento en la cabina de fuego y en presencia del motor. Se ha observado el efecto negativo que tiene la presión en la velocidad dentro de la cabina (la presión, disminuye la velocidad) afectando así la ventilación dentro de la cabina de fuego. Sin embargo es necesario hacer un análisis numérico de la transferencia de calor dentro de la cabina de fuego para mostrar con mayor contundencia el problema de calentamiento

En la siguiente sección se analizará el efecto de la transferencia de calor en este sistema, dadas algunas suposiciones sobre la generación de calor en el motor.

## 4.2. Análisis de la transferencia de calor

Como ya se había mencionado anteriormente el STELA M1 utiliza un motor de combustión interna que obtiene energía mecánica directamente de la energía química de un combustible que arde dentro de una cámara de combustión. La cámara de combustión es un cilindro, fijo, cerrado en un extremo y dentro del cual se desliza un pistón muy ajustado al cilindro. El movimiento hacia dentro y hacia fuera del pistón modifica el volumen el aire que se encuentra dentro. La cara exterior del pistón está unida por una biela al cigüeñal, que convierte en movimiento rotatorio el movimiento lineal del pistón.

El motor Jabirú es de cuatro tiempos lo que se refiere al número de etapas de funcionamiento de un pistón las cuales son:

- **Admisión:** en esta fase el descenso del pistón aspira la mezcla aire combustible.
- **Compresión:** al llegar al final de carrera inferior, la válvula de admisión se cierra, comprimiéndose el gas contenido en la cámara por el ascenso del pistón.
- **Explosión/expansión:** al llegar al final de la carrera superior el gas ha alcanzado la presión máxima, salta la chispa en la bujía, provocando la inflamación de la mezcla. Una vez iniciada la combustión, esta progresa rápidamente incrementando la temperatura y la presión en el interior del cilindro y expandiendo los gases que empujan el pistón. Esta es la única fase en la que se obtiene trabajo.
- **Escape:** en esta fase el pistón empuja, en su movimiento ascendente, los gases de la combustión que salen a través de la válvula de escape que permanece abierta. Al llegar al punto máximo de carrera superior, se cierra la válvula de escape y se abre la de admisión, reiniciándose el ciclo.

Existen varios aspectos relacionados con la transferencia de calor en un motor de combustión interna; uno de ellos se refiere a la pérdida de energía de la cámara de combustión, lo que reduce la cantidad de trabajo del pistón.

Alrededor del 35 % de la energía química total que entra al motor en forma de combustible se convierte en trabajo útil del cigüeñal, y alrededor del 30 % de la energía del combustible se va a través del tubo de escape.

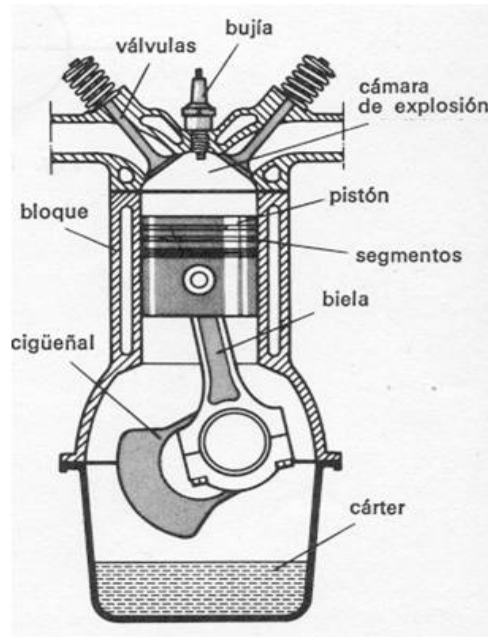


Figura 4.27: Pistón

La pérdida de energía por transferencia de calor es alrededor de un 25 % a un 35 % de la energía química en el combustible suministrado. Alrededor de la mitad es el resultado de la transferencia de calor con el cilindro [7, página 428-429], y la mayoría del resto pasa a través las paredes del puerto de escape.

Para la realización del análisis de la transferencia de calor en el motor, se tomó en cuenta sólo la energía que se transmite por transferencia de calor con el cilindro, esto quiere decir que es alrededor de la mitad del 35 % (o 17,5 %) de energía total del combustible, lo cual constituye el caso de mayor calentamiento.

Los materiales utilizados para la realización de las simulaciones fueron: acero para los cilindros, aluminio para el resto del motor, fibra de carbono para la cabina y la hélice, y aire con una temperatura de  $4,5^{\circ}C$ , suponiendo que la aeronave se encuentra a una altura de 2860 m sobre la superficie terrestre y la tasa de generación de calor de los cilindros es de  $159,26 \text{ kW}/\text{m}^3$  obtenida a partir del 17,5 % de la energía total obtenida por la combustión.

La tasa de generación de calor fue calculada a partir del gasto de gasolina del STELA M1 la cual es de  $26 \text{ l}/\text{h}$  y con una máxima potencia de  $90 \text{ kW}$ . Además de lo anterior, la gasolina tiene una energía de  $34,78 \text{ MJ}$  por litro, esto quiere decir que los 26 litros de gasolina se multiplican por la energía de un litro de gasolina y se divide entre el tiempo que el motor tardó en consumirlo, esto da como resultado:

$$\frac{26l(34780000)J}{(3600s) * l} = \frac{904280000J}{3600s} = 251,188kW$$



Tomando en cuenta que sólo una parte es transformada en energía térmica, en este caso el 17,5 % de la energía térmica neta (energía que puede transferirse a la cabina de fuego) es  $251,188 \text{ kW} (0,175) = 43,95 \text{ kW}$  como máximo. Dividiendo esta cantidad entre el número de cilindros se tiene  $43,95 \text{ kW}/6 = 7,32 \text{ kW}$ . Esta cantidad entre el volumen total de los cilindros el cual es de  $0,0046 \text{ m}^3$  y considerando que sólo el diez por ciento de ese volumen es donde se da la combustión, se tiene una densidad energética por cilindro de  $159,26 \text{ kW}/\text{m}^3$ .

#### 4.2.1. Efecto del coeficiente de convección

Como primer paso en el análisis de la transferencia de calor en el sistema, se expuso al motor a aire en régimen de flujo laminar y se vio el efecto del cambio de los coeficientes de convección. Como ya se dijo, el aire tiene temperatura constante de  $4,5^\circ\text{C}$ , la temperatura inicial del motor es de  $22^\circ\text{C}$ .

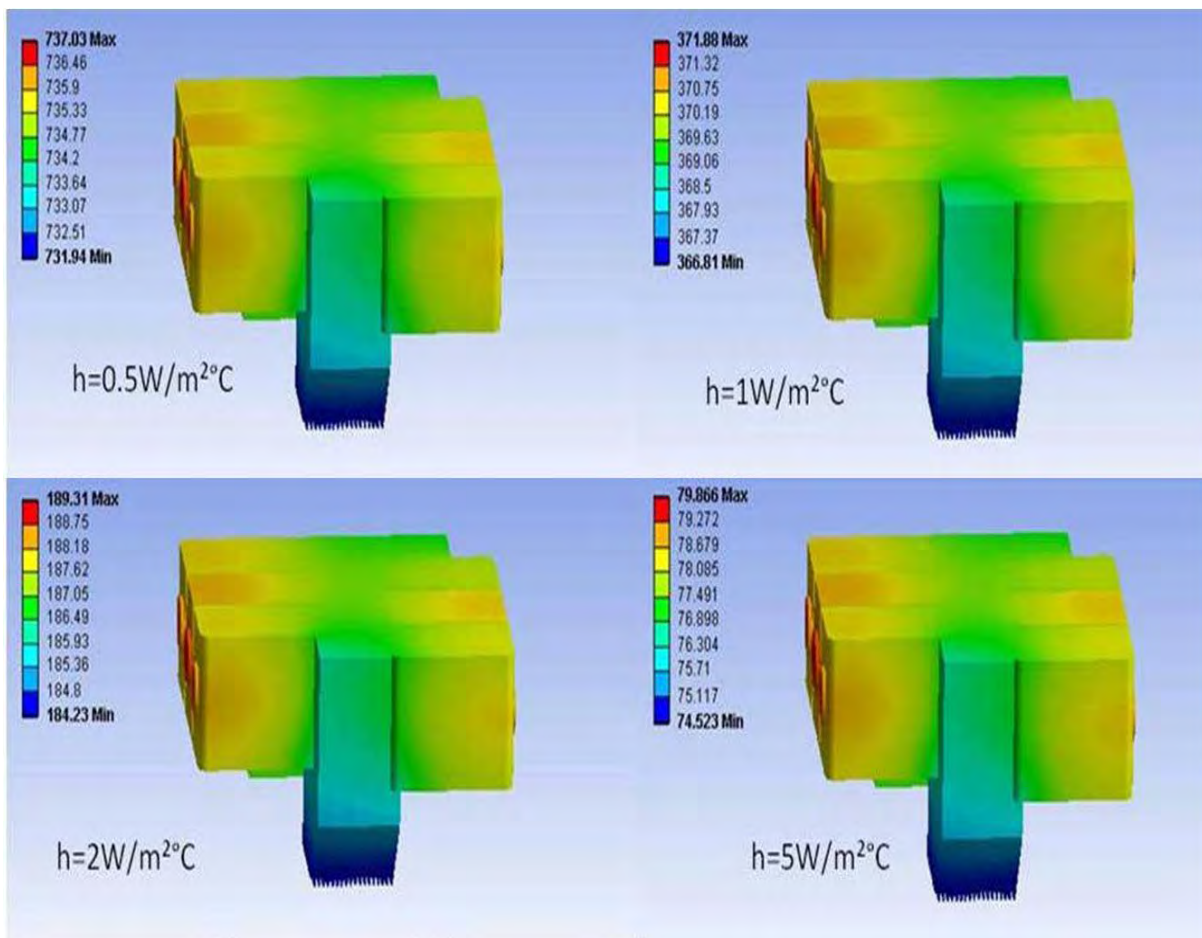


Figura 4.28: Contornos de temperaturas en el motor

En la Figura 4.28 se muestran los contornos de temperatura en el motor para diferentes valores del coeficiente de convección  $h$ . La imagen superior izquierda corresponde a  $h = 0,5 \text{ W}/\text{m}^2\text{C}$ , se puede observar que la temperatura varía de  $737,03^\circ\text{C}$  a  $731,9^\circ\text{C}$  mientras que la temperatura de la imagen superior derecha varía de  $371,8^\circ\text{C}$  a  $366,8^\circ\text{C}$  debido a

que  $h = 1W/m^2\text{ }^\circ C$ . Como puede observarse, las temperaturas del motor en estado estable, dependen fuertemente del coeficiente de convección, debido al material del motor. Aún más, estas simulaciones, presentan el efecto de un valor de convección uniforme en todo el fluido alrededor del motor. Este no es el caso del sistema real, como se vio en las simulaciones anteriores. Sin embargo la Figura 4.28 se presenta con fines de ilustración de las capacidades de enfriamiento del motor.

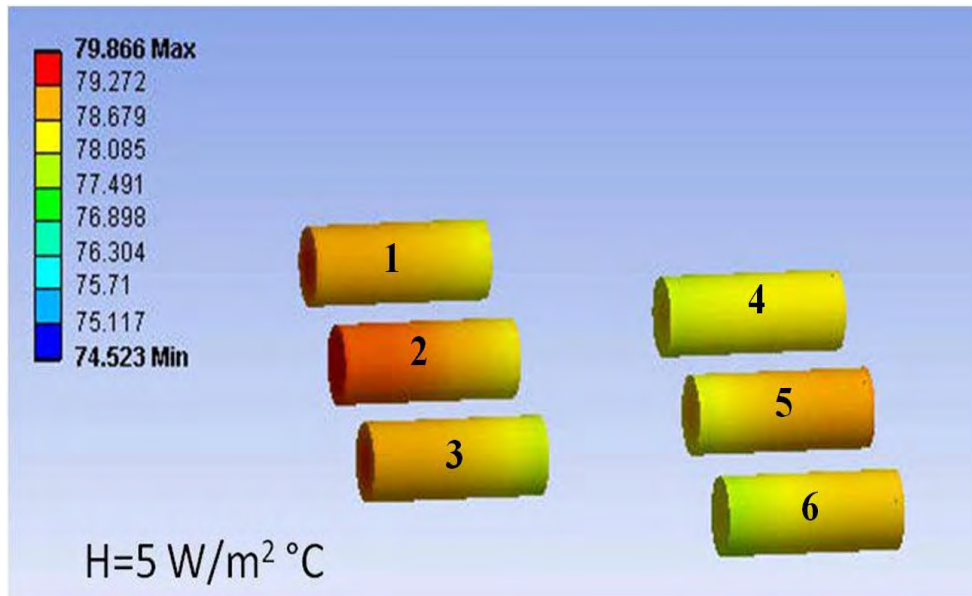


Figura 4.29: Contornos de temperaturas en los cilindros

De la Figura 4.29 se puede ver que aún cuando el motor de combustión está inmerso en un ambiente de ventilación homogéneo ( $h = \text{constante}$ ), el comportamiento de los cilindros es dispar; esto es los cilindros 1 y 2 están más calientes que el resto. Esto se debe a la forma asimétrica del motor que por sí sola favorece el calentamiento en las zonas asociadas a estos pistones. **Lo anterior es un hallazgo muy significativo porque ello quiere decir que no sólo es la ventilación deficiente de la cabina la que favorece el sobre calentamiento impar del motor, también lo hace la forma del mismo.**

#### 4.2.2. Análisis en la cabina de fuego

El siguiente paso en el análisis, es exponer al motor a los coeficientes de convección obtenidos en la simulación anterior. En las siguientes simulaciones las condiciones de operación son las siguientes: la velocidad de la aeronave es de  $200 \text{ km/h}$ , la hélice gira a  $2400 \text{ rpm}$ , la tasa de generación de calor de los cilindros es de  $159,26 \text{ kW/m}^3$ , el aire se encuentra a una temperatura de  $4,5^\circ C$ , mientras que la temperatura inicial del motor es de  $26^\circ C$ .

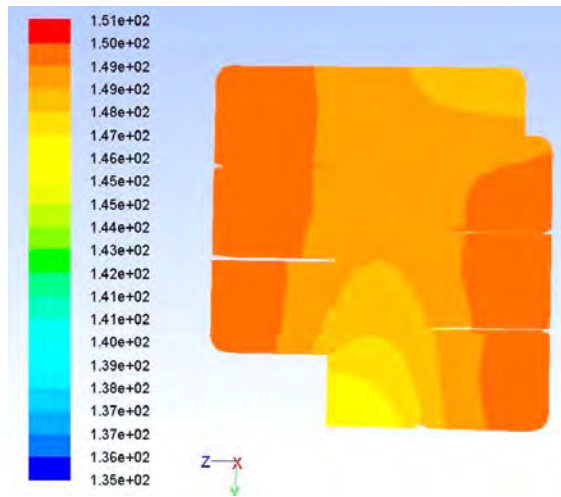


Figura 4.30: Contornos de temperatura en el motor

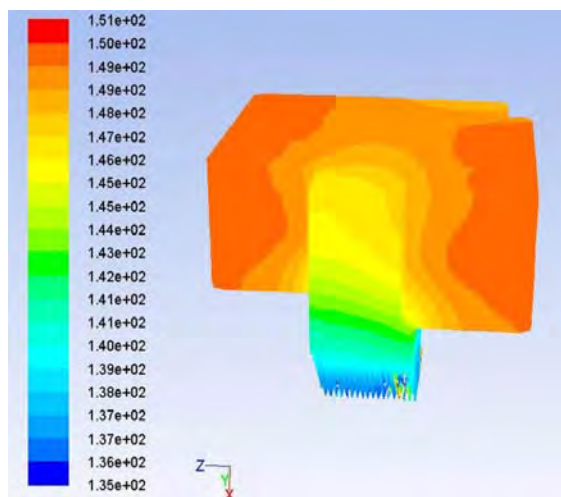


Figura 4.31: Contornos de temperatura en el motor

En las Figuras 4.30 y 4.31 se muestra el contorno de temperatura en la superficie del motor (metal). Se puede observar que la temperatura varía de  $135^{\circ}C$  a  $151^{\circ}C$ , se puede observar que las regiones que presentan mayor temperatura son donde se encuentran ubicadas los cilindros. También se puede observar que las regiones que presentan menor temperatura se encuentran en la parte baja del motor donde se encuentran las aletas y una de las entrada de aire de la cabina de fuego.

Para poder observar mejor las regiones de mayor temperatura se cambió la escala de temperatura en la Figura 4.30, dando como resultado la Figura 4.32, en la cual se puede observar más detalladamente las regiones de mayor temperatura

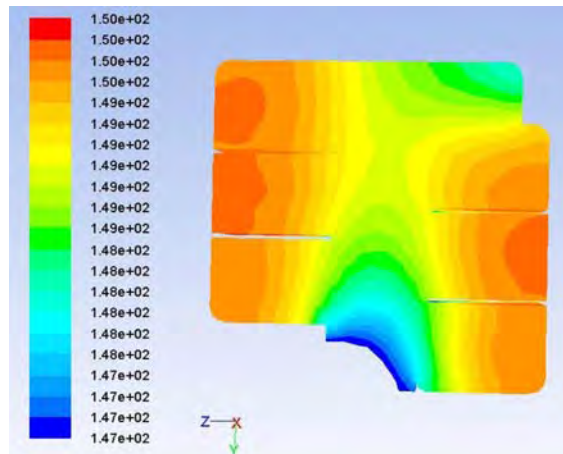


Figura 4.32: Contornos de temperatura en el motor

En la Figura se observa las regiones de mayor temperatura, en particular, los dos cilindros que se encuentran en la parte del fondo izquierdo, así como el cilindro medio de la parte derecha del motor.

Se aislaron los cilindros del resto del motor para apreciar las temperaturas que presentan cada uno de los cilindros como se muestra en la Figura 4.33.

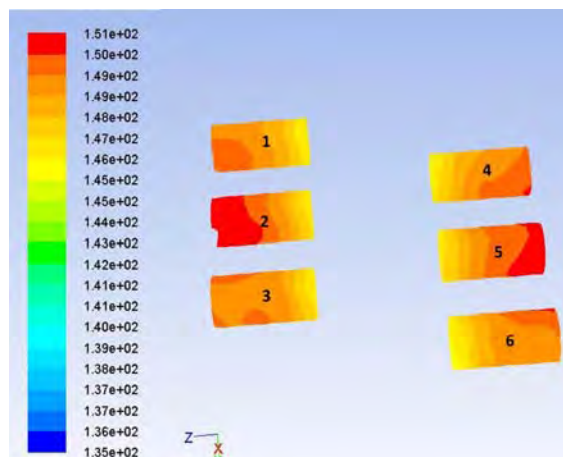


Figura 4.33: Contornos de temperatura en los cilindros.

En la Figura 4.33 se puede distinguir que el cilindro con mayor temperatura es el cilindro marcado con el número 2, después el cilindro 1, continuando con el cilindro 5, 3, 6 y 4 respectivamente. El contorno de temperaturas en los cilindros presenta asimetrías debido a la propia asimetría del motor. Esto es, el motor está desplazado hacia atrás en la parte izquierda, lo que origina un calentamiento impar de los cilindros. Cabe destacar que el flujo de aire en esta parte se dirige, como ya vimos, preferentemente hacia la parte baja y el resto de la masa de aire choca con la parte frontal del motor.

En la figura se observa que los cilindros 2 y 5 presentan la mayor temperatura que el resto de

los cilindros de cada lado respectivamente. Esto se debe a que tienen menor área de contacto con el flujo de aire que el resto de los cilindros. Los cilindros 3, 4 y 6 son los cilindros que presentan menor temperatura debido a su ubicación donde hay mayor flujo de aire. Estas simulaciones concuerdan con lo observado en vuelo en el STELA M1.

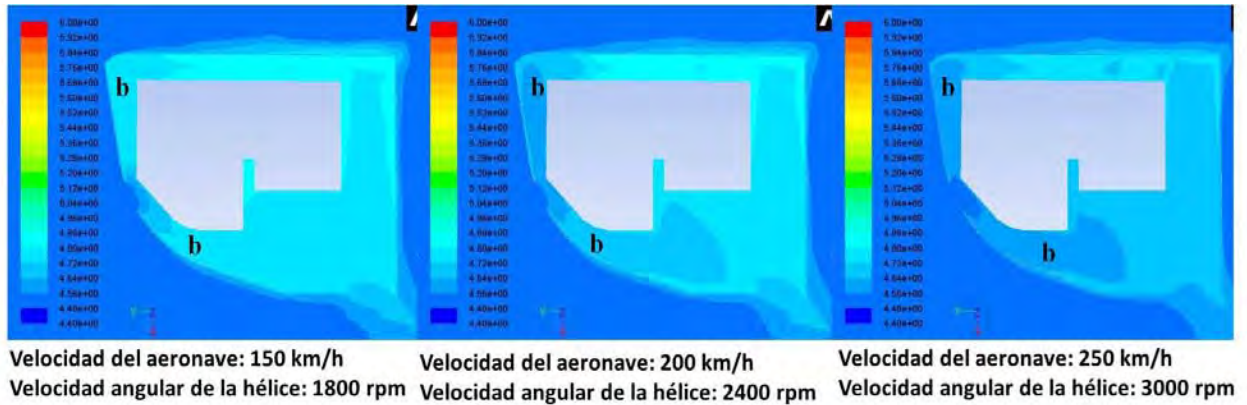


Figura 4.34: Contornos de temperatura en un corte lateral de la cabina de fuego

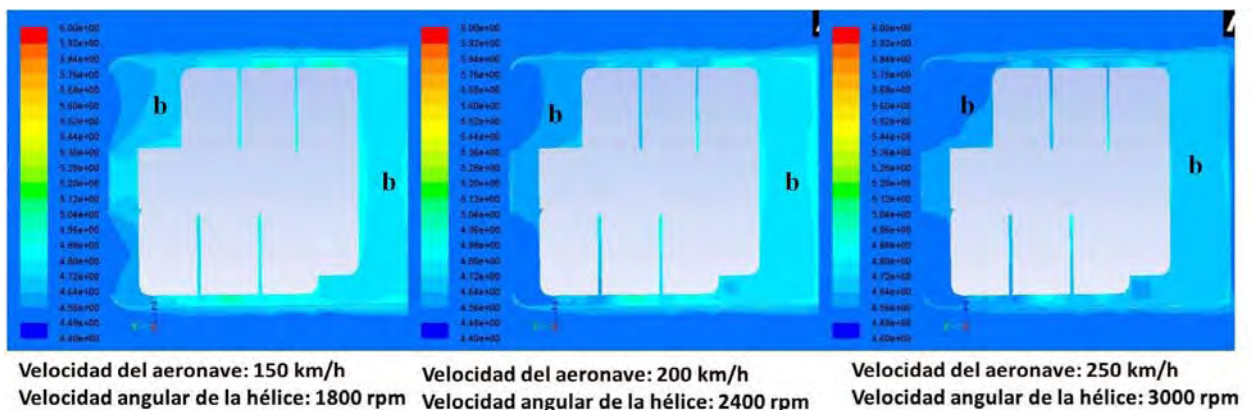


Figura 4.35: Contornos de temperatura en un corte transversal de la cabina de fuego

En las Figuras 4.34 y 4.35 se muestran los contornos de temperatura del aire dentro de la cabina, en dos cortes lateral ( $z = 0$ ) y transversal ( $x = 0$ ) y a diferentes velocidades de la aeronave.

En las figuras se puede observar claramente como la temperatura va disminuyendo conforme se aumenta la velocidad de la aeronave, esto se debe, como ya se discutió con anterioridad, al incremento de la presión dentro de la cabina, obstaculizando así el flujo de aire dentro y provocando un efecto negativo en la transferencia de calor.

**Observación 6** En esta sección se hizo el análisis de transferencia de calor dentro de la cabina de fuego por medio de simulaciones, obteniendo las regiones del motor que presentan mayor temperatura; dichas temperaturas concuerdan con las observaciones hechas en el sistema real, y se explican por la forma del motor y la ineficiente ventilación en la cabina.

En el siguiente capítulo mostraremos una manera de mitigar el calentamiento observado en el sistema.

# Capítulo 5

## Rediseño de la cabina de fuego

*Como ya se mostró en el capítulo pasado el motor de la cabina de fuego presenta regiones de sobrecalentamiento como en el modelo real. En este capítulo se presenta el rediseño de esta cabina como forma de mitigar el problema de calentamiento.*

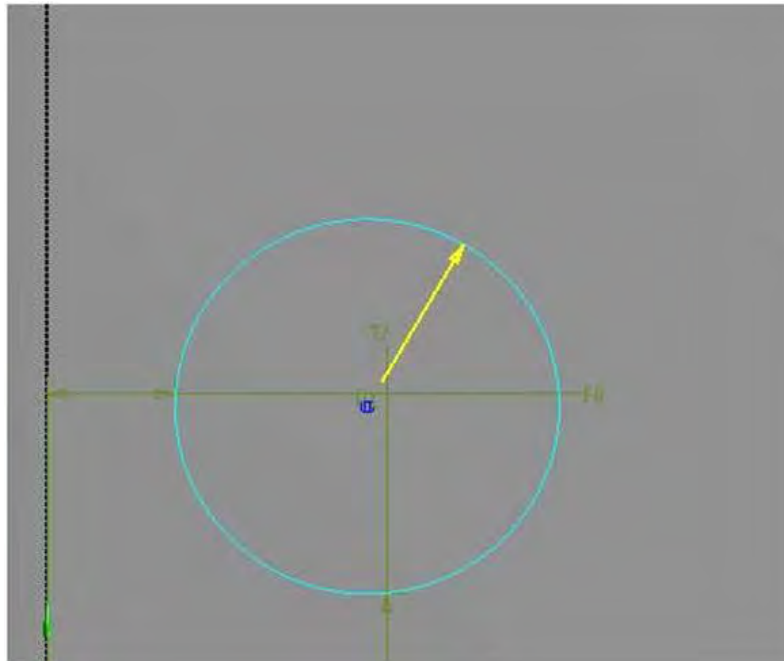


Figura 5.1: Boceto para la entrada de aire

Con el fin de mejorar la transferencia de calor en la cabina de fuego, en esta tesis se propone agregar dos entradas de aire al sistema de ventilación de la cabina. Las cuales consisten en derivación de dos perforaciones en forma de círculo de un diámetro de  $d = 0,03 \text{ m}$  (ver Figura 5.1).

Las nuevas entradas de aire se encuentran en la nariz de la cabina, en el límite de los lados izquierdo y derecho y a una distancia de 14 cm de el lomo de la cabina, tal como lo muestra la Figura 5.2.

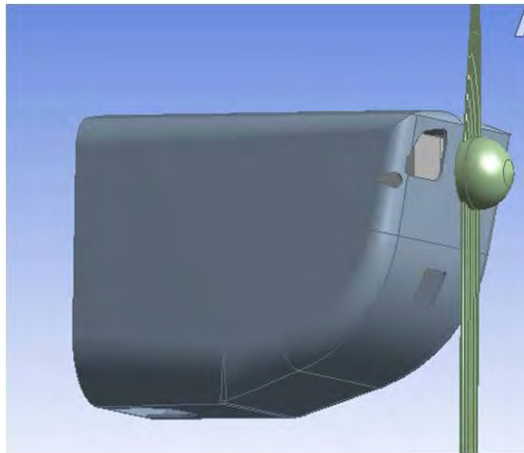


Figura 5.2: Diseño de la cabina de fuego de prueba

Se proponen dos perforaciones laterales a la cabina para que el flujo de aire sea incrementado en las zonas del motor que sufren sobrecalentamiento y para romper el régimen de alta presión en el fondo de la cabina. La disposición final de las nuevas entradas de aire se determinó mediante simulación y rectificando que se cumplieran estos objetivos.

Como ya se dijo, se escogieron las partes de los extremos laterales para poner la nueva ventilación porque es donde el flujo de aire toca directamente las regiones de los cilindros de mayor calentamiento.

La formación de escarcha en el carburador se da a temperaturas inferiores a  $0^{\circ}\text{C}$  y en presencia de humedad. Al tener mayor espacio de ventilación, los elementos de la cabina quedarían expuestos a la humedad y a las temperaturas inferiores, provocando menor rendimiento en sus funciones, es por ello que se ha descartado la idea de aumentar las dimensiones de las nuevas entradas de aire en este rediseño de la cabina de fuego para esta tesis.

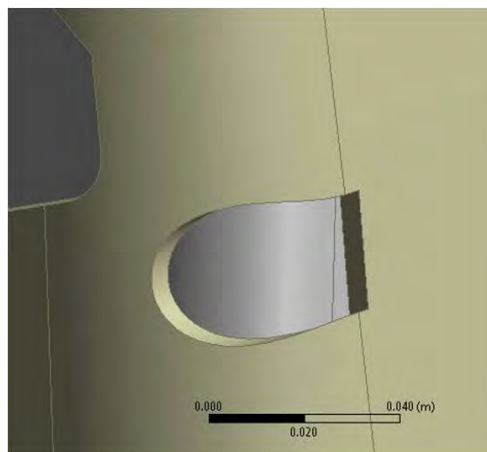


Figura 5.3: Diseño de la entrada de ventilación

En la Figura 5.3 se muestra una de las nuevas entradas de aire en la cabina de fuego.



Con el fin de obtener la malla del sistema con el rediseño de la cabina, se utilizó una relevancia de 100, siendo el resultado para la cabina, el que se muestra en la Figura 5.4.

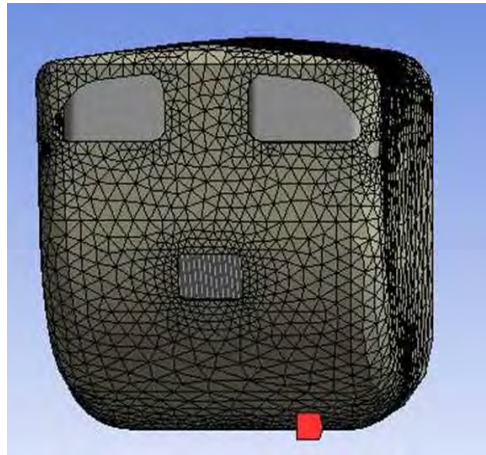
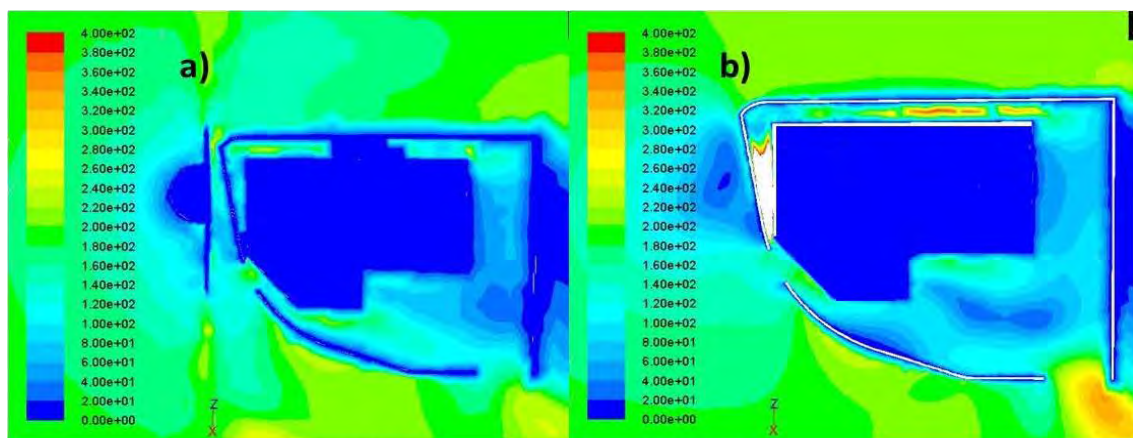


Figura 5.4: Malla de la cabina de fuego

Con el fin de mostrar que dicho rediseño ha contribuido en la mejora de la transferencia de calor dentro de la cabina; se realiza una comparación de resultados antes y después del rediseño de la cabina de fuego, comenzando con el análisis de la velocidad como se muestra en la siguiente figura.



**Velocidad del aeronave: 200 km/h**  
**Velocidad angular de la hélice: 2400 rpm**

Figura 5.5: Contornos de velocidad en un corte lateral de la cabina de fuego en  $z = 0$ , a) corresponde al diseño original y b) corresponde al rediseño

En la Figura 5.5 se muestran los contornos de velocidad en un corte lateral de la cabina de fuego en  $z = 0$  con el diseño original y el rediseño.

Se puede observar que en general se ha mejorado el flujo de aire de dentro de la cabina,

se puede observar que con las nuevas entradas de aire se ha incrementado la velocidad dentro de la cabina como se puede apreciar en la imagen, específicamente se puede observar el incremento entre la parte alta del motor y la cabina, además se puede observar incremento en el flujo cerca del fondo de la cabina, estos hechos llevan a pensar que ha disminuido la presión dentro de la cabina.

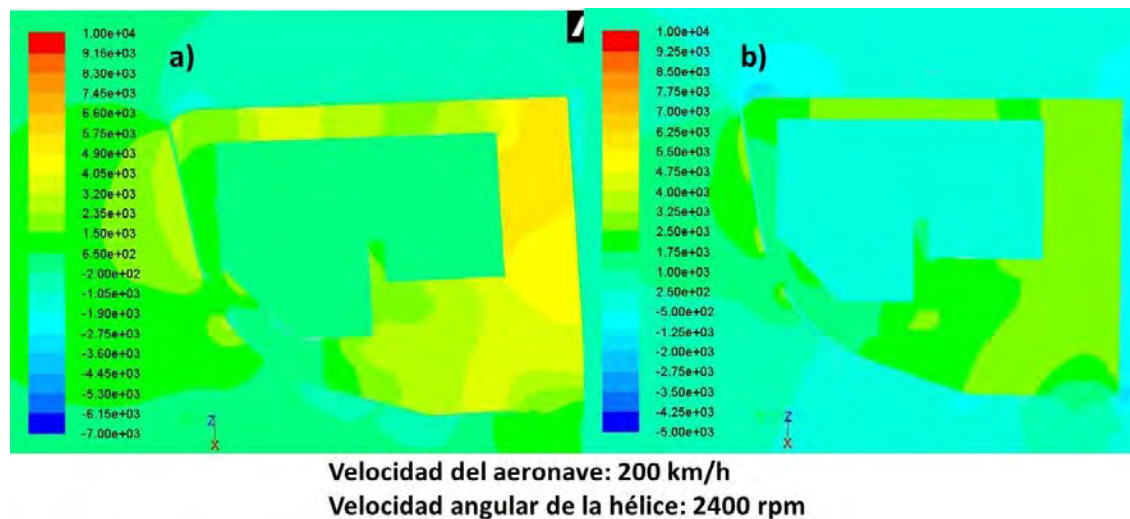


Figura 5.6: Contornos de presión en un corte lateral de la cabina de fuego en  $x = 0$ , *a)* corresponde al diseño original y *b)* corresponde al rediseño

En la Figura 5.6 se muestran dos imágenes de los contornos de presión en un corte lateral de la cabina, con el diseño original y con el rediseño.

De la figura se puede observar que la presión ha disminuido entre el fondo de la cabina, lo cual favorece el flujo de aire por esa región, en contraste con el diseño original. En general la presión a disminuido, por lo tanto se ha mejorado el flujo de aire y el coeficiente de convección ahora será más efectivo en la transferencia de calor, como se verá en las siguientes figuras de transferencia de calor.

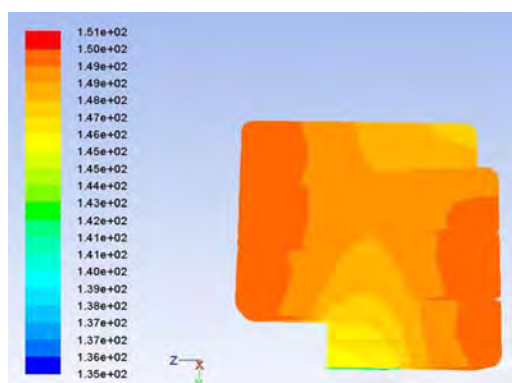


Figura 5.7: Contornos de temperatura en el motor

En la Figura 5.7 se muestran los contornos de temperatura en el motor, se puede observar

que los contornos tiene la misma morfología que los contornos de temperatura con el diseño original, los cuales se muestran en la Figura 4.30.

La siguiente figura muestra los contornos de temperatura en los cilindros para poder observar la temperatura en dichos cilindros y observar cuál de ellos presenta mayor temperatura.

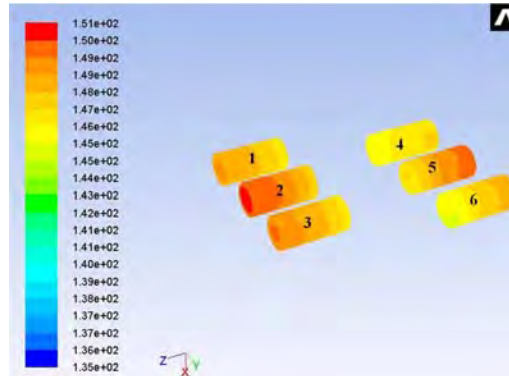


Figura 5.8: Contornos de temperatura en los cilindros

De la figura se puede observar que los cilindros con mayor temperatura siguen siendo los que se encuentran en la parte media del motor.

Para hacer una comparación entre el diseño original y el rediseño se presenta la Figura 5.9, en la cual se muestran los contornos de temperatura en el motor.

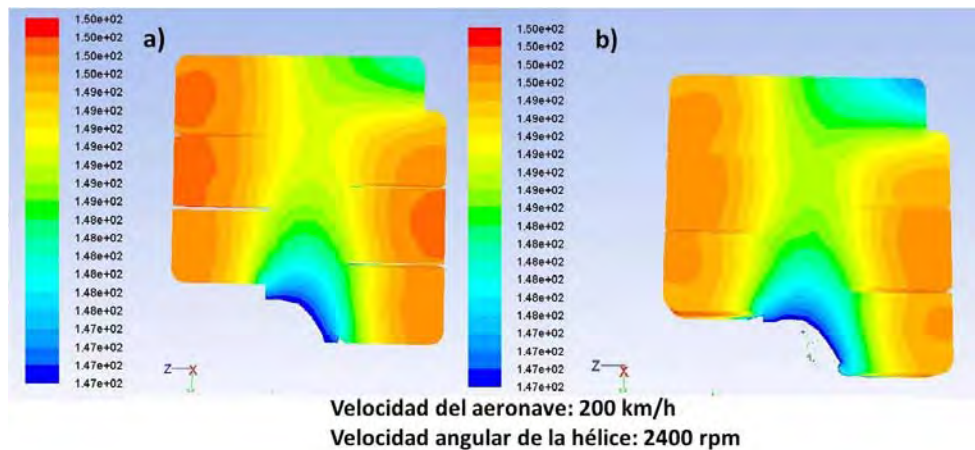


Figura 5.9: Contornos de temperatura en el motor, *a)* corresponde al diseño original y *b)* corresponde al rediseño

En la Figura 5.9 se muestran los contornos de temperatura en el motor para ambos diseños, se puede observar que la temperatura ha disminuido en comparación con el diseño original. Se puede observar que las regiones con mayor temperatura siguen siendo las regiones donde se encuentran los cilindros, sin embargo los contornos muestran que las regiones con mayor temperatura son los de el lado izquierdo del motor, observe que con el nuevo

rediseño el contorno de temperatura del motor ahora es más uniforme. Esto quiere decir que las entradas de aire adaptadas hicieron un cambio en las trayectorias del aire dentro de la cabina permitiendo una ventilación más uniforme.

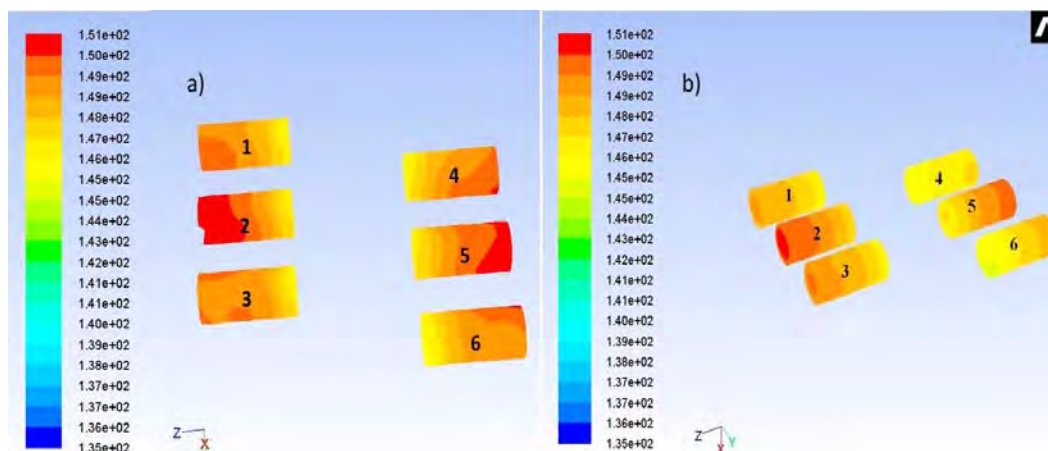


Figura 5.10: Contornos de temperatura en los cilindros, *a)* corresponde al diseño original y *b)* corresponde al rediseño

En la Figura 5.10 se muestran los contornos de temperaturas en los cilindros con el diseño original y con el rediseño. Se puede observar que la temperatura ha disminuido, sin embargo los cilindros de mayor calentamiento siguen siendo los mismos (cilindros centrales), esto se debe a su posición entre dos cilindros.

A continuación se muestran los cambios en la temperatura del aire dentro de la cabina de fuego.

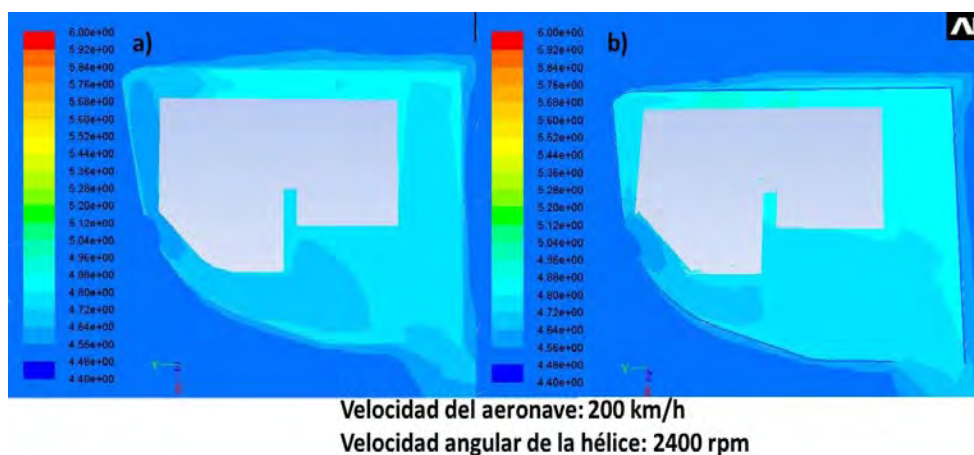


Figura 5.11: Contornos de temperatura en un corte lateral de la cabina de fuego ( $z = 0$ ), *a)* corresponde al diseño original y *b)* corresponde al rediseño

La Figura 5.11 muestra la temperatura del fluido dentro de la cabina de fuego, la imagen *a)* se obtuvo de una simulación con la cabina de fuego inicial, mientras la imagen *b)* se obtuvo de una simulación realizada con el rediseño de la cabina de fuego.

Se puede observar en la imagen *b)* la temperatura es mayor en el fluido que en el Diseño anterior; esto es debido a que el coeficiente de convección es mayor dentro de la cabina, provocando mayor intercambio de energía térmica entre la el motor y el aire.

En las imágenes anteriores se ha mostrado el cambio en los contornos de temperatura debido al rediseño de la cabina de fuego, y aunque ha mejorado la transferencia de calor en la cabina, esto no es suficiente para reducir el calentamiento del motor adecuadamente. Se descartó la opción de agrandar los orificios a la cabina, debido a que al incrementar los orificios y por su posición, se incrementaría la presión dentro limitando el flujo de aire. Además como ya se mencionó anteriormente al agrandar los orificios, los elementos de la cabina quedarían expuestos a humedad y temperaturas muy bajas, provocando menor rendimiento. Es por ello que se ha optado por una segunda opción de rediseño.

En esta segunda opción de rediseño se han agregado dos toberas a los lados laterales de la cabina y localizadas a 22 cm de la nariz y a 6 cm del lomo, como se muestra en la Figura 5.12, además el orificio que conecta la tobera con la cabina es de 4 cm de diámetro.

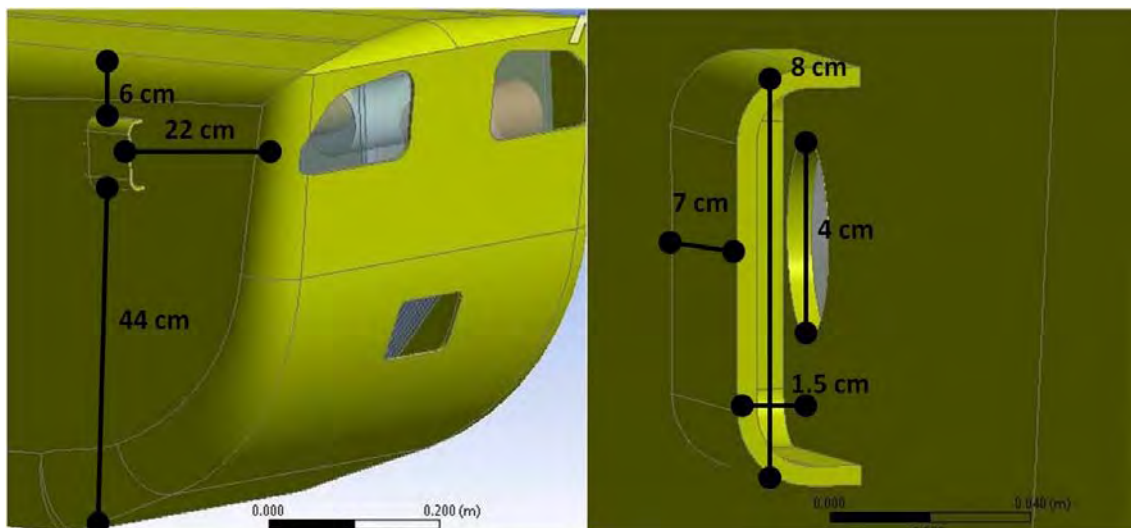


Figura 5.12: Rediseño de la cabina de fuego

En la Figura 5.12 se muestra el diseño de una de las toberas agregadas a la cabina de fuego. Se pensó hacer de esta manera debido a que los cilindros que presentan mayor temperatura son los cilindros centrales, y para poder disminuir su temperatura las toberas fueron adaptadas muy cerca de dichos cilindros, para incrementar el flujo de aire en estas regiones y así disminuir la temperatura del motor.

A continuación se muestran los resultados de transferencia de calor y de momento, obtenidos a partir de esta segunda opción de rediseño y en donde las simulaciones se hicieron bajo las siguientes condiciones: la cabina viaja a  $200 \text{ km/h}$ , la hélice gira a  $2400 \text{ rpm}$ , la

temperatura del aire es de  $4,5^{\circ}C$  mientras que el motor tiene una temperatura inicial de  $26^{\circ}C$  y los cilindros generan calor a  $159,26 \text{ kW}/m^3$ . Comenzando con una comparación de los contornos de velocidad con el diseño original y con la segunda opción de rediseño, como se muestra en la siguiente figura.

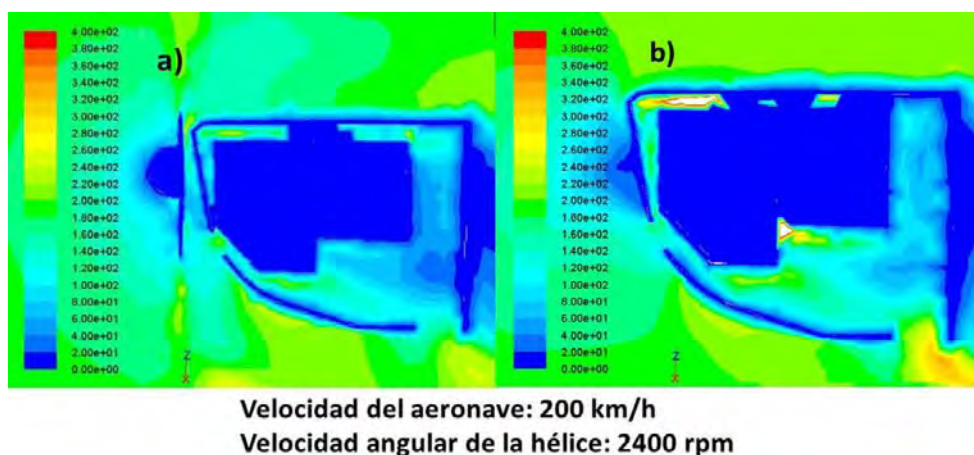


Figura 5.13: Contornos de velocidad en un corte lateral de la cabina ( $z = 0 \text{ m}$ ), *a*) corresponde al diseño original y *b*) corresponde al rediseño

En la Figura 5.13 se puede observar que con el rediseño, el flujo de aire ha incrementado dentro de la cabina como se puede observar en *b*), en donde los contornos de velocidad se muestran mayores en comparación con *a*) , esto lleva a pensar que la presión ha mejorado dentro de la cabina.

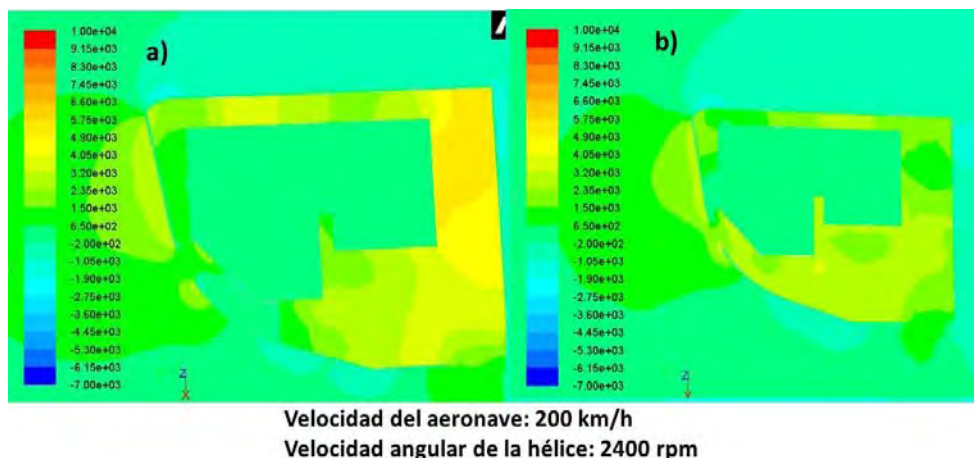


Figura 5.14: Contornos de presión en un corte lateral de la cabina ( $z = 0 \text{ m}$ ), *a*) corresponde al diseño original y *b*) corresponde al rediseño

En la Figura 5.14 los contornos de presión en un corte lateral de la cabina de fuego, con el diseño original y con el rediseño.

De la figura se puede observar que la presión ha disminuido y además ha cambiado la morfología de los contornos. Se puede observar que ahora la presión mayor se encuentra entre la

parte baja del motor y la base de la cabina. En general la presión ha disminuido, permitiendo mayor flujo de aire dentro de la cabina y por tanto se ha mejorado la transferencia de calor dentro de la cabina, como se verá en las siguientes figuras.

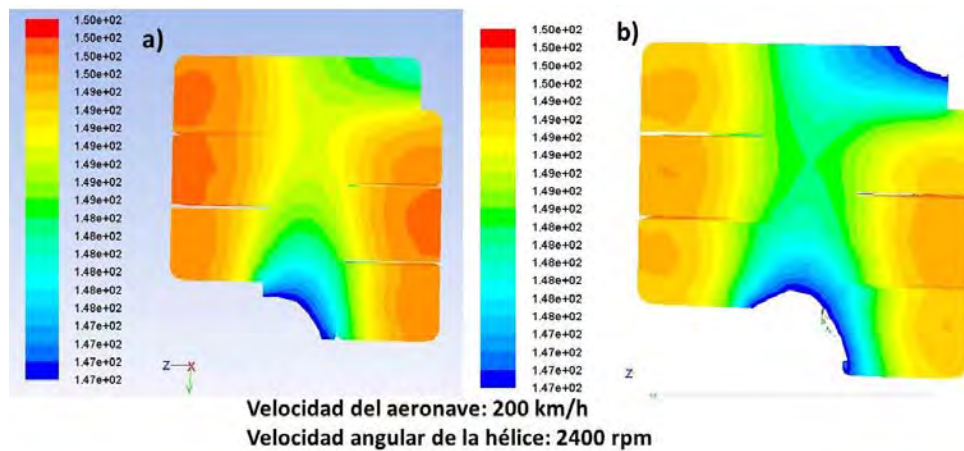


Figura 5.15: Contornos de temperatura en el motor, *a)* corresponde al diseño original y *b)* corresponde al rediseño

En la Figura 5.15 se muestran los contornos de temperatura en el motor. Se puede observar que la temperatura ha disminuido en comparación de la temperatura con el diseño original. Se puede observar que las regiones con mayor temperatura siguen siendo las regiones donde se encuentran los cilindros centrales, observe además que con el nuevo rediseño el contorno de temperatura del motor ahora es más uniforme. Esto quiere decir que las entradas de aire del rediseño contribuyeron a una ventilación más adecuada.

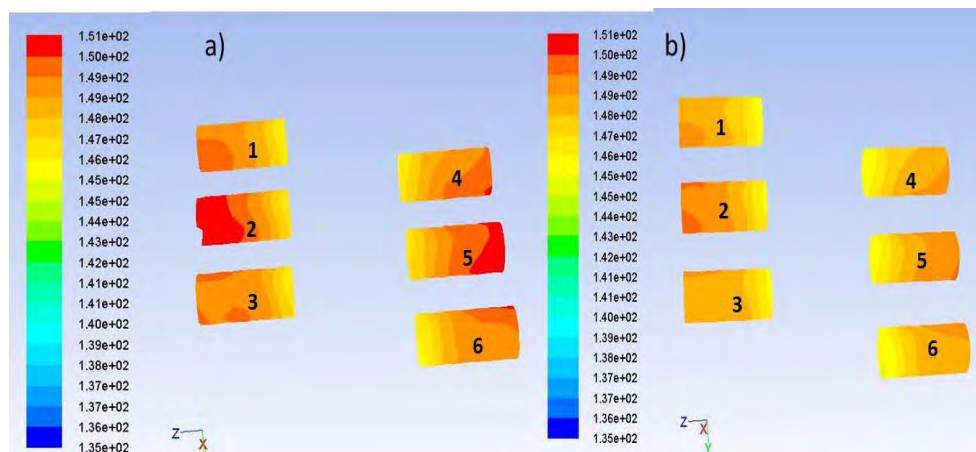


Figura 5.16: Contornos de temperatura en los cilindros, *a)* corresponde al diseño original y *b)* corresponde al rediseño

La Figura 5.16 muestra los contornos de temperatura en los cilindros con el diseño original y con el rediseño.

De la figura se puede observar que los contornos de temperatura son mas uniformes en *b*) a comparación de *a*), esto se debe a que al agregar las tobera se logró mayor ventilación en los cilindros 1, 2, 5 y 4, mientras que los cilindros 3 y 6 fueron ventilados por las entradas de aire frontales de la cabina de fuego. Sin embargo se observa que los cilindros 2 y 5 siguen presentando mayor temperatura, esto es debido a la forma del motor y a la disposición de los cilindros en el.

A continuación se muestran los cambios en la temperatura del aire dentro de la cabina de fuego.

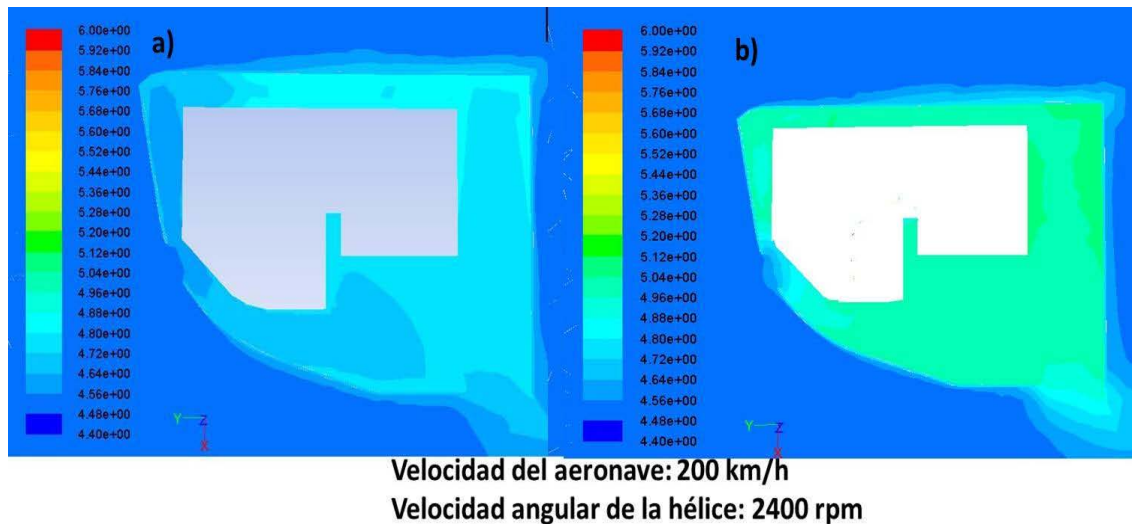


Figura 5.17: Contornos de temperatura en un corte lateral de la cabina ( $z = 0 \text{ m}$ ), *a*) corresponde al diseño original y *b*) corresponde al rediseño

La Figura 5.17 muestra la temperatura del fluido dentro de la cabina de fuego, la imagen *a*) se obtuvo de una simulación con la cabina de fuego inicial, mientras la imagen *b*) se obtuvo de una simulación realizada con el rediseño de la cabina de fuego.

Se puede observar en la imagen *b*) la temperatura es mayor en el fluido que en el diseño anterior; esto es debido a que el coeficiente de convección es mas eficiente dentro de la cabina, provocando mayor intercambio de energía térmica entre la el motor y el aire.



**Observación 7** Hasta este punto se ha realizado un análisis numérico de la transferencia de calor en la cabina de fuego al frente del avión, se ha mostrado que con las nuevas entradas de aire, el coeficiente de convección aumenta dentro de la cabina de fuego disminuyendo moderadamente el calentamiento en el motor. Además se ha mostrado que ventilando más los cilindros centrales, se puede reducir la temperatura en el motor. Aunque se observan cambios con estas entradas de aire, aún no es posible obtener una temperatura adecuada del motor, por ello se probó un diseño que incluye toberas laterales.

Las simulaciones muestran que el rediseño con las toberas es más eficiente que el rediseño con entradas frontales. Esto se debe a que al agregar las toberas los cilindros de mayor calentamiento quedaron expuestos directamente a mayor ventilación. Debido a lo anterior se logra una distribución más uniforme de temperatura, lo cual favorece el diseño irregular del motor y el intercambio de calor del motor hacia el aire de la cabina de fuego, logrando distribuciones de temperatura más uniformes y adecuadas.

# Capítulo 6

## Conclusiones y Trabajo futuro

### 6.1. Conclusiones

Para la realización de este trabajo de tesis, se utilizaron los diseños de cabina, motor y hélice, los cuales fueron hechos en base al avión ultraligero STELA M1 de la compañía Aeromarmi, obteniendo como resultado en cuanto a la transferencia de calor un comportamiento similar al modelo del STELA M1. Sin embargo los diseños no son exactamente iguales por lo cual, los resultados de este trabajo sólo representan una aproximación. Sin embargo la metodología utilizada puede servir para el análisis de transferencia de calor en la cabina de fuego de cualquier avión ultraligero, incluyendo al STELA M1.

Existen varios aspectos que se pueden concluir con este trabajo de tesis, comenzando con los resultados obtenidos de transferencia de momento, de los cuales se puede concluir que aún sin agregar el motor dentro de la cabina, el flujo de aire es afectado debido a la presión que se ejerce en el fondo de la cabina limitando la circulación del aire. Recuerde que la salida de aire de la cabina de fuego se encuentra en la base y cerca del fondo, y al haber altas presiones el flujo se ve afectado en la salida.

La presencia de altas presiones dentro de la cabina provoca bajas velocidades de flujo en la parte final de la cabina, por lo cual se ve afectada la transferencia de calor. Por otro lado las altas presiones también provocan un coeficiente de convección alto, esto debido a la ley de los gases ideales, el cual establece que al haber alta presión se genera alta densidad, y como el número de Reynolds es proporcional a la velocidad pero también a la densidad, este aumenta y provoca un aumento en el coeficiente de convección.

Otro aspecto a concluir es que al agregar el motor dentro de la cabina y al reducirse el espacio de circulación del aire dentro ella la velocidad aumentó significativamente en algunas regiones, provocando turbulencia y presencia de vórtices. Sin embargo al aumentar la velocidad de la cabina la velocidad disminuyó en el fondo, debido a que se continuó con la presencia de altas presiones, obstaculizando la circulación del aire. Mostrando así la ineficiente ventilación dentro de la cabina, la cual afecta directamente la transferencia de calor dentro de ella.

Con los resultados de transferencia de momento, se muestra que existe un problema de flujo

de aire dentro de la cabina, el cual está ligado al problema de sobrecalentamiento en el motor; sin embargo esto no es suficiente para afirmar que la ineficiente ventilación en la cabina es la única causa que provoca el sobrecalentamiento en algunas regiones del motor.

Con los resultados de transferencia de calor en el motor se comprueba que en principio las regiones de sobrecalentamiento en el motor son debidas a la forma asimétrica del motor; ya que, aún cuando el motor es expuesto a un coeficiente de convección constante, el lado izquierdo del motor se sobre calienta más que el lado derecho, y más aún los cilindros centrales.

Las aletas están unidas a la parte derecha del motor esto causa que la parte derecha presente menor temperatura que la parte izquierda del motor y aun más el cilindro que se encuentra más cercano a la región de aletas. El cual es el caso del primer cilindro del lado derecho.

Se observó que los cilindros que presentan mayor temperatura son los cilindros de en medio; debido a que se ventilan menos que el resto de los cilindros, además que están en medio de dos cilindros, los cuales generan calor.

Finalmente se puede concluir que el sobrecalentamiento en algunas regiones del motor es debido a la forma asimétrica del motor y de la ineficiente ventilación en la cabina

De los rediseños de la cabina de fuego se puede concluir que el segundo rediseño, en el cual se agregaron toberas a los lados laterales de la cabina, fue el más efectivo debido a que el flujo de aire que entraba por las tobera se dirigía directamente a los cilindros centrales, por lo cual se disminuyó la temperatura en estos cilindros y en el motor en general.

Al agregar las entradas de aire a la cabina usando toberas, se logró un cambio en las trayectorias del aire, además de la disminución de la presión, provocando mayor circulación dentro de la cabina y a su vez mayor intercambio de energía térmica del motor hacia el aire, por consiguiente una disminución de temperatura en el motor y una distribución más uniforme en la temperatura del aire, lo cual favorece su operación. Las regiones de mayor calentamiento siguen estando en los cilindros medios (2,5), debido a que la transferencia de calor también depende de la forma del motor. Sin embargo se ha logrado tener una distribución más uniforme, lo que implica un mejor desempeño de la operación del motor.

## 6.2. Trabajo futuro

Del trabajo de investigación realizado en esta tesis se puede mostrar que el comportamiento de transferencia de calor en el modelo de cabina, motor y hélice es similar al modelo del STELA M1, sin embargo si se desea realizar un análisis más exacto de transferencia de calor para la cabina de fuego de algún avión ultraligero comercial se puede tomar en cuenta lo siguiente:

- Hacer el diseño de cabina motor y hélice exactos de la aeronave.
- Agregar todos los elementos mecánicos que se encuentran dentro de la cabina para realizar un análisis más acertado de la transferencia de momento y la transferencia de calor dentro de la cabina de fuego.
- Simular el funcionamiento de los pistones y la cámara de combustión del motor, para obtener mejores resultados en cuanto a la generación de calor en los cilindros.
- Realizar simulaciones bajo condiciones en la que el medio ambiente sea húmedo, para analizar los efectos en la transferencia de calor y masa, además analizar bajo estas condiciones si la ventilación es eficiente para evitar la formación de escarcha

# Apéndice A

## Apéndice: Programación en Fluent

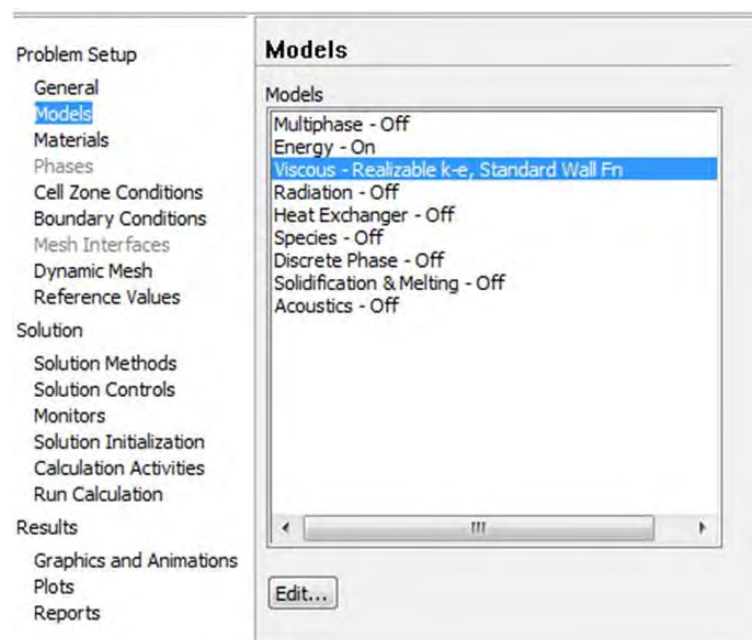


Figura A.1: Ventana principal del software Fluent

En la Figura A1 se muestra la ventana principal de Fluent que sirve para configurar una simulación, y para comenzar se importa el mallado. Se comienza por la parte que dice "General.<sup>es</sup> la ventana donde se selecciona el tipo de análisis; por ejemplo en estado transitorio o estado estacionario, se habilita la fuerza de gravedad, y se selecciona el eje hacia a donde va dirigida, también se selecciona el método para resolver ejemplo basado en densidad o en presión.

En esta sección también se puede cambiar la escala del sistema, además que se puede seleccionar las unidades a utilizar en la simulación.

"Models"; en esta opción se habilita la energía porque se requiere para la ecuación de calor y que se pueda resolver el flujo de calor a través del sistema. En esa misma pestaña se

selecciona Viscous Model para seleccionar el tipo de régimen en el fluido.

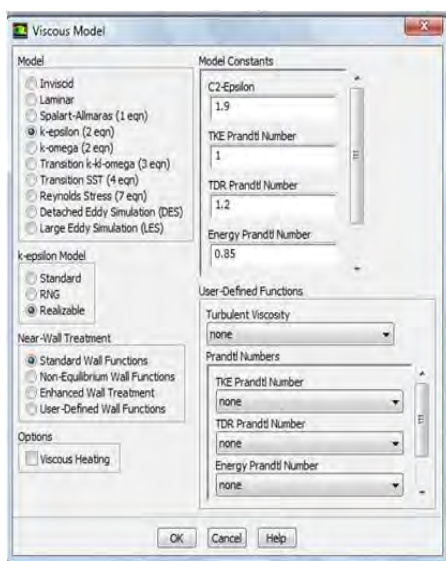


Figura A.2: Ventana Viscous Model

En la opción "Materials" se selecciona el tipo de material del que están hechos los elementos del sistema, en este caso se utilizó aire, aluminio, fibra de carbono y acero

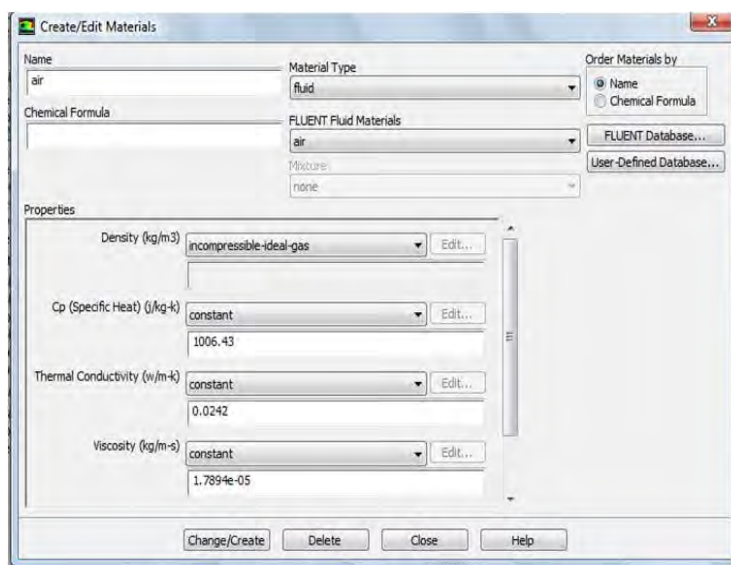


Figura A.3: Ventana para editar un material

En la ventana para editar un material mostrado en la Figura A.3 aparecen propiedades como densidad, calor específico, conductividad térmica, viscosidad etc. En este caso se utilizó aire como gas ideal ya que la densidad del aire necesita cambiar con la temperatura.

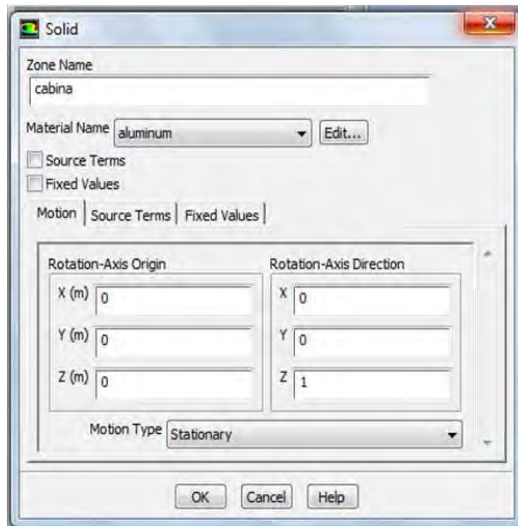


Figura A.4: Ventana para propiedades de la zona

En la Figura A.4 se muestra la ventana para configurar una zona; por ejemplo se configura el movimiento rotacional, traslacional y la las fuentes internas de calor.

Para las condiciones de frontera es necesario nombrar regiones, para cada condición de frontera, por ejemplo en el dominio del aire se utilizaron diferentes regiones, una para la entrada, salida de aire, la pared externa para configurarla como adiabática, y las regiones que se encuentran en contacto con cabina, motor y hélice para configurar las condiciones de frontera térmicas.

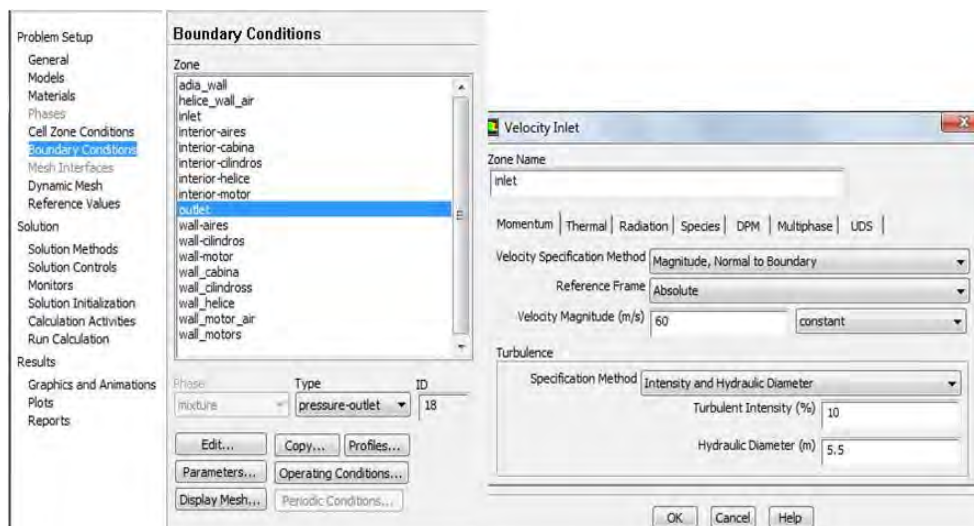


Figura A.5: Zonas para configurar sus condiciones de frontera

En la Figura A.5 aparecen las regiones para configurar condiciones de frontera, excepto las que inician con el nombre de interior, ya que como el nombre lo dice son el interior de los cuerpos y es la parte a resolver del problema.

En la Figura A.5 en la imagen de la izquierda se puede observar la ventana para configurar una condición de frontera por ejemplo la entrada de aire con una velocidad de  $60 \text{ m/s}$ , diámetro hidráulico por donde pasa es de  $5,5 \text{ m}$ , esto es el diámetro del dominio que pertenece a un fluido

Al tener todos los parámetros requeridos para la simulación, se selecciona el método para la solución, se inicializa la solución y finalmente se simula. El tiempo de simulación varía dependiendo de las iteraciones, si es en estado estacionario o transitorio. Si es en estado transitorio el tiempo de simulación depende del tiempo que se quiere simular.



# Bibliografía

- [1] Fereydoon Dadkhah y Jack Zecher *ANSYS Workbench Software Tutorial*, SDC publications, 2009.
- [2] Ansys  
[http://www.ansys.com/step/pdfs/acm\\_1.pdf](http://www.ansys.com/step/pdfs/acm_1.pdf)
- [3] Sham Tickoo y Vivek Singh. *ANSYS 11 for Designers*, CADSIM Technologies, 2009.
- [4] Joseph Holman. *Heat Transfer* 1ª edición, Editorial Mcgraw Hill, 1998.
- [5] Adrian Bejan y Allan D. Kraus. *Heat Transfer, Handbook*, 1ª edición, John Wiley, 2003.
- [6] Hwei P. Hsu. *Analysis de Fourier*, 1ª edición, Addison-Wesley Iberoamericana, 1987.
- [7] H. N. Gupta *Fundamentals of internal combustion engines*, Editorial Printice Hall, 2006.
- [8] Esam M. Alawadhi. *Finite Element Simulations Using ANSYS*, 1ª edición, CRC Press, 2010.
- [9] Erdogan Madenci y Ibrahim Guven. *The Finite Element Method and Applications in Engineering Using Ansys* 4ª edición, Springer, 2007.
- [10] ANSYS FLUENT 12.0 Theory Guide. Copyright 2009 by ANSYS, Inc.
- [11] ANSYS FLUENT 12.0 Users Guide. Copyright 2009 by ANSYS, Inc.
- [12] ANSYS FLUENT 12.0 Tutorial. Copyright 2009 by ANSYS, Inc.
- [13] Instruction and maintenance manual for Jabiru 3300 Aircraft Engine by Jabiru Aircraft Pty Ltd.

[14] Raymond A. Serway y John W. Jewett *Física*, 5ª edición, Editorial McGrawHill, 2005.

[15] *Thermal Structures for Aerospace Applications* AIAA, Education Series, 1996.

[16] Robert L. Mott *Mecánica de Fluidos Aplicada*, 4ª edición, Editorial Printice Hall, 1996.

[17] ANSYS DM 12.0 Copyright 2009 by ANSYS, Inc.

[18] ANSYS MESH Copyright 2009 by ANSYS, Inc.