



**INSTITUTO POTOSINO DE INVESTIGACIÓN  
CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA**

Postgrado en Ciencias Aplicadas

**Dinámica del transporte de sedimentos como  
carga de fondo en el Alto Golfo de California**

Tesis que presenta

**Leonardo Hernández Azcúnaga**

Para obtener el grado de

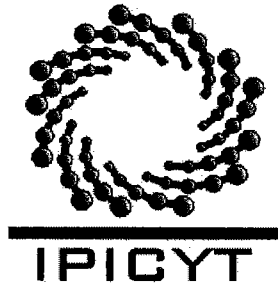
**MAESTRO EN CIENCIAS**

En la opción de Ciencias Ambientales

Codirectores: Dr. José Noel Carbajal Perez  
Dr. David Salas de León

San Luis Potosí, S.L.P.

Octubre, 2005



# Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C.

## Acta de Examen de Grado

COPIA CERTIFICADA

El Secretario Académico del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C., certifica que en el Acta 006 del Libro Primero de Actas de Exámenes de Grado del Programa de Maestría en Ciencias Aplicadas en la opción de Ciencias Ambientales está asentado lo siguiente:

En la ciudad de San Luis Potosí a los 27 días del mes de octubre del año 2005, se reunió a las 12:00 horas en las instalaciones del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C., el Jurado integrado por:

<b>Dr. David Alberto Salas de León</b>	<b>Presidente</b>	<b>UNAM</b>
<b>Dr. José Alfredo Ramos Leal</b>	<b>Secretario</b>	<b>IPICYT</b>
<b>Dra. Adela Monreal Gómez</b>	<b>Sinodal externo</b>	<b>UNAM</b>
<b>Dr. José Noel Carbajal Pérez</b>	<b>Sinodal</b>	<b>IPICYT</b>

a fin de efectuar el examen, que para obtener el Grado de:

**MAESTRO EN CIENCIAS APLICADAS  
EN LA OPCIÓN DE CIENCIAS AMBIENTALES**

sustentó el C.

**Leonardo Hernández Azcúnaga**

sobre la Tesis intitulada:

*Dinámica del Transporte de Sedimentos como Carga de Fondo en el Alto Golfo de California*

que se desarrolló bajo la dirección de

**Dr. José Noel Carbajal Pérez**  
**Dr. David Alberto Salas De Leon (UNAM)**

El Jurado, después de deliberar, determinó

APROBARLO

Dándose por terminado el acto a las 13:15 horas, procediendo a la firma del Acta los integrantes del Jurado. Dando fé el Secretario Académico del Instituto.

A petición del interesado y para los fines que al mismo convengan, se extiende el presente documento en la ciudad de San Luis Potosí, S.L.P., México, a los 27 días del mes octubre de 2005.

  
**Dr. Marcial Bonilla Marín**  
Secretario Académico

  
**Mtra. Ma. Elisa Lucio Aguilar**  
Jefa del Departamento de Asuntos Escolares



La presente tesis de Maestría en Ciencias en la especialidad de Ciencias Ambientales fue elaborada por Leonardo Hernández Azcúnaga y aprobada el 20 de octubre del 2005 por los suscritos, designados por el Colegio de Profesores de la División de Ingeniería Ambiental y Manejo de Recursos Naturales del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C.



Dr. José Noel Carbajal Pérez  
(Director)



Dr. David Salas de León  
(Codirector)

Esta tesis fue elaborada en la División de Ingeniería Ambiental y Manejo de Recursos Naturales del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C., bajo la dirección de los doctores José Noel Carbajal Pérez y David Salas de León. Durante la realización del trabajo el autor recibió una beca académica del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (185897) y del IPICYT.

A mis padres

## **Agradecimientos**

A Felipe, Eduardo, Angélica, Margarita, Gaby.

A los doctores Noel Carbajal, Elizabeth Huber-Sannwald, Tulio Arredondo, José Luis Flores y Haret-Codratian Rosu .

A Pedro, Rafael, José Miguel, Gabriel, Jorge, Pili, Armando, Sandra, Sassi, César, Betty, Claudia, Arcelia, Dulce, Marlin, Chen, Andrés, Gris, Ricardo, Marce, Lulú, Vrani, Pepe, Lalo, Jaime, Chuy, Julio, Pedro, Vianey , Nápoles, Ana Laura, Denys, Rocío, Angélica, Karla.

# Índice

	<b>Página</b>
Indice de Tablas	vii
Indice de Figuras	viii
Resumen	x
Abstract	xi
<b>Capítulo 1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Dinámica de océanos	1
1.2 Mareas	6
1.3 Ondas de Kelvin y de Poincaré	12
1.4 Transporte de sedimentos	17
1.5 Objetivo	20
<b>Capítulo 2. Zona de Estudio</b>	<b>21</b>
<b>Capítulo 3. Modelo</b>	<b>24</b>
<b>Capítulo 4. Resultados</b>	<b>28</b>
<b>Capítulo 5. Discusión y Conclusiones</b>	<b>35</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>50</b>
<b>Anexo I. Desarrollo de la discretización del modelo</b>	<b>54</b>
<b>Anexo II. Caracterización de diferentes puntos en Bahía Adair</b>	<b>58</b>

## Índice de Tablas

	<b>Título</b>	<b>Página</b>
1.	Sistema de clasificación de Udden-Wentworth para sedimentos.	18



## Índice de Figuras

	<b>Título</b>	<b>Página</b>
1.1	Rango espacial y escalas temporales de los movimientos en los océanos. Basada en Kantha & Clayson (2000).	2
1.2	Características orbitales del sistema tierra-luna-sol. Tomada de Kantha & Clayson, (2000).	7
1.3	Ángulos y distancias involucrados en la derivación del potencial gravitacional. Tomada de Desai, (1996).	8
1.4	Canal de anchura $L$ , vista en el plano $(x, y)$ , en el que ocurren modos gravitacionales.	15
1.5	Diagrama de dispersión para las ondas de Poincaré y Kelvin.	16
1.6	Esquema de la posición de los bancos de arena y ondas de arena con respecto al eje principal de la corriente de marea.	19
2.1	Alto Golfo de California.	21
3.1	Malla de Arakawa.	27
3.2	Batimetría del Alto Golfo de California.	27
4.1	Elevación del mar a diferentes tiempos de un periodo de la componente $M_2$ de la marea ( $t = 12.4$ hrs).	28
4.2	Distribución de velocidad instantánea a diferentes tiempos de un periodo de la componente $M_2$ de la marea ( $t = 12.4$ hrs).	29
4.3	Distribución de velocidades residuales	30
4.4	Tasas iniciales de erosión y acumulación de sedimento en el AGC. (a) Fuente de iluminación en N-W (azimut = $135^\circ$ , cenit = $45^\circ$ ); (b) Fuente de iluminación en N-E (azimut = $45^\circ$ , cenit = $45^\circ$ ). Distancias de ejes $(x, y)$ en km. Velocidad crítica $u_c = 0.3 m/s$ .	31
4.5	Distribución de transporte de sedimento instantáneo a diferentes tiempos de un periodo de la componente $M_2$ de la marea ( $t = 12.4$ hrs). Con una velocidad crítica $u_c = 0.3 m/s$ .	32
4.6	Distribución de transporte de sedimento residual. Con una velocidad crítica $u_c = 0.3 m/s$ .	32
4.7	Tasas iniciales de erosión y acumulación de sedimento en el AGC. (a) Fuente de iluminación en N-W (azimut = $135^\circ$ , cenit = $45^\circ$ ); (b) Fuente de iluminación en N-E (azimut = $45^\circ$ , cenit = $45^\circ$ ). Distancias de ejes $(x, y)$ en km. Velocidad crítica $u_c = 0.15 m/s$ .	33
4.8	Distribución de transporte de sedimento instantáneo a diferentes tiempos de un periodo de la componente $M_2$ de la marea ( $t = 12.4$ hrs). Con una velocidad crítica $u_c = 0.15 m/s$ .	34
4.9	Distribución de transporte de sedimento residual. Con una velocidad crítica $u_c = 0.15 m/s$ .	34
5.1	Tasas iniciales de transporte de sedimento en Bahía Adair y	37

	fotografía satelital (Image Science and Analysis Laboratory, NASA-Johnson Space Center. 25 Mar. 2005).	
5.2	(a) Distribución de transporte de sedimento residual con una velocidad crítica $u_c = 0.15 m/s$ . (b) Misma distribución incluyendo isolneas de profundidad. (Incremento de contraste en 100%)	38
5.3	Selección de puntos de control en Bahía Adair y dos transectos (A) y (B).	39
5.4	Series de tiempo para características hidrodinámicas en el Punto 3.	42
5.5	Series de tiempo para características hidrodinámicas en el Punto 5.	43
5.6	Series de tiempo para características hidrodinámicas en el Punto 12.	44
5.7	Series de tiempo para características hidrodinámicas en el Punto 13.	45
5.8	Componentes de velocidad para puntos en el transecto A.	46
5.9	Componentes de velocidad para puntos en el transecto B.	47
5.10	Sistemas anfidérmicos de la elevación de la superficie del mar (a), de la componente este-oeste de la velocidad (b); y de la componente norte-sur de la velocidad (c) para una cuenca hipotética de 1000 km de largo y 500 km de ancho. Tomada de Carbajal y Pohlmann (2004).	48

**Hernández Azcúnaga, Leonardo (2005). Dinámica del transporte de sedimentos como carga de fondo en el Alto Golfo de California. Tesis de Maestría. Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica. México.**

### **Resumen**

La región del Alto Golfo de California (AGC) posee gran interés biológico, geológico, químico y físico debido a sus características endémicas, que han sido fuertemente modificadas por actividades humanas en el último siglo. El conocimiento del transporte de sedimentos en esta zona es aun incipiente y su estudio puede ayudar a comprender el depósito de materiales asociados a la metalogénesis y el efecto de los cambios inducidos por el hombre en la conformación física, química y biológica del AGC y de otras regiones con características hidrodinámicas similares. Existen dos mecanismos principales de transporte de sedimentos: el transporte de sedimentos en suspensión y el transporte de sedimentos como carga de fondo. Este trabajo se enfoca exclusivamente al estudio del segundo. Para conocer la dinámica del transporte de sedimentos se utilizó un modelo hidrodinámico-numérico verticalmente integrado acoplado a dos ecuaciones, una de conservación de sedimento y otra ecuación semiempírica del flujo de sedimentos como carga de fondo. El modelo se forzó en su frontera abierta con la componente de marea  $M_2$ . Las condiciones impuestas al modelo dan como resultado regiones de erosión y acumulación que producen formaciones de ondas de sedimento en el fondo marino. Se propone también una explicación a la formación de barras en las bahías de Adair y San Jorge. Estos resultados coinciden cualitativamente bien con la batimetría del AGC y con trabajos similares de formación de sedimento.

**Palabras clave:** Golfo de California, transporte de sedimentos, mareas, ondas de arena.

**Hernández-Azcúnaga, Leonardo (2005). Dinámica del transporte de sedimentos como carga de fondo en el Alto Golfo de California. Master thesis. Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica. México.**

**Abstract**

The northernmost part of the Gulf of California (NGC), has great biological, geological, chemical and physical interest due to its endemic characteristics. These traits have been strongly modified by human activities in the last century. In this zone the sediment transport plays an important role conforming the sea bottom, maintaining the biological primary productivity and modifying the chemical composition of sea water. It is also associated with metallogenesis processes. The knowledge of sediment transport in the NGC is still scarce and its study can help to understand the above processes and the effect of human induced changes in the conformation of the NGC and other regions with similar hydrodynamic characteristics. Two main mechanisms of sediment transport exist: the suspended sediment transport and the bed-load sediment transport. This work focuses exclusively to the study of the second. A hydrodynamic numerical model was used in order to discern the dynamics of the sediment transport. This model is vertically integrated and coupled with two equations, the first describing sediment conservation and another semi-empirical equation of bed-load sediment flow. The model was forced in its open boundary with the  $M_2$  tide component. The conditions imposed to the model generate regions of sediment erosion or accumulation creating sand waves. One also sets out an explanation to the formation of bars in the bays of Adair and San Jorge. These results agree qualitatively well with the bathymetry of the AGC and similar works of sediment formation. The model shows sand bar formations in the bays of Adair and San Jorge that agree qualitatively with those observed in the region and with analogous works of sand wave formation.

**Keywords:** Gulf of California, sediment transport, tides, sand waves

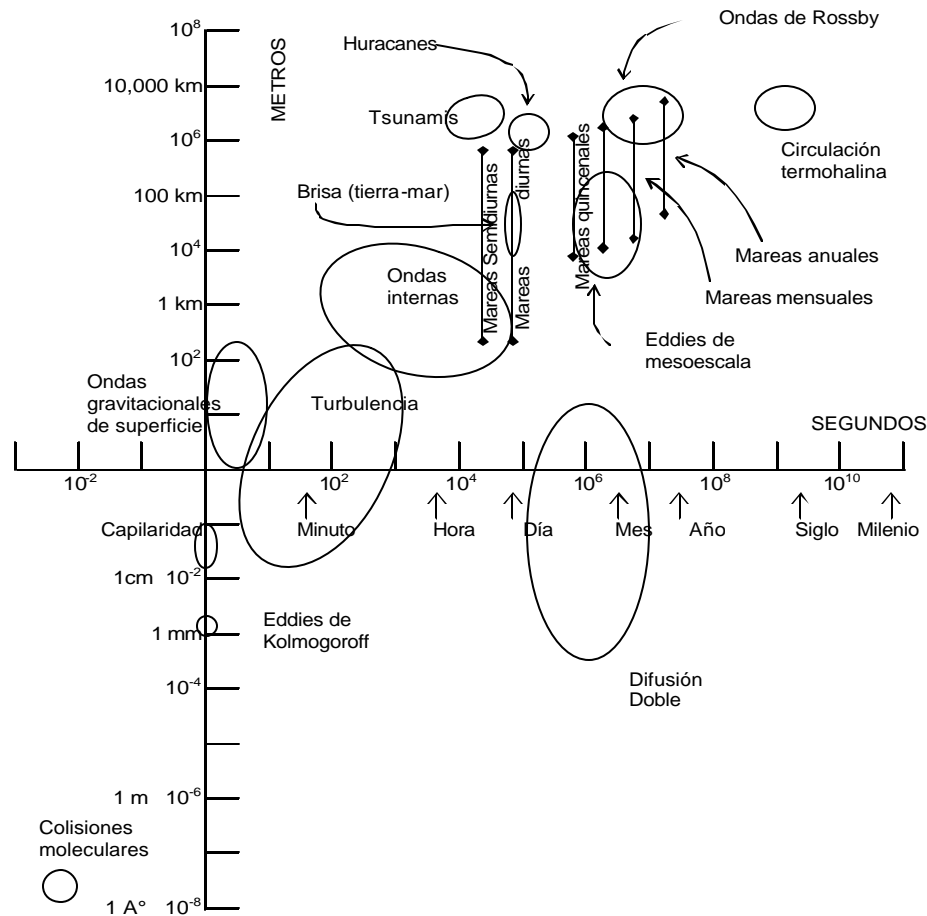
# 1. Introducción

La oceanografía física es un campo relativamente reciente, con poco más de cien años. Algunos de sus descubrimientos más importantes como la corriente del Golfo y la transmisión de energía acústica de baja frecuencia a gran profundidad a través de miles de kilómetros fueron realizados hasta 1940. Aún ahora, nuestro conocimiento de la circulación global y otros fenómenos como el comportamiento de mareas y el transporte de sedimentos es fragmentado y con grandes lagunas. Sin embargo, esta situación está cambiando rápidamente debido al papel tan importante que tienen los océanos para el hombre (i.e. clima, calentamiento global, comunicaciones, pesca). El monitoreo y observación de los océanos han cambiado radicalmente con la introducción de nuevas tecnologías de medición como el uso de satélites, vehículos autónomos submarinos, mareógrafos y corrientímetros de alta precisión. La modelación numérica de los océanos es más joven aun. El primer modelo baroclínico global fue formulado por Kirk Bryan a finales de los sesentas (Bryan, 1969). El avance en la capacidad de cómputo de las últimas décadas ha impulsado especialmente este campo de estudio. En los océanos suceden fenómenos geológicos, físicos, químicos y biológicos que interactúan entre sí dando como resultado un comportamiento altamente complejo. La hidrodinámica se enfoca exclusivamente a la explicación de los fenómenos relacionados con el movimiento del mar. Los espectros espacial y temporal en el que suceden los fenómenos hidrodinámicos tienen rangos muy amplios (ver Figura 1.1). Estas características, aunadas a la gran extensión de los océanos (cubren más del 70% de la superficie terrestre), son la principal causa de que los datos y monitoreos sean tan relativamente pobres. Existen aun muchas regiones del hemisferio sur en las que nunca se han medido las propiedades del océano *in situ*. Por lo tanto la implementación de modelos oceanográficos en combinación con las escasas de ese tipo de mediciones y las mediciones remotas (sondas, tomografías acústicas, mediciones satelitales por radiometría, microondas y altimetría) es la mejor solución para estudiar y comprender los océanos tanto en el escenario actual, como en la evolución que han tenido a través de las etapas geológicas y para propósitos de predicción.

## 1.1. Dinámica de Océanos

La circulación oceánica es una función de la estructura de densidad de las masas de agua que forman las cuencas marinas, los flujos radiativos en la superficie, el forzamiento impuesto por la atmósfera en la superficie del mar (fuerzas hidrostáticas y la fuerza ejercida por el viento) y por las fuerzas astronómicas a través de la generación de mareas (Pond & Pickard, 1989).

Las características físicas del océano global, en términos de su extensión y geometría son determinadas por fuerzas tectónicas que han conformado el fondo marino, que crean y consumen la corteza oceánica. En la zona profunda del mar, la



**Figura 1.1** Rango espacial y escalas temporales de los movimientos en los océanos. Basada en Kantha & Clayson (2000).

batimetría esta definida por cañones, cordilleras, cadenas de islas, montañas y abismos marinos. Estos tienen un papel importante en la hidrodinámica y deben ser considerados en cualquier estudio de circulación. Las cuencas oceánicas se encuentran acotadas por las plataformas continentales, usualmente menores a 200 m de profundidad y de extensión variable (desde algunos kilómetros hasta cientos de kilómetros). Estas plataformas están asociadas con procesos geológicos de sedimentación. Debido a las bajas profundidades de las plataformas, la circulación está fuertemente dominada por los vientos y las mareas astronómicas; en la circulación de cuencas profundas son también vientos pero ahora junto a los gradientes de densidad los que tienen un papel preponderante. Estas diferencias entre regiones de aguas poco profundas y las cuencas marinas se traducen en características hidrodinámicas distintas. Es usual que estas regiones sean estudiadas y modeladas por separado, incluso utilizando modelos oceánicos diferentes. La transición de las plataformas al océano abisal es, por lo general, muy abrupta y por lo tanto las pendientes tienen grandes magnitudes. Esta es la

principal dificultad de la modelación numérica en la actualidad (Kantha & Clayson, 2000) y al mismo tiempo una de las áreas de estudio con mayor atención debido al interés en la extracción de hidrocarburos.

Las aguas costeras se extienden desde la línea de costa (incluyendo estuarios) hasta el borde de la superficie abisal de la cuenca oceánica adyacente, incluyendo la plataforma continental y la pendiente, y por lo tanto son afectados por una gran variedad de procesos. La principal característica de estas regiones es su baja profundidad que causa fuertes respuestas a los forzamientos externos. La atmósfera y la frontera con el mar profundo son los principales agentes de forzamiento externo. Los vientos (y en menor grado los gradientes de presión) producen fuertes cambios en la circulación, mientras que las mareas, las corrientes y las estructuras de *eddys* en el océano profundo adyacente modifican la circulación a través de la pendiente. La contribución de agua dulce depositada en la costa por ríos y estuarios crea frentes de salinidad que afectan también la circulación. Cambios drásticos en la temperatura del agua causados por la marcada diferencia estacional entre invierno y verano pueden también causar frentes termales en esta región. El depósito de sedimentos introducidos por los ríos y el transporte de sedimento como carga de fondo o en suspensión son procesos de gran importancia. Adicionalmente, la plataforma actúa como una guía para los flujos sub-inerciales generados fuera de ella. La circulación resultante de todos estos procesos es un grupo de flujos comprendidos en un amplio rango espacio-temporal de variabilidad.

La circulación en la plataforma continental esta afectada por la rotación terrestre, la estratificación de densidad, la batimetría, el océano adyacente, las descargas de ríos y la presencia de la línea de costa. El parámetro más importante es la anchura de la plataforma (Webb, 1995) -una característica geométrica-. Los flujos de marea tienden a incrementarse en lo ancho de la plataforma y la respuesta al forzamiento atmosférico es mayor.

Para conocer cuál o cuales de los procesos hidrodinámicos son los dominantes en un mar costero es necesario conocer muchos factores, incluyendo la geometría, posición geográfica y la cuenca oceánica adyacente. Cada uno posee características únicas y la circulación resultante es consecuencia de estas peculiaridades. Aunque los aspectos generales de la circulación puedan ser descritos con relativa facilidad, solamente el esfuerzo de oceanógrafos locales a lo largo de años de estudio puede dar respuesta a la dinámica propia de la región de forma detallada.

Desde el punto de vista de la modelación, los mares costeros presentan retos particulares. La línea de costa es usualmente compleja y las variaciones en profundidad complican el trabajo de discretización horizontal. Las mallas no estructuradas (no ortogonales) pueden ser una solución a futuro, aunque aún no ha sido estudiada la fidelidad con que pueden representar procesos complejos como frentes y propagación de ondas. En los casos en los que es necesario incluir la pendiente continental y sus procesos asociados, la discretización vertical también se dificulta. La discretización empleada en modelos de nivel z requiere un gran

número de capas para realizar simulaciones realistas, mientras que la naturaleza de la columna de agua hace que los modelos con coordenadas de isopícnas sean deficientes. La única opción restante es la de coordenadas conformales a la topografía y aun en este caso pueden existir errores generados en el cálculo de los gradientes de presión causados por la presencia de una topografía abrupta y la fuerte estratificación inherente a la pendiente.

Como se ha mencionado anteriormente, la oceanografía costera y la de océanos profundos han evolucionado por separado debido a dos motivos principales: los forzamientos externos tienen pesos relativos diferentes entre aguas profundas y someras, y la modelación conjunta de ambas regiones es complicada. La decisión de donde termina una y donde comienza la otra es guiada por el conocimiento específico de la región de estudio y la experiencia. Sin embargo esta separación implica *a priori* que la circulación en las plataformas continentales puede ser comprendida de manera aislada y que la interacción con el océano profundo puede ser adecuadamente representada por los modelos de océanos continentales. Todas las teorías de océanos con plataforma continental actuales implícitamente asumen esto (Csanady, 1997). Consecuentemente el talón de Aquiles de los modelos costeros -ya sean analíticos o numéricos- es la frontera abierta que separa a la placa del océano profundo.

Para comprender mejor los principales procesos que ocurren en la circulación costera se han propuesto modelos de estudio que analizan cada uno de los fenómenos por separado, estos se pueden catalogar por modelos de surgencia costera, modelos de corrientes baroclínicas, modelos de corrientes barotrópicas, modelos de ondas atrapadas y modelos de mareas.

Por su importancia económica y ecológica, la surgencia es el fenómeno más estudiado e investigado en la oceanografía costera. Es un proceso inducido por el viento, asociado con una alta productividad biológica y climas fríos y brumosos. El incremento en productividad es causado por los nutrientes traídos a la superficie por la surgencia, el cambio en clima es inducido por la disminución de la temperatura oceánica. Es un flujo geofísico tridimensional en el que influyen las fuerzas hidrostáticas, la rotación y la estratificación. Las características propias de la estructura oceánica, excitada por un viento favorable a la surgencia, son isotermas con inclinación hacia la costa, una fuerte corriente de chorro costera y una posible corriente interna a lo largo de la costa (Huyer, 1990). La evolución de este proceso incluye transporte barotrópico y el forzamiento de la circulación por gradientes de presión. En escalas de tiempo que van de meses a años pueden convertirse en ciclos de surgencia y subducción (Winant et al., 1987). Los modelos utilizados para estudiar el fenómeno de surgencia son en esencia de tres dimensiones.

Las variaciones en densidad aparecen en las aguas costeras por diferentes causas, descargas de ríos, calentamiento diferencial, evaporación y precipitación o simplemente por la advección de un cuerpo de agua más ligero o pesado. Los gradientes de densidad horizontales generados por estos procesos contienen



implícitamente gradientes de presión y actúan como los controladores de la circulación termohalina. Una dificultad agregada es que los movimientos causados por el viento también pueden estar acompañados de gradientes de densidad horizontal debido al ajuste geostrófico del campo de presión, como sucede en los casos de surgencia costera, y no es fácil discernir entre los flujos causados por el viento y los causados por la circulación termohalina (Csanady, 1997). Sin importar su origen, una vez que los flujos controlados por la densidad alcanzan cierta magnitud (cuando las isopícnas están suficientemente inclinadas) pueden influenciar la circulación por medio de corrientes baroclínicas. Para determinar con precisión la estructura oceánica en estos casos, es necesario utilizar modelos tridimensionales.

El fenómeno de ondas atrapadas consiste en la propagación espontánea a lo largo de la costa de los cambios en la elevación del mar y los patrones de flujo asociados a este comportamiento. En contraste con los modelos de surgencia, las variaciones a lo largo de la costa son esenciales en todos los modelos de ondas atrapadas, así como las variaciones transversales a la costa en algunos casos. El modelo más simple de este caso es la onda de Kelvin barotrópica en un mar de profundidad constante, conocido como el problema de Taylor (1920). Las ondas atrapadas están presentes en la mayoría de las regiones costeras aunque en ningún lugar se presentan como un fenómeno dominante. Son generadas principalmente por vientos transitorios paralelos a la costa, aunque existen muchas dudas acerca de los mecanismos que las producen. Los primeros estudios en esta área pertenecen a Hamon (1962) y Mortimer (1963) que demostraron como las propiedades de las zonas costeras se propagan bajo diferentes patrones de movimiento ondulatorio.

Los modelos de mareas compiten en importancia con los modelos de surgencia. Las fluctuaciones en el nivel del mar y las corrientes de marea son una parte importante de la circulación en las plataformas continentales. Debido a que se trata de mares someros, las mareas tienden a amplificarse en las plataformas. Las bajas profundidades también implican que las mareas no lineales son importantes (Speer & Aubrey, 1985). Cuando las corrientes de marea son fuertes (usualmente un orden de magnitud mayores a las corrientes de circulación media) producen corrientes residuales del mismo orden de magnitud de las corrientes de fondo con efectos importantes en el transporte de contaminantes y sedimentos; en general las corrientes de marea son importantes para el mezclado en océanos someros (Blondeaux & Vittori, 2005). En consecuencia se pueden observar estructuras de densidad de una sola capa. Esto tiene implicaciones importantes para la productividad biológica y la ecología de los ecosistemas inmersos en el medio (Overland et al., 1999). Si un océano costero está gobernado por corrientes de marea, su estudio puede describirse por modelos de dos dimensiones horizontales, integradas verticalmente, es decir, que la columna de agua sigue un comportamiento advectivo, no baroclínico, o por modelos de tres dimensiones

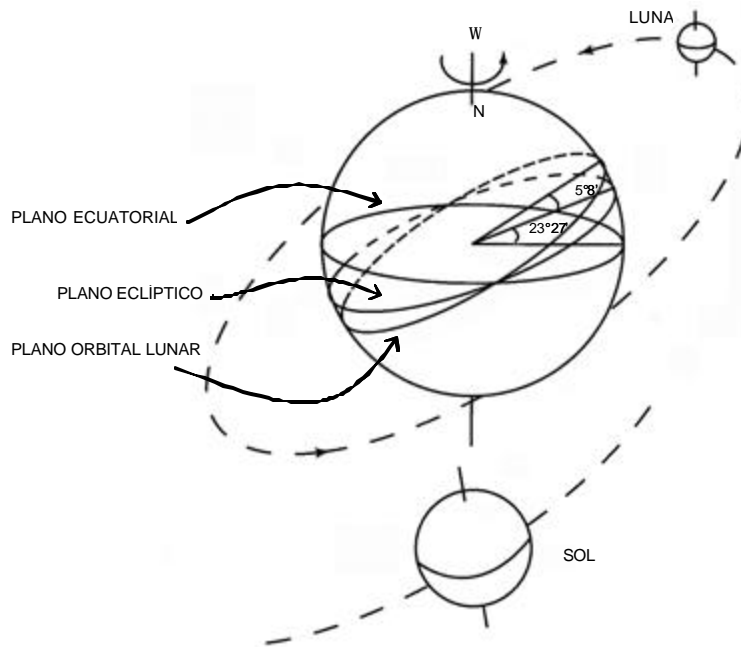
para comprender el mezclado causado por la turbulencia en las diferentes capas verticales.

## 1.2. Mareas

Existen muchos tipos de ondas en el océano, las mareas son uno de ellos. La compresibilidad del agua permite la existencia de ondas de sonido. La conductividad eléctrica del agua de mar en presencia del campo magnético de la tierra da la posibilidad de ondas de Alfvén y divide la onda básica de sonido en una onda rápida y otra lenta (Cabannes, 1970). Las ondas gravitacionales aparecen a través de la acción restauradora de la gravedad sobre las partículas de agua desplazadas de los niveles de equilibrio, tales como la superficie libre o una superficie geopotencial interna en un fluido estratificado. Además, en una superficie de contacto entre dos fluidos distintos, la tensión superficial actúa como una fuerza restauradora y genera ondas cortas capilares de alta frecuencia. La rotación introduce la fuerza de Coriolis, actuando en ángulo recto con respecto al vector velocidad, lo que produce ondas giroscópicas o inerciales. Por último, las variaciones en el equilibrio de la vorticidad potencial debido a cambios en profundidad o latitud producen las ondas de Rossby o planetarias, que son ondas muy lentas y con oscilaciones de gran escala. Estos cinco tipos básicos de ondas oceánicas (sonido, capilares, gravitacionales, inerciales y planetarias) ocurren usualmente juntas, con las cinco fuerzas restauradoras básicas actuando simultáneamente para producir modos de oscilación más complejos. Dentro del grupo de ondas gravitacionales podemos mencionar las ondas generadas por el viento (o por algún evento meteorológico en general), los tsunamis y las mareas entre otros. Las mareas son el resultado de la atracción gravitacional entre la tierra y la luna, el cuerpo celeste más cercano; y la tierra y el sol, el cuerpo con mayor masa del sistema planetario. Primero se dará una explicación descriptiva del fenómeno de mareas, seguida de un desarrollo matemático del mismo.

Para comprender las mareas es necesario entender las características orbitales. La tierra rota alrededor de su eje una vez cada 23 h 56 m 4 s (día sideral); la tierra y la luna rotan alrededor de un centro común cada 27 d 7 h 43 m 14.9 s (mes sideral), la dirección de la rotación es la misma que la rotación de la tierra (hacia la izquierda para un punto en el polo norte). Este centro está localizado a 4671 km del centro de masa de la tierra y a 379,730 km del centro de masa de la luna, la distancia entre los dos centros es de 384,405 km en promedio. Debido a esta excentricidad, el perigeo de la órbita lunar es 10% más cercano que el apogeo (ver Figura 1.2). Adicionalmente, el plano orbital de la luna está inclinado a un ángulo entre  $18.5^\circ$  y  $28.5^\circ$  de acuerdo al plano ecuatorial de la tierra, esta declinación es modulada en un periodo de 18.613 años. La tierra completa un ciclo alrededor del sol cada 365 d 5 h 49 m 12 s (año tropical) en el plano eclíptico (el plano de la órbita terrestre alrededor del sol) inclinado a  $23^\circ 27'$  con respecto al plano ecuatorial. Dado que el eje de rotación de la tierra no varía mucho año con año, la declinación

aparente del sol varía entre  $23^{\circ}5'$  y  $-23^{\circ}5'$  a lo largo del año. Este gradiente es responsable de las estaciones climáticas en la tierra. El calendario gregoriano está fijado de acuerdo al equinoccio de verano, (el momento en el que el sol cruza el plano del ecuador), en lugar del perigeo (perihelio) de la orbita terrestre alrededor del sol. La órbita lunar está inclinada  $5^{\circ}08'$  al plano eclíptico, y éste ángulo (punto lunar nodal) varía con un periodo de 18.613 años. Todas estas variaciones orbitales tienen un efecto en las mareas resultantes. Cada una de estas variaciones contribuye con una componente y a su vez éstas contribuyen con nuevas componentes cuando son combinadas.



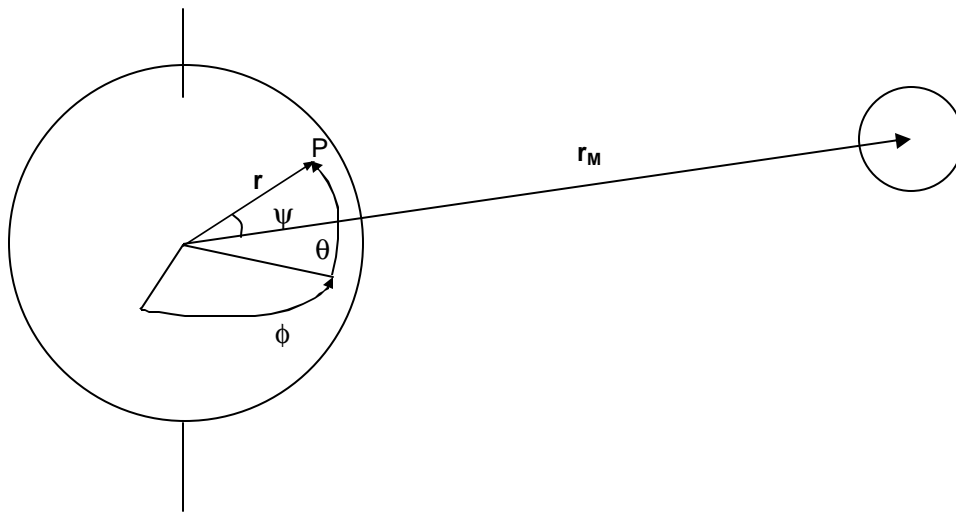
**Figura 1.2** Características orbitales del sistema tierra-luna-sol. Tomada de Kantha & Clayson, (2000).

Hay 46 componentes de marea consideradas importantes (Dietrich *et al.*, 1980), sin embargo son siete las que contribuyen en más del 85% a las mareas resultantes y son las comúnmente utilizadas. En orden de importancia por su efecto sobre el nivel del mar son:  $M_2$ , la marea principal lunar semidiurna;  $S_2$ , la marea principal solar semidiurna;  $K_1$ , la marea principal de declinación;  $O_1$ , la marea principal lunar diurna;  $N_2$ , la marea elíptica larga de primer orden para  $M_2$ ;  $K_2$ , la marea de declinación semidiurna para  $M_2$ ; y  $P_1$ , la marea principal solar diurna. La componente  $M_2$  es dos veces mayor que la componente  $S_2$  y es, por lo tanto, la componente dominante de las mareas. En algunos casos puede por sí sola describir su comportamiento de forma adecuada.

Cuando las fuerzas atractivas de la luna y el sol se refuerzan mutuamente, por ejemplo cuando la luna y el sol están en el mismo lado o en lados opuestos con

respecto a la tierra (luna llena y luna nueva), las mareas son mayores y se llaman mareas altas o mareas vivas. Las mareas vivas son las mayores, y las mareas muertas o bajas son las menores. Las mareas muertas suceden cuando las fuerzas actúan en cuadratura ( $90^\circ$ ).

La siguiente explicación del potencial gravitacional se basa en Lambeck (1988), Cartwright (1993) y Desai (1996). Para efectos gravitacionales los cuerpos celestes se pueden considerar como puntos de masa y es conveniente considerar un sistema de coordenadas geocéntrico. En este sistema de coordenadas el potencial gravitacional por unidad de masa en cualquier punto  $P$  a una distancia  $r$  debido a una unidad de masa en otro punto de coordenadas  $r_M$  (ver Figura 1.3) es:



**Figura 1.3** Ángulos y distancias involucrados en la derivación del potencial gravitacional. Tomada de Desai, (1996).

$$F = \frac{GM_m}{|r - r_M|} \quad (1.2.1)$$

si  $\psi$  es el ángulo entre los vectores  $r$  y  $r_M$ , entonces,

$$\begin{aligned} |r - r_M| &= R[1 + \hat{a}^2 - 2\hat{a} \cos \psi]^{1/2} \\ |r| &= r, \quad |r_M| = R; \quad \hat{a} = r/R \end{aligned} \quad (1.2.2)$$

expandiendo en series de Taylor en términos de  $\hat{a} (< 1)$ ,

$$\frac{1}{|r-r_M|} = \frac{1}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \hat{a} P_n(\cos \mathbf{y}) \quad (1.2.3)$$

donde  $P_n$  son funciones convencionales de Legendre (polinomios) de grado  $n$  dados por

$$\begin{aligned} nP_n(x) &= (2n-1)xP_{n-1}(x) - (n-1)P_{n-2}(x) \quad n = 2, 3, \dots \\ P_0(x) &= 1, P_1(x) = x, P_2(x) = (3x^2 - 1)/2, P_3(x) = (5x^3 - 3x)/2 \end{aligned} \quad (1.2.4)$$

De tal manera que el potencial de marea en la superficie terrestre es una sumatoria,

$$\begin{aligned} F &= \frac{GM_M}{R} \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{R_E}{R} \right)^n P_n(\cos \mathbf{y}) \\ &= g \sum_{n=0}^{\infty} K_n P_n(\cos \mathbf{y}) \end{aligned} \quad (1.2.5)$$

donde

$$g = \frac{GM_E}{R_E^2}, \quad K_n = R_E \frac{M_M}{M_E} \left( \frac{R_E}{R} \right)^{n+1} \quad (1.2.6)$$

entonces

$$K_n g = \frac{GM_M}{R} \left( \frac{R_E}{R} \right)^n$$

Aquí  $R_E$  es el radio ecuatorial de la tierra,  $g$  es la aceleración gravitacional ecuatorial, y  $M_E$  es la masa de la tierra. Un tratamiento análogo se realiza para el potencial de marea solar, con las modificaciones correspondientes. Los valores promedio de  $K_2$  y  $K_3$  (de acuerdo al valor promedio de  $R$ ) son 0.358376 m y 0.005946 m para la luna y 0.164570 m y 0.000700 para el sol, respectivamente.  $K_3$  es pequeño pero considerable para la luna, pero despreciable para el sol.  $K_0$  y  $K_1$  son irrelevantes para las mareas. Para el término  $n=0$ , el gradiente del potencial es cero; el término  $n=1$  es constante en toda la circunferencia terrestre y su gradiente con respecto a  $(R_E \cos \mathbf{y})$ ,  $GM_M/R^2$  es el responsable del movimiento orbital de la luna alrededor de la tierra (y de la tierra alrededor del sol), pero no contribuye a las perturbaciones rotacionales o las deformaciones de la tierra (Desai, 1996). Los términos restantes ( $n=2, 3, \dots$ ) suman cero en el caso de una esfera simétrica perfecta (consideración válida si consideramos las grandes distancias  $R_S$  y  $R_M$ ), pero son las responsables de las deformaciones de la tierra y de los torques lunares

y solares que actúan en ella. Por ejemplo, el término más dominante en la generación de mareas es  $n = 2$ :

$$F = (GM_M/R)(R_E/R)^2 P_2(\cos Y) = gK_2(3\cos^2 y - 1)/2 \quad (1.2.7)$$

El gradiente de estos términos es la fuerza de marea:

$$F = \nabla F = \frac{GM_M}{R} \nabla \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{R_E}{R} \right)^n P_n(\cos y) \right] \quad (1.2.8)$$

El ángulo  $y$  puede expresarse en términos de la longitud de Greenwich  $f$  y la latitud  $q$  del punto  $P$  de la tierra que esté en consideración y los valores del centro de masa de  $f_M$  y  $q_M$  de la luna (o el sol):

$$\cos Y = \sin q \sin q_M + \cos q \cos q_M \cos(f - f_M) \quad (1.2.9)$$

$q_M$  es la declinación lunar (o solar), y  $(f - f_M)$  es ángulo del punto por la hora del día. Los polinomios de Legendre en  $y$  se pueden descomponer en  $f$  y  $q$ ,

$$F(r, f, q) = \frac{GM_M}{R} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left( \frac{R_E}{R} \right)^n (2 - d_{0m}) \frac{(n-m)!}{(n+m)!} P_{nm}(\sin q) P_{nm}(\sin q_M) \cos m(f - f_M) \quad (1.2.10)$$

donde  $P_{nm}$  son los polinomios asociados de Legendre de grado  $n$  y orden  $m$  dada la relación de recursión (con  $P_{00}(x) = 1$ )

$$\begin{aligned} P_{n,n}(x) &= (2n-1)(1-x^2)^{1/2} P_{n-1,n-1}(x) \\ P_{n+1,n}(x) &= (2n+1)xP_{n,n}(x) \\ P_{n,m}(x) &= [(2n-1)xP_{n-1,m}(x) - (n+m-1)P_{n-2,m}(x)]/(n-m) \end{aligned} \quad (1.2.11)$$

Además de los factores gravitacionales, existen otros factores terrestres que determinan la forma y características de las mareas: la topografía y estructura de las cuencas oceánicas, la fuerza de Coriolis y la fricción de la tierra. Más aún, debido a la inercia, las masas de agua no responden de forma instantánea a las fuerzas generadoras de mareas, las ondas de marea se mueven con una velocidad finita que depende fuertemente de la profundidad del océano.

Considerando los factores antes expuestos, es difícil determinar con exactitud la amplitud de las mareas, por lo que es común hacer uso de registros de mareas para predecir su comportamiento. Los registros de elevación del mar proveen toda la

información necesaria para conocer la amplitud y fase de cada una de las componentes de marea, para esto se hace uso de teoría de ondas y de herramientas matemáticas tales como el análisis de Fourier. Las mediciones de elevación del mar pueden realizarse *in situ* mediante el uso de mareógrafos y utilizando mediciones satelitales (TOPEX/Poseidon y Jasón) con una precisión de hasta 5 cm.

La atracción periódica de las masas de agua causadas por la atracción gravitacional genera un número finito de componentes armónicos en los registros de marea; cada uno de los componentes corresponde a un factor astronómico particular. Cada componente armónico de un registro de mareas tiene la forma,

$$\mathbf{h}_i = a_i \cos(\mathbf{w}_i t - k_i x + \mathbf{e}_i) \quad (1.2.12)$$

donde

- $a_i$  es la amplitud ( $m$ )
- $\mathbf{h}_i$  es la elevación sobre el nivel medio del mar a un tiempo  $t$  y una distancia  $x$  con respecto a un origen arbitrario ( $m$ )
- $\mathbf{w}_i = \frac{2\mathbf{p}}{T_i}$  es la frecuencia de marea ( $1/s$ )
- $T_i$  es el periodo ( $s$ )
- $k_i = \frac{2\mathbf{p}}{L_i}$  es el número de onda ( $1/m$ )
- $L_i$  es la longitud de onda ( $m$ )
- $\mathbf{e}_i$  es la diferencia de fase (adimensional)

La diferencia de fase se define arbitrariamente fijando  $\mathbf{e} = 0$  para una de las componentes. El  $\mathbf{e}_i$  para las componentes restantes representa la diferencia de fase con respecto a aquella. Un registro de mareas compuesto de  $n$  componentes armónicos no es usualmente armónico; en cambio puede ser periódico con un periodo  $T$  definido como,

$$T = \ell_1 T_1 = \ell_2 T_2 \dots = \ell_n T_n \quad (1.2.13)$$

Donde  $\ell_1, \ell_2, \dots, \ell_n$  son los enteros más pequeños que satisfacen la ecuación (1.2.13). En la ecuación (1.2.12)  $\mathbf{w}_i$  y  $T_i$  son parámetros constantes y conocidos para cada factor astronómico. En contraste, la amplitud  $a_i$  solo se puede obtener del análisis del registro de mareas.

Un registro de periodo  $T$  se puede representar, como la suma de sus componentes sinusoidales

$$\mathbf{h} = \mathbf{h}(t) = \frac{1}{2} A_0 + \sum_{n=1}^N (A_n \cos n\mathbf{w}_0 t + B_n \sin n\mathbf{w}_0 t) \quad (1.2.14)$$

donde  $w_0$  es una frecuencia básica  
 $n$  es un entero  
 $N$  es el número de componentes armónicos

Los coeficientes  $A_0$ ,  $A_n$  y  $B_n$  están dados por,

$$\begin{aligned}
 A_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \mathbf{h}(t) \cos(\mathbf{h}w_0 t) dt \\
 B_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \mathbf{h}(t) \sin(\mathbf{h}w_0 t) dt \\
 A_0 &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \mathbf{h}(t) dt
 \end{aligned}
 \tag{1.2.15}$$

La ecuación (1.2.14) se puede escribir de la forma

$$\mathbf{h}(t) = a_0 + \sum_{n=1}^N (a_n + \sin(nw_0 t + \mathbf{e}_n))
 \tag{1.2.16}$$

los coeficientes  $a_0$ ,  $a_n$  y  $\mathbf{e}_n$  se relacionan con  $A_0$ ,  $A_n$  y  $B_n$  por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 a_n &= \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \\
 \mathbf{e}_n &= \tan^{-1} \frac{A_n}{B_n} \\
 a_0 &= \frac{1}{2} A_0
 \end{aligned}
 \tag{1.2.17}$$

Conociendo  $a_n$  y  $\mathbf{e}_n$  para cada constituyente, el registro de mareas se puede extrapolar para cualquier tiempo futuro. Entre mayor sea el número de constituyentes, la predicción será más exacta.

### 1.3. Ondas de Kelvin y de Poincaré

Lord Kelvin descubrió una onda gravitacional de un tipo especial (Kelvin, 1879). La onda de Kelvin es la solución a un problema de propagación de ondas en la presencia de una frontera lateral vertical. La onda de Kelvin es un modo especial de una familia de ondas conocida como ondas de Poincaré (ó modos de Poincaré). Estas ondas tienen especial interés en las regiones costeras donde la línea de costa



funge como condición de frontera natural. Tomemos las ecuaciones linearizadas de movimiento para zonas someras,

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t} - fv &= -\frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + fu &= -\frac{\partial P}{\partial y}, \quad \text{con } P = p/\rho \\ 0 &= -g - \frac{\partial P}{\partial z}\end{aligned}\tag{1.3.1}$$

donde,  $f$  es el término de la fuerza de Coriolis. De la ecuación hidrostática se sigue que

$$P = g(\mathbf{h} - z) + P_a(x, y, t)\tag{1.3.2}$$

donde  $\mathbf{h}$  es la elevación y  $P_a$  es la presión atmosférica en la superficie del mar. Sustituyendo (1.3.2) en (1.3.1) se observa que el lado derecho de las ecuaciones son independientes de  $z$ , así que es consistente buscar soluciones para  $u$  y  $v$  que también sean independientes de  $z$ . Esto nos permite integrar la ecuación de conservación para obtener,

$$\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t} + H_0 \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0\tag{1.3.3}$$

donde  $H_0$  es una distancia constante entre el fondo marino y la altura media del mar. La eliminación de la presión de las ecuaciones horizontales de momento nos lleva a la ecuación de vorticidad,

$$\begin{aligned}\mathbf{z} &= \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial \mathbf{z}}{\partial t} &= -f \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \frac{f}{H_0} \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t}\end{aligned}\tag{1.3.4}$$

o,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \mathbf{z} - \frac{f}{H_0} \mathbf{h} \right] = 0\tag{1.3.5}$$

que describe la conservación del potencial de vorticidad para un modelo lineal de baja profundidad cuando  $f$  es constante. El potencial de vorticidad se define como

$$q = \mathbf{z} - \frac{f}{H_0} \mathbf{h} \quad (1.3.6)$$

Nos interesa obtener una ecuación que describa el comportamiento de las ondas marinas, así que tomamos la divergencia de las ecuaciones de movimiento horizontal

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right] - f\mathbf{z} = -g\nabla^2 \mathbf{h} - \nabla^2 P_a \quad (1.3.7)$$

con la ecuación de continuidad,

$$\frac{1}{H_0} \frac{\partial^2 \mathbf{h}}{\partial t^2} - f\mathbf{z} = -g\nabla^2 \mathbf{h} - \nabla^2 P_a \quad (1.3.8)$$

La vorticidad se puede eliminar de esta ecuación con la ayuda de la ecuación (1.3.6),

$$\nabla^2 \mathbf{h} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \mathbf{h}}{\partial t^2} - \frac{f^2}{c_0^2} \mathbf{h} = \nabla^2 \frac{P_a}{g} - \frac{f}{g} q, \quad c_0 = \sqrt{gH_0} \quad (1.3.9)$$

Si consideramos una presión atmosférica homogénea y tenemos en cuenta que para los movimientos periódicos la derivada del tiempo se puede reemplazar por la multiplicación de su frecuencia, y por lo tanto  $q$  debe desaparecer, obtenemos la ecuación de movimiento para una onda,

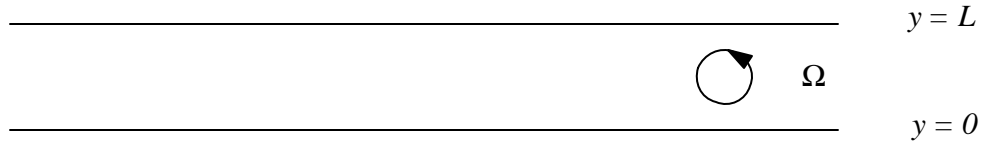
$$\nabla^2 \mathbf{h} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \mathbf{h}}{\partial t^2} - \frac{f^2}{c_0^2} \mathbf{h} = 0, \quad c_0 = \sqrt{gH_0} \quad (1.3.10)$$

Si consideramos que la onda se mueve en un canal (ver Figura 1.4), podemos decir que en las fronteras del mismo (orientadas en el eje  $x$ ), la componente  $y$  de la velocidad desaparece. Ya que

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + f^2 v = -g \frac{\partial^2 \mathbf{h}}{\partial t \partial y} + gf \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial x} \quad (1.3.11)$$

la condición de frontera se vuelve

$$\frac{\partial^2 \mathbf{h}}{\partial t \partial y} - f \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial x} = 0, \quad y = 0, L \quad (1.3.12)$$



**Figura 1.4** Canal de anchura  $L$ , vista en el plano  $(x, y)$ , en el que ocurren modos gravitacionales.

Las soluciones de onda, las cuales son periódicas en  $x$  y  $t$  se pueden describir con la forma

$$\mathbf{h} = \text{Re } \mathbf{h}(y) \exp[i(kx - \mathbf{w} \cdot t)] \quad (1.3.13)$$

donde  $\mathbf{h}(y)$  es la amplitud de la onda (compleja), la cual varía con la coordenada  $y$ . Substituyendo (1.3.13) en (1.3.12) se obtienen los eigenvalores de  $\mathbf{h}$ . Después de algunas manipulaciones algebraicas se obtiene la siguiente relación de eigenvalores:

$$(\mathbf{w}^2 - f^2)(\mathbf{w}^2 - C_0^2 k^2) \sin \mathbf{a}L = 0 \quad (1.3.14)$$

con

$$\mathbf{a}^2 = \frac{\mathbf{w}^2 - f^2}{c_0^2} - k^2 \quad (1.3.15)$$

Existen tres posibilidades aparentes:  $\sin \mathbf{a}L = 0$ ; ó  $(\mathbf{w}^2 = f^2)$ ; ó finalmente  $\mathbf{w}^2 = C_0^2 k^2$ . Considerando las tres posibilidades:

(i) La ecuación

$$\sin \mathbf{a}L = 0 \quad (1.3.16)$$

se puede satisfacer si  $\mathbf{a}$  satisface

$$\mathbf{a} = \frac{n\mathbf{p}}{L}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (1.3.17)$$

se observa un número infinito de soluciones; aunque el caso  $\mathbf{a} = n = 0$  no es una solución posible. La relación de eigenvalor (1.3.17) implica que

$$\mathbf{a}^2 = \frac{\mathbf{w}^2 - f^2}{c_0^2} - k^2 = \frac{n^2 \mathbf{p}^2}{L^2} \quad (1.3.18)$$

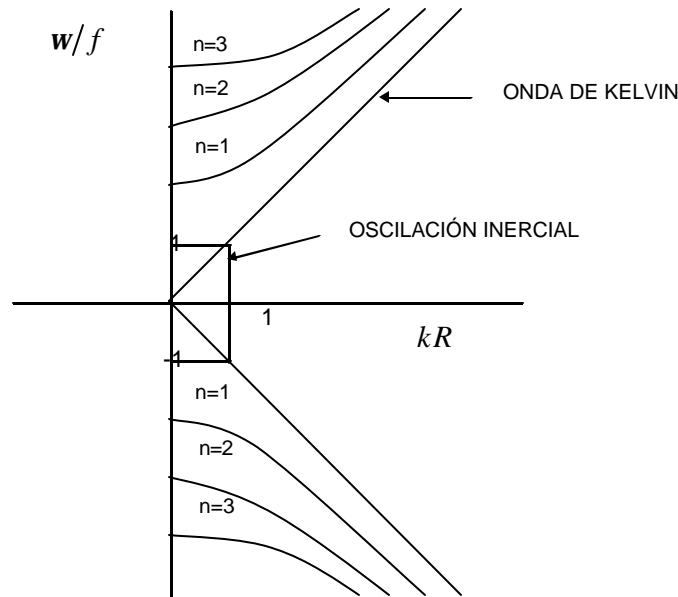
ó

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}_n = \pm \left[ f^2 + c_0^2 \left( \frac{k^2 L^2 + n^2 \mathbf{p}^2}{L^2} \right) \right]^{1/2}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (1.3.19)$$

el término entre paréntesis corresponde al cuadrado del vector número de onda  $\bar{K}$  expresado en términos de  $\mathbf{p}/L$ . Estos modos son llamados ondas de Poincaré y son dinámicamente similares a las oscilaciones generadas por una onda plana. Las soluciones de (1.3.19) para  $\mathbf{w}$  de igual magnitud pero signo distinto implican que las ondas de Poincaré propagan su fase de igual forma en direcciones opuestas del eje  $x$ .

(ii) La segunda solución a (1.3.14) sucede cuando

$$\mathbf{w} = \pm C_0 k \quad (1.3.20)$$



**Figura 1.5** Diagrama de dispersión para las ondas de Poincaré y Kelvin.

Se puede observar que esta solución es una alternativa a las ondas de Poincaré. Es posible interpretarla como el modo  $n=0$  que no fue considerado en el caso anterior. Es la onda de Kelvin y posee una estructura dinámica interesante.

(iii) La tercera solución de (1.3.14) es una oscilación cuya frecuencia es el parámetro de Coriolis, también llamada frecuencia inercial, una oscilación con  $w = \pm f$ . La onda resultante es conocida como onda inercial.

La onda inercial surge a consecuencia de describir los movimientos en un sistema de referencia acelerado, de tal manera que el espectro de soluciones contiene la onda de Kelvin, los diversos modos de Poincaré y el modo en que  $w = 0$ , que es un flujo geostrofico. La figura 1.5 muestra el diagrama de dispersión

#### 1.4. Transporte de Sedimento

La mayoría de los sedimentos marinos provienen de la fragmentación de rocas y suelo por la acción del viento, el agua y el hielo bajo la influencia de la temperatura, presión y reacciones químicas. Se pueden distinguir tres tipos de sedimento:

- Litógeno; sedimentos (minerales de cuarzo y arcilla) introducidos al mar como partículas discretas
- Hidrógeno; sedimentos que se forman por precipitación de partículas suspendidas (sales, nódulos de manganeso)
- Biógenos; sedimentos formados por organismos (corales y conchas marinas)

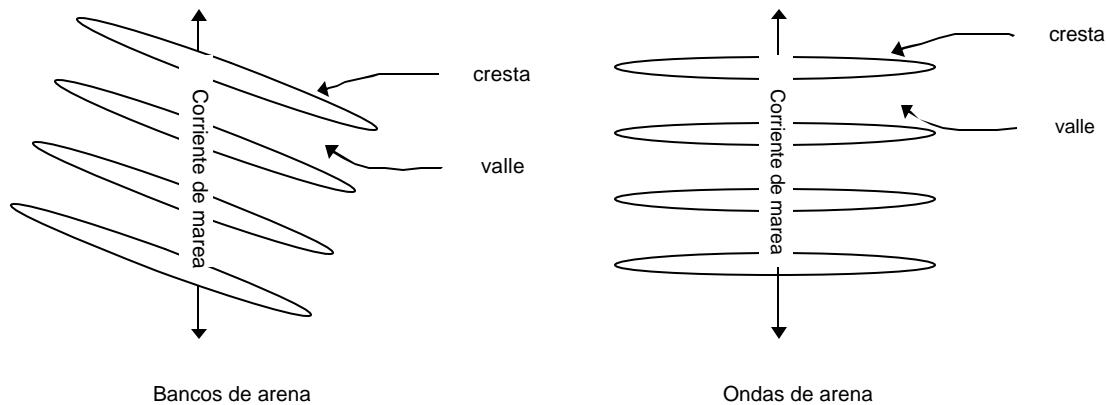
Una de las principales características del sedimento es su tamaño, medido en diámetro de partícula. El sedimento se clasifica de acuerdo a su tamaño en cuatro grupos: grava para diámetros ( $d$ ) mayores a 1mm; arena media para  $d \approx 0.5$  mm; arena fina para  $d \approx 0.25$ ; y arcillas y limos para  $d < 0.25$ . Existe una clasificación más fina diseñada conocida como el sistema de clasificación de Udden-Wentworth que es el sistema más típicamente utilizado, se presenta en la Tabla 1.1. Los sedimentos no son un material inerte, son catalizadores importantes y agentes en el almacenamiento de contaminantes. Dadas sus propiedades físicas puede asociarse con especies químicas y favorecer su transporte o sedimentación (Julien, 1994). De acuerdo a Van Rijn (1993), el transporte como carga de fondo se define como el movimiento de partículas por rodamiento, deslizamiento y saltos. Einstein (1950), define este proceso como el transporte de partículas de sedimento en una capa de fondo de 2 veces el diámetro de las partículas de sedimento. Esta capa de fondo es considerada como una capa en la que el mezclado debido a la turbulencia es tan pequeño, que no puede influenciar a las partículas. Existen muchas fórmulas para predecir el transporte de sedimentos como carga de fondo. DuBoys (1879) fue el primero en proponer un modelo. La primer fórmula empírica la formularon Meyer-Peter & Müller (1948). Kalinske (1947) y Einstein (1950) utilizaron métodos estadísticos para determinar el transporte. Bagnold (1966) relacionó el trabajo hecho por el fluido con el transporte de sedimentos. Los métodos más utilizados

<b>Nombre del sedimento</b>	<b>Tamaño de grano (mm)</b>	<b>Tamaño de grano (f)</b>
Canto rodado	> 256	< -8
Guijarro grande	64 a 256	-6 a -8
Guijarro	4 a 64	-2 a -6
Gránulo	2 a 4	-1 a -2
Arena muy gruesa	1 a 2	0 a -1
Arena gruesa	0.5 a 1	1 a 0
Arena media	0.25 a 0.5	2 a 1
Arena fina	0.125 a 0.25	3 a 2
Arena muy fina	0.0625 a 0.125	4 a 3
Limo	0.0039 a 0.0625	8 a 4
Arcilla	<0.0039	> 8

**Tabla 1.1** Sistema de clasificación de Udden-Wentworth para sedimentos.

actualmente para el transporte de sedimentos son los de Bijker (1971), Fredsoe (1985) y Van Rijn (1993). Estos modelos son de carácter semi-empírico y proponen una tasa neta de transporte en la dirección de la corriente, basados en flujos de velocidad y parámetros de diámetro del sedimento, y pendiente y rugosidad de la superficie. En este estudio se utiliza una implementación de Montañó (2003) a la parametrización del transporte de sedimentos como carga de fondo directamente proporcional a las velocidades de corriente. La expresión es del mismo tipo a las descritas por Van Rijn (1993) y ha sido utilizada por Hulsher et al. (1993) y Schuttelaars & De Swart (1996).

El transporte de sedimentos como carga de fondo ha sido estudiado en detalle en experimentos de laboratorio (Horikawa et al., 1986; Staub et al., 1984; Ribberink & Al-Salem, 1994). Sin embargo, los estudios de campo son escasos. No existen instrumentos para medir con exactitud el transporte de sedimentos bajo condiciones de flujos de corrientes y ondas. Existen algunos datos de corrientes de marea sin viento (Van de Meene, 1994) y para corrientes de marea en aguas someras (Wolf, 1997). En los mares costeros con fuertes corrientes de marea se producen ondulaciones en el fondo marino con escalas horizontales de extensión mayores a la profundidad del mar. Estas ondulaciones son causadas por el transporte de sedimentos. Usualmente se hace una distinción entre ondas de arena y bancos de arena (Hulscher, 1993). Los primeros tienen longitudes de onda típicas de diez veces la profundidad media del mar (300-500 m), sus crestas son perpendiculares a la dirección de la corriente de marea y migran algunos metros por año. Los bancos de marea tienen longitudes de onda características de cien veces la profundidad media del mar (2-8 km), en primera aproximación se puede decir que son estáticos y sus crestas presentan inclinación con respecto a la corriente de marea (Figura, 1.6). El estudio de la dinámica de estas ondas tiene



**Figura 1.6** Esquema de la posición de los bancos de arena y ondas de arena con respecto al eje principal de la corriente de marea.

gran interés práctico y científico. Off (1963) demostró que la presencia de bancos está correlacionada con la presencia de fuertes corrientes de marea y que su formación puede ser explicada como inestabilidades libres de un sistema morfológico dinámico en el que las corrientes de marea y el fondo marino interactúan, generando la evolución de dichos bancos. Esta hipótesis ha sido estudiada a fondo por Huthnance (1982) a través de un modelo que predice que existe una tasa de crecimiento inicial de sedimento de fondo con las crestas orientadas ligeramente ( $5^\circ - 30^\circ$ ) con respecto a la dirección de la corriente en contra de las manecillas del reloj, con longitudes de onda 100 mayores a la profundidad media del mar.

Experimentos de laboratorio indican que para iniciar el transporte de sedimentos, la corriente debe alcanzar un valor crítico de velocidad de aproximadamente  $0.3 \text{ m s}^{-1}$ . Hulscher et al. (1993) extendió esta teoría a la estimación de bancos de arena y ondas de arena. Incluyendo algunos armónicos de la marea lunar principal  $M_2$ , Carbajal y Montaña (1999, 2001) aplicaron satisfactoriamente esta teoría para explicar las formaciones observadas en el Delta del Río Colorado. La implementación de un modelo tridimensional para océanos costeros (i.e. la introducción de estructuras de velocidad vertical) permitió describir la evolución del sedimento en el fondo marino a todas las escalas espaciales (Hulscher, 1995). Posteriormente Komarova & Hulscher (2000) propusieron un mecanismo de formación de ondas de arena basado en una ecuación de viscosidad vertical que es función de la altura de la capa turbulenta.

Los bancos de arena tienen tiempos estimados de formación de 600 a 1000 años. Esto implica una restricción importante para su modelación numérica, pues la capacidad de cómputo actual no es suficiente para resolver la morfodinámica de

estas estructuras a largo plazo. Debido a esto, los estudios numéricos de morfodinámica se enfocan a la evolución de la tasa de crecimiento inicial. Algunos autores (Mulder, 2002) utilizan como alternativa métodos de extrapolación para determinar la estructura de estas formaciones a largo plazo.

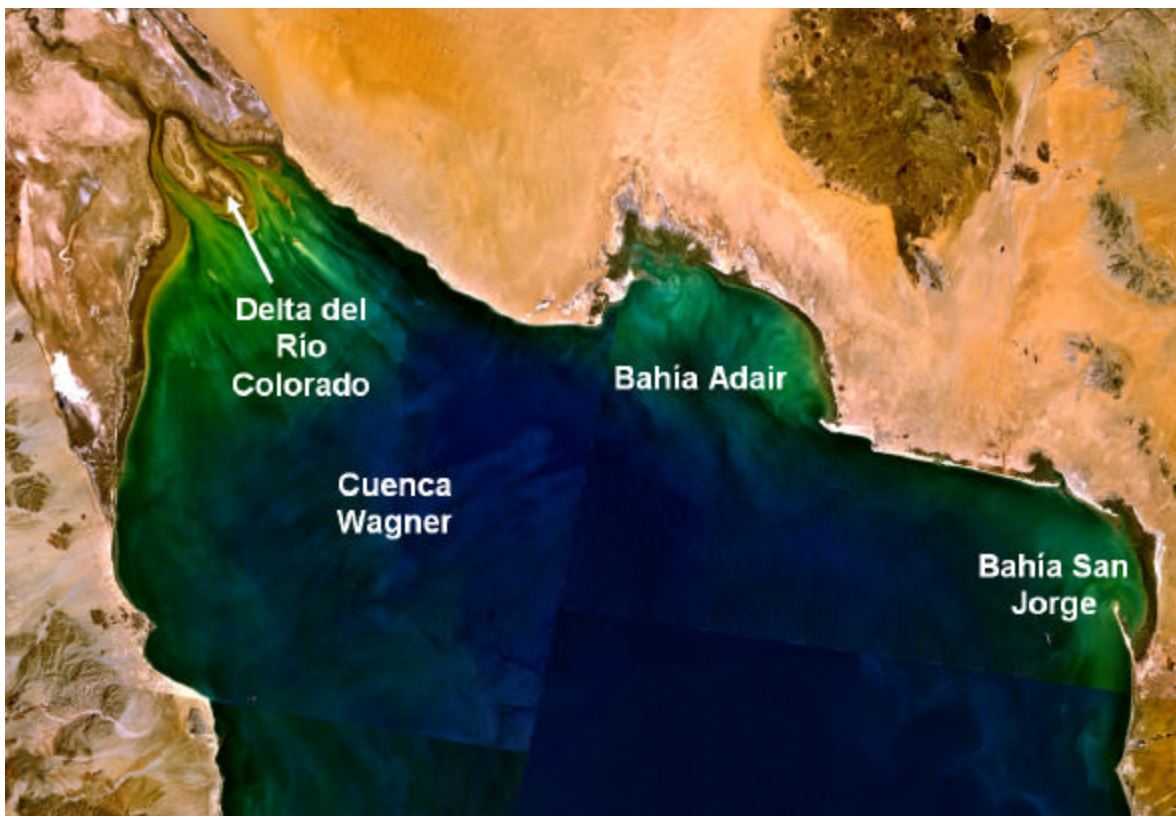
### *1.5. Objetivo*

El objetivo de este trabajo es determinar la tasa de crecimiento inicial del transporte de sedimentos como carga de fondo en la región del Alto Golfo de California (AGC) causada por la corriente de marea. Para esto se aplica un modelo de dos dimensiones, verticalmente integrado, acoplado a un modelo de transporte de sedimento semi-empírico. Este acoplamiento se realiza a través de un mecanismo de retroalimentación morfodinámico en el modelo. Para tener claridad sobre la forma en que una única onda de marea actúa sobre el sedimento, el modelo es forzado en la frontera abierta con la componente de marea lunar principal,  $M_2$ .



## 2. Zona de Estudio

El Alto Golfo de California es una masa de agua localizada entre la península de Baja California y la costa occidental de México. En esta región la dispersión, transporte y deposición de sedimentos están condicionados por la circulación de mareas (Montaño, 2003). Las mareas en el Golfo de California han sido ampliamente estudiadas. Carbajal (1993) reporta una amplitud de 10 m y una corriente que excede los  $3 \text{ m s}^{-1}$  durante la temporada de mareas altas. Hendershot y Speranza (1971) propusieron el primer sistema anfidrómico por la propagación de la marea  $M_2$ . De este estudio se infirió una gran disipación de energía en el Alto Golfo de California. Filloux (1973), basado en registros de 10 a 60 días, realizó un



**Figura 2.1** Alto Golfo de California.

balance energético y propuso mapas cotidales (líneas de igual fase) y de líneas de igual amplitud para las mareas diurnas y semi-diurnas. Stock (1976) aplicó un modelo hidrodinámico para determinar elevaciones de marea y el balance energético. Dressler (Documento no publicado, 1981) simuló las mareas  $M_2$  y  $K_1$  utilizando un modelo de dos dimensiones verticalmente integrado. Carbajal (1993) aplicó un modelo tridimensional para determinar la interacción dinámica de la

circulación baroclínica y las mareas. Argote (1998) y Marinone (1997) demostraron que la componente  $M_2$  es suficiente para explicar el comportamiento de la circulación residual en el Golfo. Montañó (2003) aplicó un modelo de dos dimensiones verticalmente integrado para conocer el transporte de sedimentos de carga de fondo en el Delta del Río Colorado.

El AGC (Figura 2.1) está localizado al norte del Golfo de California; latitud ( $31^\circ 45' \text{ N} - 31^\circ 00' \text{ N}$ ) y longitud ( $115^\circ 00' \text{ W} - 113^\circ 30' \text{ W}$ ). Su dinámica está fuertemente influenciada por el rango de mareas ( $\sim 10 \text{ m}$ ) y las corrientes de marea ( $3 \text{ m s}^{-1}$ ). Hasta 1935, el río Colorado descargaba su flujo ( $\sim 20 \times 10^9 \text{ m}^3 \text{ yr}^{-1}$ ) y sedimentos ( $180 \times 10^6 \text{ tons yr}^{-1}$ ) en la parte norte del AGC (Thompson, 1968). Sin embargo, a partir de esa fecha el río redujo su descarga a volúmenes intrascendentes debido a la construcción de la presa Hoover y el incremento en la demanda de irrigación. Estudios recientes de modelación numérica y análisis de muestras realizados durante un evento inusual de descarga del río muestran que las características biofísicas del AGC fueron las propias de un estuario hasta dicha fecha (Carbajal, 1997; Lavín & Sánchez, 1999).

La profundidad media del mar en el AGC es de 59 m. Existen formaciones de crestas de 10 a 30 km de longitud con alturas máximas de 8 a 10 m que pueden ser identificadas como bancos de arena. Alineado paralelamente al eje del Golfo de California corre la cuenca marina Wagner. En las costas y hacia el centro del AGC la pendiente es suave hasta llegar a 80 m de profundidad, es decir, la profundidad aproximada de la cuenca de Wagner.

El sedimento acumulado en el fondo marino es de depósitos no consolidados de origen aluvial, antes de que la presa fuese construida. El sedimento cubre todo el fondo marino y su clasificación de la textura se hace en tres grupos: limo-arcilla, arena-limo-arcilla y arena; puntualmente se pueden localizar sustratos rocosos. El tipo limo-arcilla se localiza en la zona noroccidental del AGC (Thompson, 1968). Sedimentos más finos (tamaños de grano  $5\phi - 7\phi$ ) predominan en la región occidental y granos más gruesos ( $2\phi - 4\phi$ ) se encuentran al este. Observaciones hechas a lo largo del Golfo por García de Ballesteros y Larroque (1974) indican un gradiente de concentración de sedimentos suspendidos en dirección norte-sur. Thompson (1968) encontró un patrón similar basado en turbidez del agua y sugiere que las corrientes de marea son el principal mecanismo de transporte de sedimentos. Carriquiry y Sánchez (1999) realizaron estudios experimentales de sedimentos en la región del Delta del Río Colorado y concluyen que la eliminación de la descarga del río ha detenido la formación del delta. Unido a esto, la eliminación de agua dulce ha promovido una nueva circulación hidrodinámica capaz de destruir la estructura deltáica debido al transporte de sedimentos en suspensión y como carga de fondo. En general proponen una alta exportación neta de sedimento desde la zona del Delta hacia la parte norte del Golfo de California compuesta de tres tendencias: un transporte en dirección SE-NO a lo largo de la costa sonorensis que introduce sedimentos en la región del Delta; un transporte en dirección N-S a lo largo de la costa de Baja California que exporta los sedimentos; y

por último un transporte NE-SW, transversal a la cuenca de partículas muy finas desde las costas de Sonora, hacia las de Baja California, con influencia directa de las corrientes de marea.

En la región prevalece un régimen de brisa de viento cerca de las costas, con magnitudes menores a  $5 \text{ m s}^{-1}$ . En verano, el viento máximo promediado es de  $4 - 4.5 \text{ m s}^{-1}$ . Los eventos de viento de escala sinóptica de entre 2 y 5 días, ocurren en dirección noroeste en invierno, y dirección sureste en verano con vientos de  $13 - 16 \text{ m s}^{-1}$  y  $5 - 10 \text{ m s}^{-1}$  respectivamente (Delgado-González, *et. al.*, 1994).

El ambiente marino presenta ciclos de mareas diurnas y semidiurnas con amplias variaciones en el nivel del mar que van de 6.95 m en San Felipe hasta cerca de 10 m en el delta del río Colorado (Filloux, 1973; Matthews, 1969) originando corrientes de mareas con velocidades de  $0.2 \text{ m s}^{-1}$  y  $0.9 \text{ m s}^{-1}$  a lo largo de las costas de Sonora y Baja California y de hasta  $3 \text{ m s}^{-1}$  en los canales ubicados en el Delta del Río Colorado.

### 3. Modelo

Se utiliza un modelo hidrodinámico bidimensional verticalmente integrado, no lineal, semi-implícito, de diferencias finitas, desarrollado por Carbajal (1993). El modelo usa algunas técnicas numéricas similares al descrito por Backhaus (1983). Este modelo incorpora la ecuación de transporte de sedimento como carga de fondo propuesta por Van Rijn (1993) y la ecuación de conservación de sedimentos implementada por Montaña (2003). El modelo se forzó con la componente  $M_2$  de las mareas en su frontera abierta y considerando las características del sedimento en el AGC para simular la transporte de sedimentos como carga de fondo y la morfodinámica a largo plazo.

El modelo se basa en las ecuaciones verticalmente integradas para océanos someros:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{U}{(H+z)} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{V}{(H+z)} \frac{\partial U}{\partial y} - fV = -g(H+z) \frac{\partial z}{\partial x} + A_H (\nabla^2 \bar{U}) - r \frac{(U^2 + V^2)^{1/2} U}{(H+z)^2} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{U}{(H+z)} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{V}{(H+z)} \frac{\partial V}{\partial y} + fU = -g(H+z) \frac{\partial z}{\partial y} + A_H (\nabla^2 \bar{V}) - r \frac{(U^2 + V^2)^{1/2} V}{(H+z)^2} \quad (3.2)$$

y la ecuación de continuidad

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (3.3)$$

donde

$(x, y)$	son las variables de espacio horizontales ( $m$ )
$t$	es el tiempo ( $s$ )
$U, V$	es el transporte en las direcciones $x$ y $y$ ( $m^2/s$ )
$z$	es la elevación de la superficie del mar ( $m$ )
$A_H$	el coeficiente de intercambio turbulento ( $m^2/s$ )
$f = 2W \sin f$	es el término de Coriolis ( $1/s$ )
$W = 7.29 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$	es la velocidad angular de la tierra
$f$	es la latitud ( $\sim 31.5^\circ$ en estos cálculos)
$H$	es la profundidad ( $m$ )
$g$	es la aceleración gravitacional ( $m^2/s$ )
$r$	es el coeficiente de fricción (adimensional)

La frontera abierta está forzada simulando la oscilación la elevación de la superficie del mar con la forma causada por las componentes de marea

$$z = z_0 \cos(\mathbf{w} \cdot t - f) \quad (3.4)$$

donde  $z_0$  es la amplitud,  $f$  la fase y  $\mathbf{w}$  es la frecuencia que fuerza la onda. En todos los cálculos se utilizó  $\mathbf{w} = 1.4 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  (componente  $M_2$  de la marea). En la frontera abierta el gradiente de velocidad desaparece

$$\frac{\partial V_n}{\partial n} = 0 \quad (3.5)$$

donde  $V_n$  es la componente de la velocidad normal a la frontera abierta y  $n$  es una coordenada perpendicular a la frontera.

Las velocidades de marea inducen un tensor de esfuerzo en el fondo. Si el esfuerzo alcanza un valor mínimo, entonces existe transporte de sedimento de carga de fondo. Las velocidades integradas verticalmente se utilizan como parámetros de la ecuación de transporte de sedimentos. La ecuación utilizada en el modelo ha sido desarrollada por Huthnance (1982), Hulscher et al. (1993), Shcuttelaars & De Swart (1996) y Van Rijn (1993). El flujo volumétrico de sedimento en la capa activa, dada por Van Rijn es:

$$S_b = \hat{s} \frac{|\bar{u}|^b}{u_c^b} \left( \frac{u}{|\bar{u}|} - k_* h_x \right) \quad (3.6)$$

Con  $b > 1$  y  $k_* > 0$  (valores típicos de  $b \approx 3$  y  $k_* \approx 2$ );  $u_c$  es la velocidad crítica para erosión, que para arenas finas es del orden de  $0.3 \text{ m s}^{-1}$ . El parámetro  $\hat{s}$  es una función de las propiedades del sedimento. Los valores típicos de  $\hat{s}$  son del orden de  $10^{-6} - 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  para arenas medias y finas respectivamente (Van Rijn, 1993). El término difusivo medido por el coeficiente  $k_*$ , es un término de corrección de pendiente, que modela la preferencia de caída del transporte de sedimento.

El desplazamiento del material de fondo da como resultado un patrón de distribución de largo plazo. Se utiliza la ecuación de conservación de masa para el transporte de sedimento como carga de fondo para obtener la evolución del fondo debido a este mecanismo:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \left( \frac{\partial S_{bx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{by}}{\partial y} \right) = 0 \quad (3.7)$$

$$\nabla \cdot \bar{S}_b = \left( \frac{\partial S_{bx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{by}}{\partial y} \right) \quad (3.8)$$

donde  $S_{bx}$  y  $S_{by}$  son las componentes del transporte de sedimento como carga de fondo en las direcciones  $x$  y  $y$  respectivamente. Para resolver las ecuaciones (3.1), (3.2), (3.3), (3.6) y (3.7) los términos diferenciales fueron substituidos por diferencias espaciales o temporales usando métodos de diferencias finitas. La estrategia de diseño del modelo consiste en determinar la elevación del mar  $z$  en un paso de tiempo determinado para todos los puntos del dominio y a partir de ella resolver los vectores de velocidad. La ecuación discretizada que describe el comportamiento de  $z$  es:

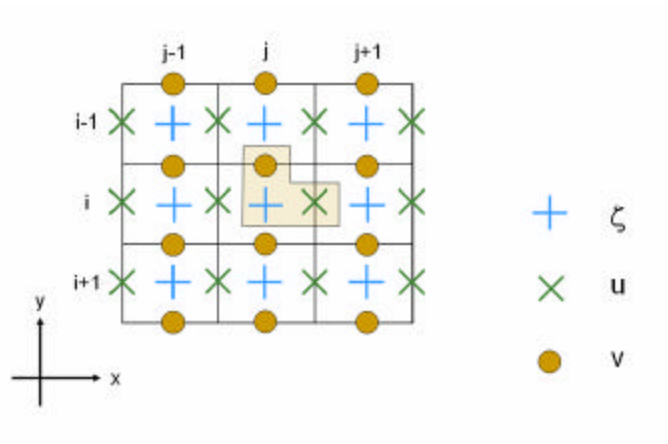
$$\mathbf{z}_{i,j}^{n+1\ell+1} = (1-w)\mathbf{z}_{i,j}^{n+1\ell} + w^* \left[ C_E \mathbf{z}_{i,j+1}^{n+1} + C_W \mathbf{z}_{i,j-1}^{n+1} + C_N \mathbf{z}_{i-1,j}^{n+1} + C_S \mathbf{z}_{i+1,j}^{n+1} + D_{i,j}^n \right] \quad (3.9)$$

donde  $n$  es el índice de paso de tiempo,  $\ell$  es el índice de iteración y,  $(i, j)$  son los índices espaciales en  $x$  y  $y$ . Los diferentes términos que aparecen en la ecuación son función de las variables (discretizadas) que intervienen en las ecuaciones de movimiento y continuidad ( $U, V, H, f, z$ ), en el Apéndice I puede verse el desarrollo de la discretización en coordenadas cartesianas.

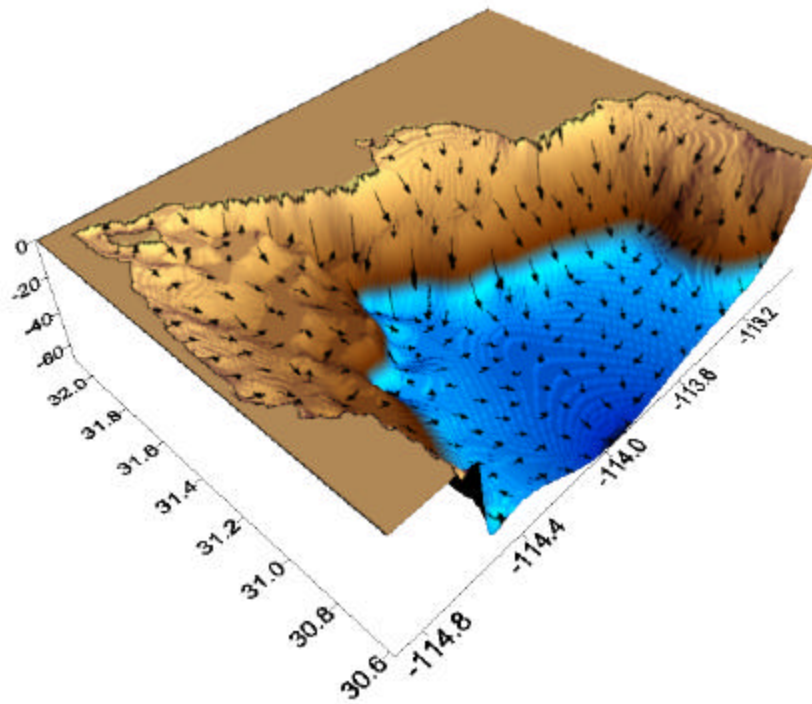
El modelo comprende una región de  $170 \times 230$  km, discretizada en celdas de 1 km ( $\Delta x = \Delta y = 1$  km), usando la malla de Arakawa (Figura 3.1). El paso de tiempo ( $\Delta t$ ) se definió como  $\Delta t = T/512$ , donde  $T = 12.403$  h., es el periodo de la componente  $M_2$ . ( $\Delta t = 87.2$  s). Dado el carácter semi-implícito del modelo ( $\alpha = 0.5$ ), es posible proponer un paso de tiempo superior al sugerido por el criterio de Courant-Friederich y Levy (CFL) expresado como,

$$\Delta t = \frac{\Delta x_{\min}}{\sqrt{2gH_{\max}}} \quad (3.10)$$

y que proporciona un  $\Delta t = 25.2$  s para este experimento. El modelo simula la dinámica de un año en el AGC. La batimetría del área de estudio se obtuvo de datos medidos facilitados por Carbajal y Montaña (Figura 3.2). Como se ha mencionado, en el AGC las mareas semidiurnas son dominantes, y entre éstas, la  $M_2$  es la principal. El armónico de esta componente fue utilizado para forzar el modelo en la frontera abierta. Los datos de las amplitudes y fases de este constituyente fueron obtenidas de una simulación numérica de la  $M_2$  para todo el Golfo de California (Carbajal, 1993).



**Figura 3.1** Malla de Arakawa.



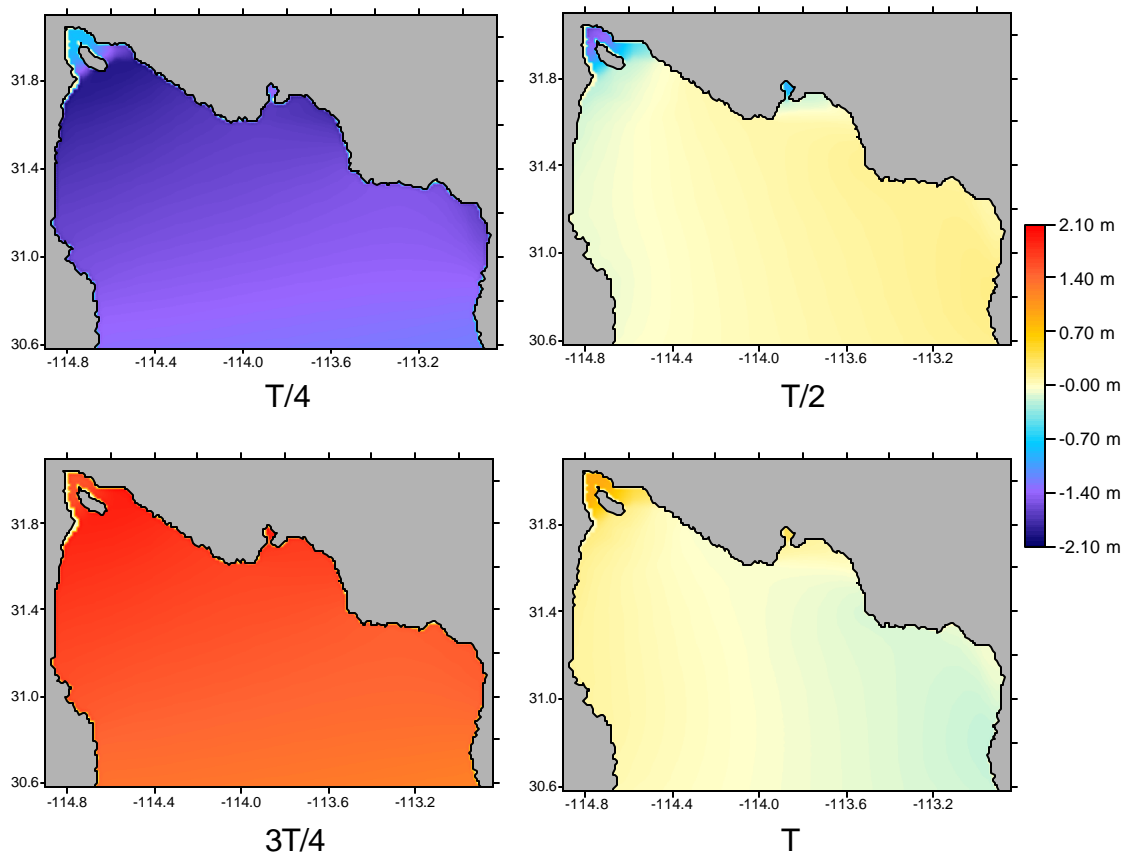
**Figura 3.2** Batimetría del Alto Golfo de California.

Las restricciones utilizadas en la modelación del transporte de sedimentos de fondo del AGC son las siguientes:

- El modelo que se utilizó es un modelo barotrópico bidimensional verticalmente integrado. El vector velocidad se utilizó para calcular el transporte de sedimentos como carga de fondo.
- La descarga de agua dulce del río Colorado en el norte del Golfo no se consideró.
- Las velocidades orbitales de las ondas gravitacionales no se consideraron en el cálculo del transporte de sedimentos.

## 4. Resultados

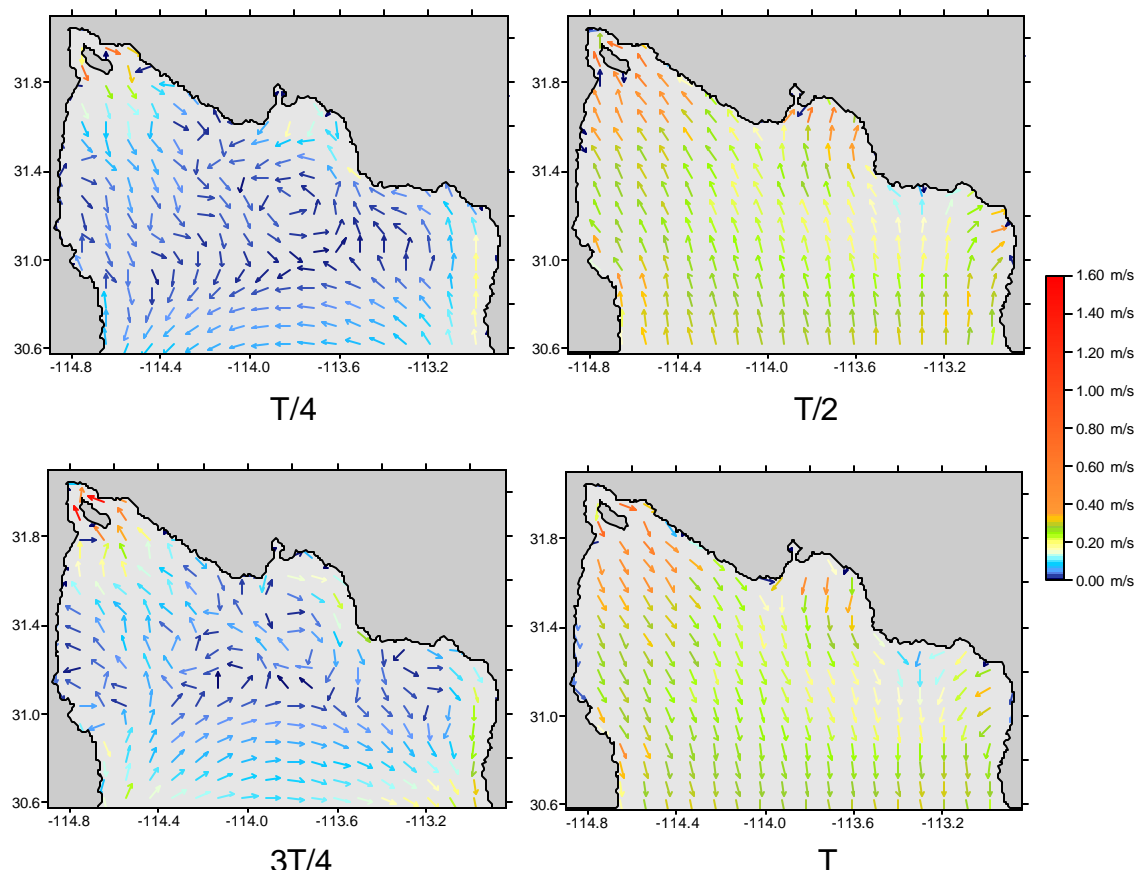
El propósito principal de este trabajo es investigar el transporte de sedimentos como carga de fondo en el AGC. Particularmente, interesa estimar las tasas de crecimiento inicial, es decir, los procesos de inestabilidad que conducen a la formación de patrones ondulantes o bancos de arena en el fondo marino. Puesto que las mareas semi-diurnas son el factor dominante en la dinámica del AGC y se tiene el interés académico de investigar el efecto de una constituyente de marea, el estudio contempla el efecto únicamente de la marea lunar principal  $M_2$  en la generación de bancos de arena. El cálculo trae consigo el conocimiento de los patrones de circulación inducidos por la  $M_2$ , concretamente, las componentes de la velocidad  $u$  y  $v$ , de la elevación del mar  $z$ , de las corrientes residuales, de los transportes de sedimentos  $S_{Bx}$  y  $S_{By}$ , del transporte residual de sedimentos y series de tiempo de los transportes de sedimentos instantáneos y acumulados en diferentes puntos de control. En todos los experimentos, se realizó el cálculo de evolución de un año. A continuación se procede a la descripción de estos resultados.



**Figura 4.1** Elevación del mar a diferentes tiempos de un periodo de la componente  $M_2$  de la marea ( $t = 12.4$  hrs).



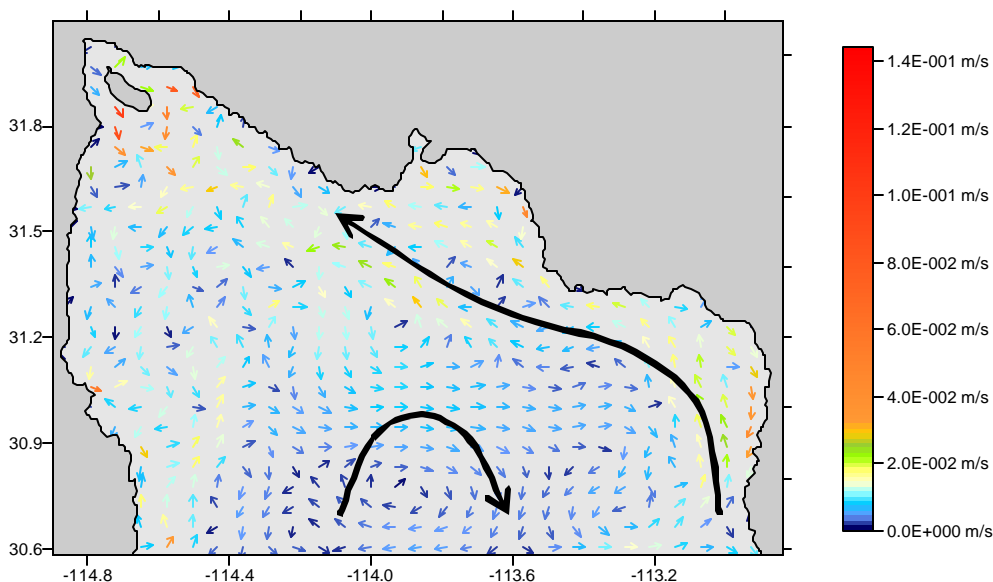
Los resultados presentan un comportamiento periódico en concordancia con las condiciones de forzamiento impuestas al modelo. La elevación del mar (Figura 4.1) se encuentra en un rango de  $\pm 2.1$  metros con propiedades de onda (amplitud, fase) muy similares en la dirección E-W. Este comportamiento se observa en toda la región de estudio, con excepción de las zonas del Delta y de Bahía Adair. Así mismo, es interesante mencionar los grandes cambios de fase que ocurren en las mismas regiones. Puesto que la velocidad de fase  $c$  esta dada por  $c = \sqrt{gH}$  y debido a la baja profundidad la onda de marea se propaga muy lentamente. El comportamiento de la elevación del mar es muy semejante a otros resultados (Carbajal 1993; Marinone et al. 2000). Las velocidades instantáneas (Figura 4.2)



**Figura 4.2** Distribución de velocidad instantánea a diferentes tiempos de un periodo de la componente  $M_2$  de la marea ( $t = 12.4$  hrs).

tienen un máximo de  $1.6 \text{ m/s}$  en el Delta del Río Colorado y presentan mayor intensidad en las zonas vecinas a la costa. Es importante señalar en este punto que la cantidad de vectores mostrados en la figura 4.2 y en todas las figuras posteriores de vectores ha sido reducida para una mejor presentación de las corrientes. La mayor intensidad de las corrientes ocurre en los tiempos  $T/2$  y  $T$  con un promedio espacial de  $\sim 0.35 \text{ m/s}$ . Considerando las propiedades de la onda de Kelvin y su

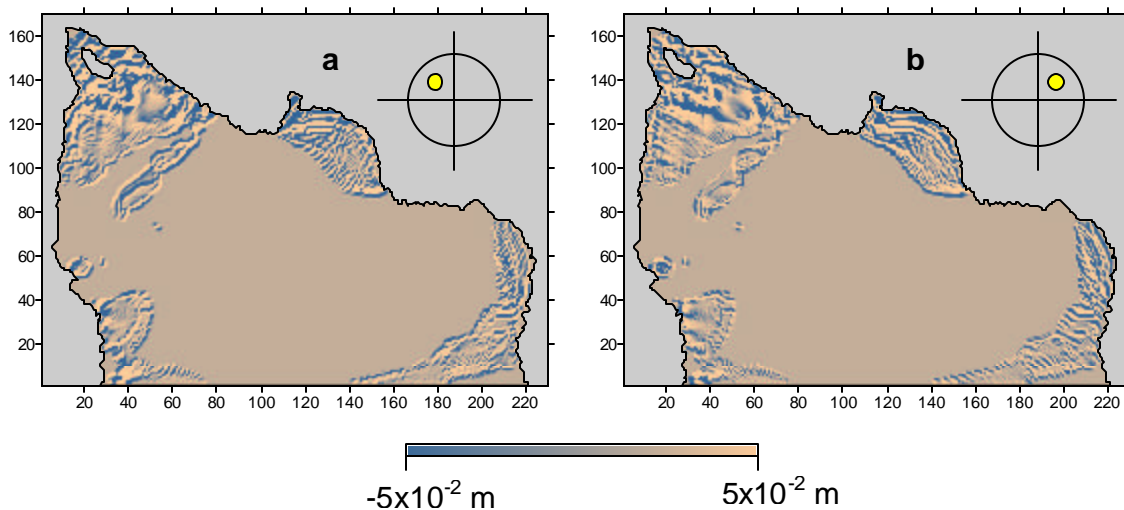
enorme dimensión en relación a un mar estrecho como el Golfo de California, se esperan que las corrientes ocurran predominantemente a lo largo del golfo. En el tiempo  $T/2$  la dirección de la corriente es marcadamente en dirección S-N cambiando su sentido a N-S en el tiempo  $T$ . Sólo los efectos geográficos y batimétricos introducen ligeras modificaciones que pueden verse reflejados más claramente en la corriente residual. El cálculo de la corriente residual euleriana (Figura 4.3) muestra una mayor intensidad en las regiones vecinas a la línea de costa. En el Delta del Río Colorado, las corrientes residuales alcanzan valores 0.08 m/s. El efecto batimétrico de la cuenca de Wagner se observa en el giro anticiclónico en el centro del AGC. Se puede distinguir también una corriente residual paralela a la costa este-norte del golfo. En el resto de la zona de estudio, no se observan patrones claros de corrientes residuales.



**Figura 4.3** Distribución de velocidades residuales

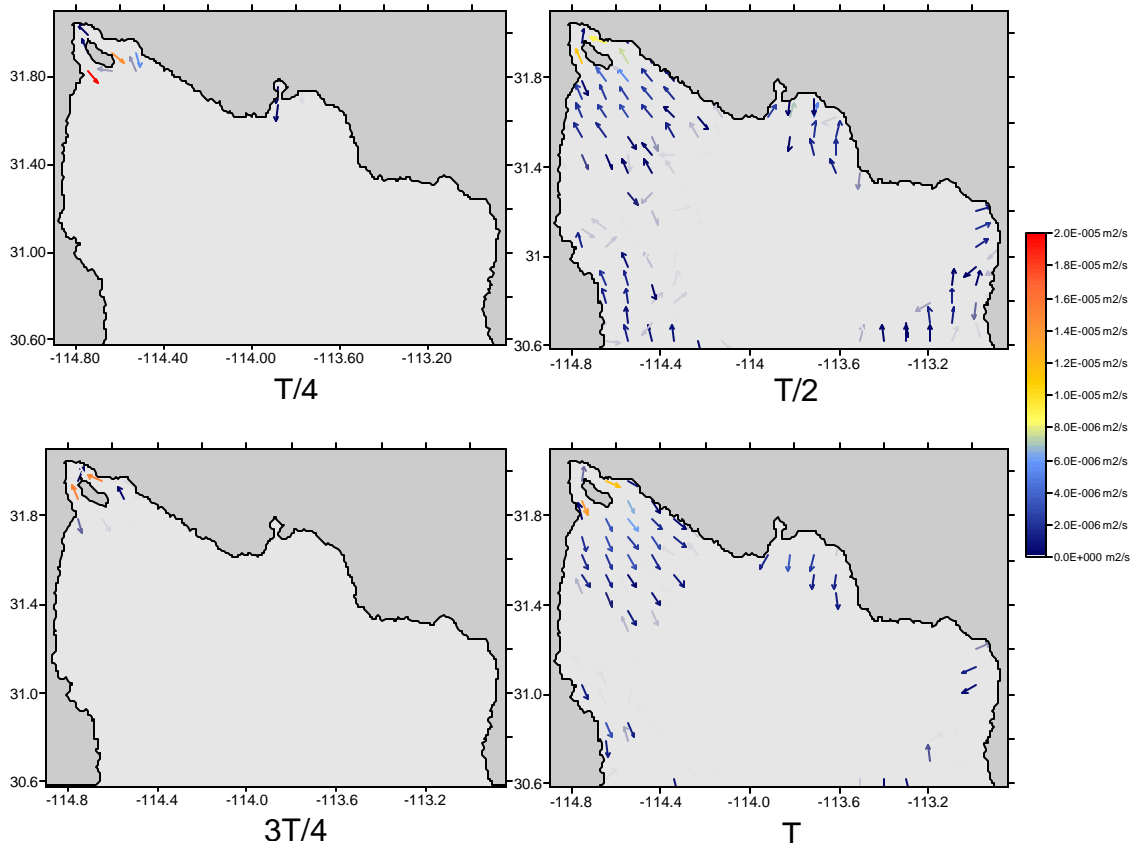
El acoplamiento de las ecuaciones de conservación de momento y de transporte de sedimentos provee información acerca de la evolución del fondo marino. Los flujos de sedimento son calculados en cada paso de tiempo en cada celda de la malla. El tiempo simulado de un año permite estimar las tasas iniciales de crecimiento de bancos de arena en el AGC y de sus patrones de distribución. La Figura 4.4 muestra las tasas iniciales de erosión y acumulación de sedimentos en el AGC que se obtuvieron al efectuar la diferencia entre la batimetría inicial y la final. Las tasas de iniciales de crecimiento alcanzan valores máximos de .05 m/año. Para distinguir los patrones de bancos de arena o formaciones rítmicas en los sedimentos, se aplicó un método de graficado por medio de reflexión Lambertiana desde dos puntos de iluminación contrastantes. La velocidad crítica utilizada en la ecuación de transporte es la propuesta por Van Rijn (1993) para sedimento fino (0.3 m/s), es decir, el transporte ocurre únicamente en regiones donde la velocidad

$|\mathbf{v}| \geq 0.3 \text{ m/s}$ . Los cálculos de la evolución del fondo marino revelan zonas muy específicas donde la erosión y la acumulación de sedimento son más intensas. Las regiones del Delta del Río Colorado y las bahías de San Jorge y Adair son de especial interés por las formaciones rítmicas que aparecen. Estas formaciones son interpretadas como bancos de arena que se forman en un proceso de inestabilidad como resultado de la interacción de la marea con el fondo marino. La Figura 4.5 presenta los vectores de transporte de sedimento instantáneos a diferentes tiempos de un periodo de la componente de marea lunar principal  $M_2$ . Es interesante mencionar que las regiones donde ocurre el transporte de sedimentos, coinciden con las zonas de inestabilidad mostradas en la figura 4.4. Por supuesto, estas zonas están determinadas por la condición  $|\mathbf{v}| \geq 0.3 \text{ m/s}$ .

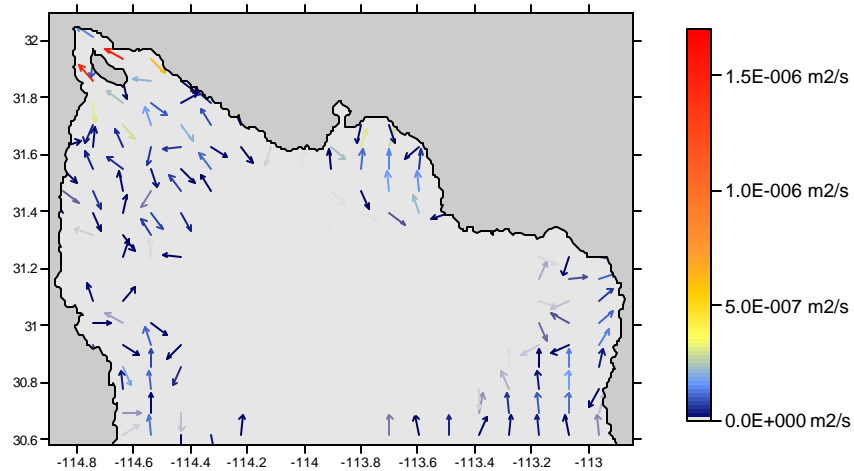


**Figura 4.4** Tasas iniciales de erosión y acumulación de sedimento en el AGC. (a) Fuente de iluminación en N-W (azimut =  $135^\circ$ , cenit =  $45^\circ$ ); (b) Fuente de iluminación en N-E (azimut =  $45^\circ$ , cenit =  $45^\circ$ ). Distancias de ejes  $(x, y)$  en km. Velocidad crítica  $u_c = 0.3 \text{ m/s}$ .

Con el fin de conocer el efecto neto de la acción de la marea en un ciclo sobre el transporte de sedimentos, se presenta en la figura 4.6 la correspondiente distribución de transporte residual. Se puede observar claramente que los efectos residuales en el transporte de sedimentos son más intensos en el Delta del Río Colorado y en las bahías de Adair y San Jorge. En la gráfica se muestran únicamente los vectores de transporte residual de sedimentos cuyo valor absoluto es mayor a  $10^{-8}$ .

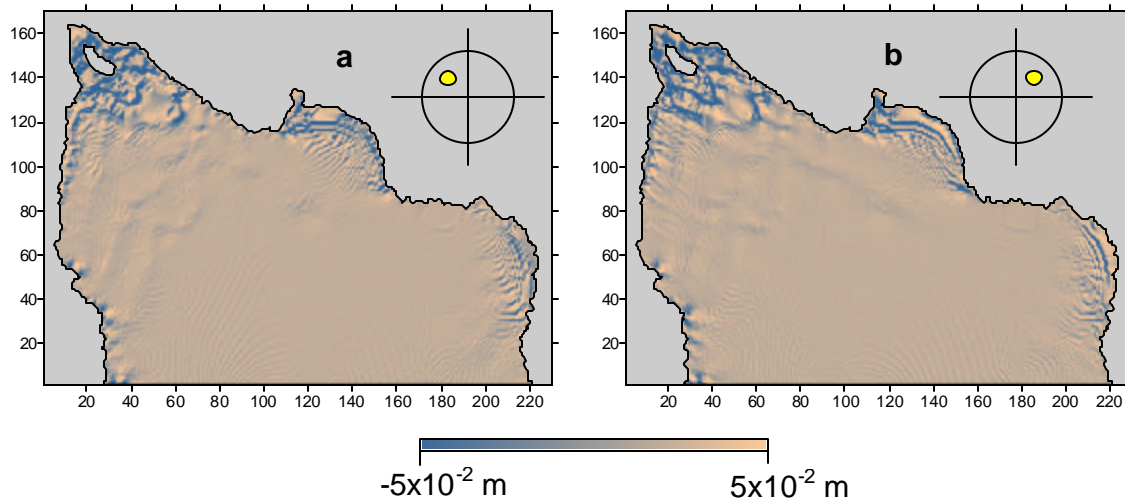


**Figura 4.5** Distribución de transporte de sedimento instantáneo a diferentes tiempos de un periodo de la componente  $M_2$  de la marea ( $t = 12.4$  hrs). Con una velocidad crítica  $u_c = 0.3 m/s$ .

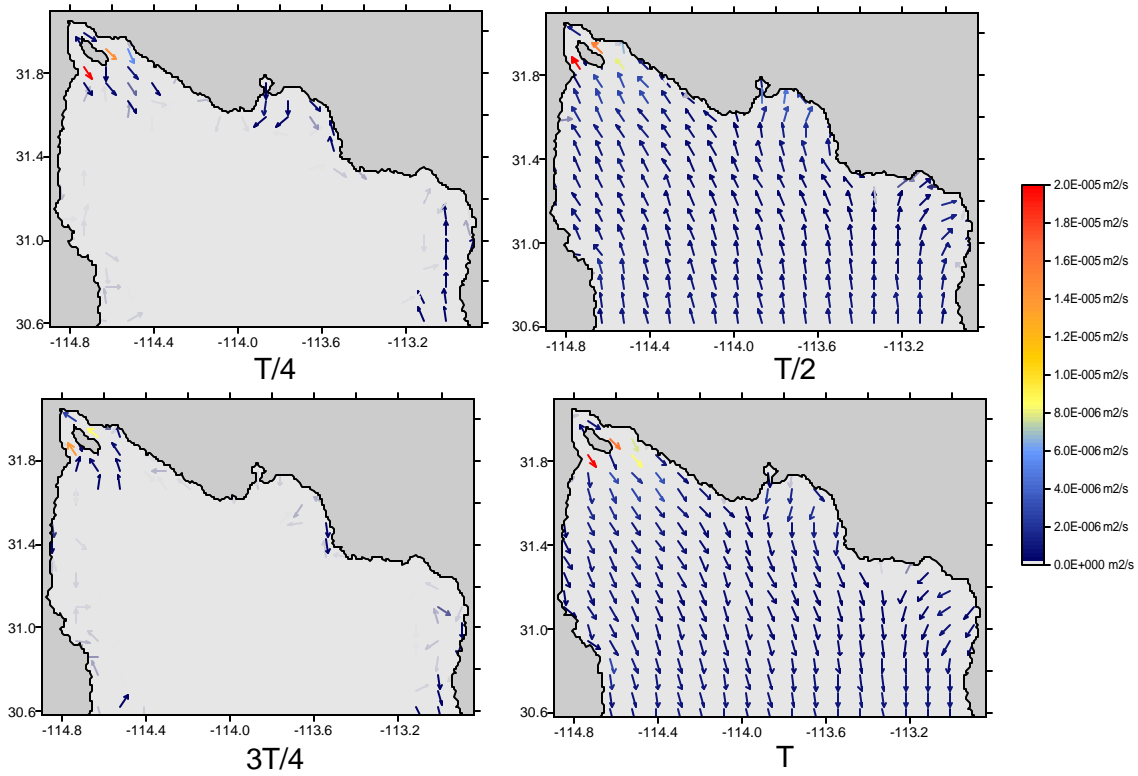


**Figura 4.6** Distribución de transporte de sedimento residual. Con una velocidad crítica  $u_c = 0.3 m/s$ .

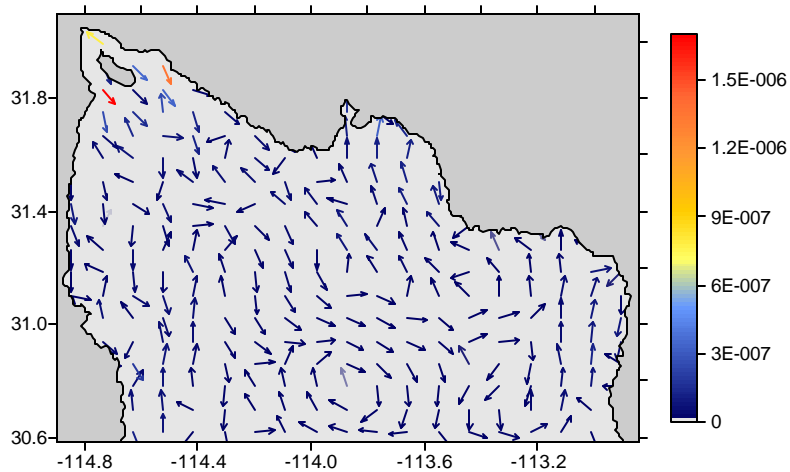
Hasta ahora se han mostrado los resultados de cálculos en los cuales se aplicó una condición para la velocidad, necesaria para el transporte de sedimentos, de  $|\mathbf{v}| \geq 0.3$  m/s. Sin embargo, en el caso de la existencia de sedimentos finos no consolidados esta velocidad puede ser menor (Van Rijn, 1993 y 1998). Por este motivo, estos mismos cálculos de transporte de sedimento fueron repetidos para el caso de una velocidad crítica de  $u_c = 0.15$ . Los resultados se presentan en las Figuras 4.7, 4.8 y 4.9. Es interesante señalar que el transporte de sedimentos ocurre en regiones mucho más amplias que en el caso de  $u_c = 0.3$ . En la parte central del AGC se observan ondulaciones prácticamente en todo el dominio (figura 4.7). Al igual que en la figura 4.4, las ondulaciones se hacen más visibles con el efecto de iluminación proveniente de una dirección indicada por el punto amarillo. En las bahías de Adair y San Jorge, se observan ondulaciones longitudinales y transversales muy semejantes a las previamente obtenidas. Las longitudes de onda de las perturbaciones en la parte central del AGC varían en general, pero tienden a ser menores que las observadas en las zonas costeras. Como era de esperarse, la región donde el transporte de sedimentos sucede se extiende a todo el AGC (ver figura 4.8). Los mayores transportes ocurren en el Delta del Río Colorado. En la figura 4.9 se muestra el transporte de sedimentos residual en un ciclo de marea. Las estructuras del transporte residual de sedimentos tienen cierta semejanza con los patrones de corriente residual mostrados en la figura 4.3. Las acumulaciones o procesos de erosión ocurren en las zonas donde hay gradientes en los vectores de transporte residual de sedimentos.



**Figura 4.7** Tasas iniciales de erosión y acumulación de sedimento en el AGC. (a) Fuente de iluminación en N-W (azimut =  $135^\circ$ , cenit =  $45^\circ$ ); (b) Fuente de iluminación en N-E (azimut =  $45^\circ$ , cenit =  $45^\circ$ ). Distancias de ejes  $(x, y)$  en km. Velocidad crítica  $u_c = 0.15$  m/s.



**Figura 4.8** Distribución de transporte de sedimento instantáneo a diferentes tiempos de un periodo de la componente  $M_2$  de la marea ( $t = 12.4$  hrs). Con una velocidad crítica  $u_c = 0.15 m/s$ .



**Figura 4.9** Distribución de transporte de sedimento residual. Con una velocidad crítica  $u_c = 0.15 m/s$ .

## 5. Discusión y conclusiones

En el capítulo anterior se han descrito de manera general los resultados principales de todos los experimentos numéricos realizados. En éste se hace un análisis más detallado y una interpretación física de los resultados.

En primer lugar, es necesario explicar la decisión de calcular el transporte de sedimentos como carga de fondo forzado por una única componente de marea, la  $M_2$ . En un estudio previo ha sido demostrado que la combinación de la geometría (geografía y batimetría) y el periodo de la onda de Kelvin incidente son importantes para determinar la intensidad o los ritmos de crecimiento de bancos de arena (Carbajal 2005). En este trabajo se investiga la capacidad de las ondas de Kelvin, en el rango de frecuencias semidiurnas, para generar bancos de arena en el Alto Golfo de California. Los resultados de circulación presentados coinciden con los cálculos de Carbajal y Montaña (2001) para el Delta del Río Colorado. Además, es interesante mencionar que los patrones de circulación también coinciden, en cierta manera, con aquellos encontrados en otros mares marginales como Mar del Norte y el Golfo de Corea (Off, 1963), siendo estas últimas, regiones con características geométricas similares al AGC. La dinámica de la elevación del mar es consecuente con las condiciones de frontera impuestas al modelo y en general esta bien explicada por el problema de Taylor modificado (Taylor 1921; Carbajal 1997) que explica los procesos de reflexión de ondas de Kelvin en mares marginales con fricción incluida. La frontera abierta fue elegida atendiendo a la amplitud de la componente  $M_2$ , de tal manera que se escogió un lugar en el cual dicha amplitud pudiese ser considerada prácticamente constante en toda la frontera. Se observa claramente la propagación de la componente de marea  $M_2$  hacia el norte del AGC con una velocidad de fase relativamente constante y con una estructura de onda plana, a excepción de las regiones del Delta del Río Colorado y la Bahía Adair, en donde la velocidad de fase disminuye como consecuencia del cambio de profundidad del mar. Puesto que el Golfo de California es un mar estrecho, el decaimiento de la elevación del mar en dirección transversal al flujo es mínimo, característico de la onda de Kelvin en mares poco anchos. En el proceso de propagación es notable la influencia de las zonas costeras someras. De acuerdo a la teoría de reflexión de ondas de Kelvin, podemos esperar la presencia de modos de Poincaré en todo el AGC.

El carácter ondulatorio de la hidrodinámica se ve reflejado en la circulación del AGC. Existe un desfase persistente en todo el dominio entre la circulación y la elevación del mar de aproximadamente  $90^\circ$ . En los tiempos  $T/2$  y  $T$  la elevación del mar instantánea es pequeña y se encuentra cercana al nivel medio del mar. En contraposición, en estos mismos tiempos, los vectores de velocidad se encuentran bien orientados con una circulación en dirección N-S y su magnitud alcanza los valores más altos para cada punto de estudio en la región. En los tiempos  $T/4$  y  $3T/4$  la elevación del mar alcanza su máximo (mínimo) y, por el contrario, la magnitud de los vectores de velocidad disminuye y la circulación muestra cierto

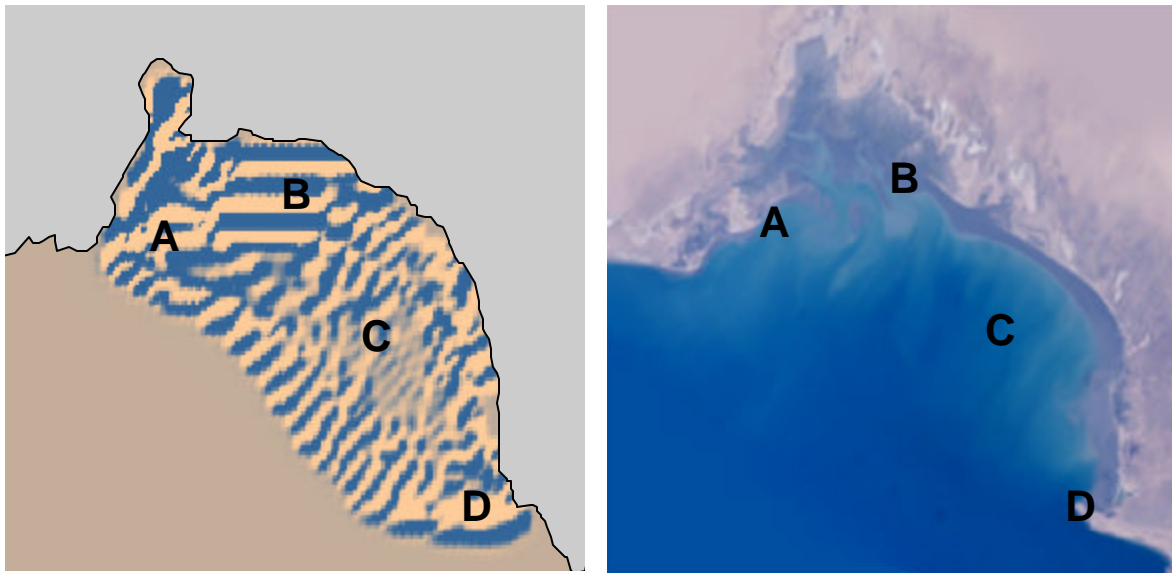
desorden en estos instantes de aguas casi quietas. En la región de transición entre las zonas profunda y somera se observa un cambio en la dirección de la circulación que puede ser explicada por el principio de conservación de vorticidad potencial.

El flujo residual verticalmente integrado muestra que la componente latitudinal de la velocidad es dominante, se observan una circulación residual a lo largo de la costa norte coincidente, en cierto modo, con la trayectoria de propagación de la onda de Kelvin. Existe un giro anticiclónico en el centro del AGC que puede ser explicado por el efecto neto de la conservación de vorticidad portencial en la transición de zonas profundas a regiones someras. Cuando el flujo es hacia el norte, el flujo pasa de una zona profunda a una somera por lo que por conservación de vorticidad potencial se genera circulación anticiclónica, es decir, existe la tendencia de las aguas a moverse hacia el Este. Por el contrario cuando el agua fluye de regiones someras a profundas, se genera vorticidad ciclónica e igualmente existe un giro hacia el Este. Estos dos efectos sumados se reflejan en el patrón de corriente residual hacia el este que se observa en la zona de transición. Teniendo en cuenta el sistema anfidrómico presentado por Carbajal (1993) para el Golfo de California, se observa que el punto anfidrómico de interés para la región de estudio se encuentra desplazado considerablemente en dirección Oeste y tiene un carácter virtual. Esto nos indica una gran disipación de energía para el AGC principalmente causada por la fricción en las zonas someras, que son causa importante de la circulación residual que se observa.

La distribución mostrada en la Figura 4.4 revela patrones de acumulación y erosión de sedimento en las regiones del Delta del Río Colorado y en las Bahías de Adair y San Jorge, así como en la zona sur-occidente de la zona de estudio. Como se mencionó anteriormente, la formación de ondas de arena se explica como la manifestación de mecanismos de inestabilidad iniciales y con plazos de tiempo de crecimiento comprendidos entre 600 y 1000 años (Komarova y Hulscher, 2000). Por tanto, los resultados presentados deben ser ubicados en el contexto de procesos de inestabilidad iniciales. Dado que el tiempo modelado equivale a un año solar, los datos presentados se pueden entender como tasas iniciales de acumulación y erosión de sedimento. Sin embargo, un argumento para inferir que estas tasas iniciales de crecimiento son un buen estimador de la formación de las barras y ondas de arena, es que partiendo de la batimetría original, el modelo reproduce las formaciones más importantes que se presentan en regiones como la Bahía de Adair y San Jorge, sin que dichas formaciones hubieran sido consideradas al inicio de la simulación (Figura 4.4). En el Delta del Río Colorado se presentan las tasas iniciales de crecimiento de mayor magnitud en la zona de estudio, un fenómeno previamente obtenido por Carbajal y Montaña (1999). Las ondas de sedimento al sur del Delta del Río Colorado presentan inclinación en sentido contrario a las manecillas del reloj con respecto a la corriente de marea y coinciden cualitativamente bien con el modelo propuesto por Hulscher (1995) y Carbajal y Montaña (1999) y con las observaciones de Carriquiry (1999). Uno de los principales resultados de este trabajo se refiere a las formaciones presentes en las



Bahías de Adair y San Jorge, en donde se observa la superposición de dos paquetes de ondas de arena. Un paquete transversal a la costa con longitudes de onda de 3-4 km y otro paquete longitudinal con longitudes de onda de 8-10 km. Estas estructuras transversales y longitudinales muestran cierta semejanza con las oscilaciones de resonancia transversales y longitudinales presentes en una cuenca rectangular. Este resultado abre, sin duda alguna, un campo a investigar de patrones de ondas longitudinales y transversales de arena en cuerpos de agua como bahías y golfos. Las formaciones que se encuentran al sur-occidente de la zona de estudio pueden responder a factores geométricos tal como proponen Carbajal et al. (2005) pues coinciden con el patrón de batimetría y la línea de costa. El resto de formaciones pueden ser consideradas como consecuencia de las condiciones de frontera impuestas al modelo, ya que se encuentran cercanas a dicha región.

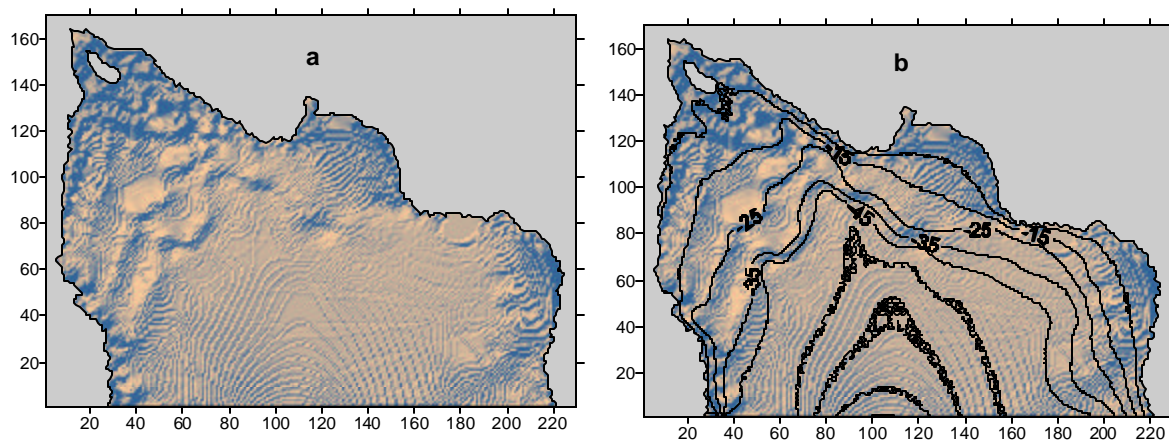


**Figura 5.1** Tasas iniciales de transporte de sedimento en Bahía Adair y fotografía satelital (Image Science and Analysis Laboratory, NASA-Johnson Space Center. 25 Mar. 2005).

En la Figura 5.1 se presenta un acercamiento de los bancos generados en Bahía Adair cotejados con una foto satelital de la misma región. Las formaciones calculadas de bancos de arena anchos en las regiones marcadas como (A) y (B), se observan claramente en la fotografía donde se muestra gran acumulación de sedimento y formaciones parecidas exactamente en las mismas posiciones. En la zona (C) de la fotografía se distinguen franjas transversales a la costa de sedimento suspendido que son un buen estimador del comportamiento del transporte de sedimento como carga de fondo, de tal manera que pueden compararse con las ondas de sedimento transversales calculadas (C). En el punto (D) se observa la formación calculada que se asemeja a Punta Pelican, cercana a Puerto Peñasco. No

se observa la acumulación de sedimento o erosión en el resto de la zona de estudio. Esto se explica por la condición de  $u_c = 0.3 m/s$ .

Para investigar el transporte eventual de sedimentos más finos, en el segundo bloque de experimentos, se realizaron cálculos con una velocidad crítica  $u_c = 0.15 m/s$ . Se observan esencialmente las mismas estructuras presentadas para velocidades  $u_c = 0.3 m/s$ , con la adición de ondas presentes en el resto el dominio. En la Figura 5.2 se observa la formación de ondas de arena en la parte central del AGC con la característica de que presentan un gradiente de longitud de onda que puede explicarse de acuerdo con lo propuesto por Carbajal et al. (2005), en donde se demuestra que la geometría tiene un papel importante en el comportamiento ondulatorio de la circulación de marea y, consecuentemente, en la formación de estructuras de ondas de arena. Para enfatizar este hecho, se presenta en la figura 5.2b la batimetría superpuesta a las formaciones de bancos de arena. En este caso, el gradiente de longitudes de onda, observados en la parte central del AGC, está relacionado con la geografía y con el gradiente de profundidad en la cuenca Wagner

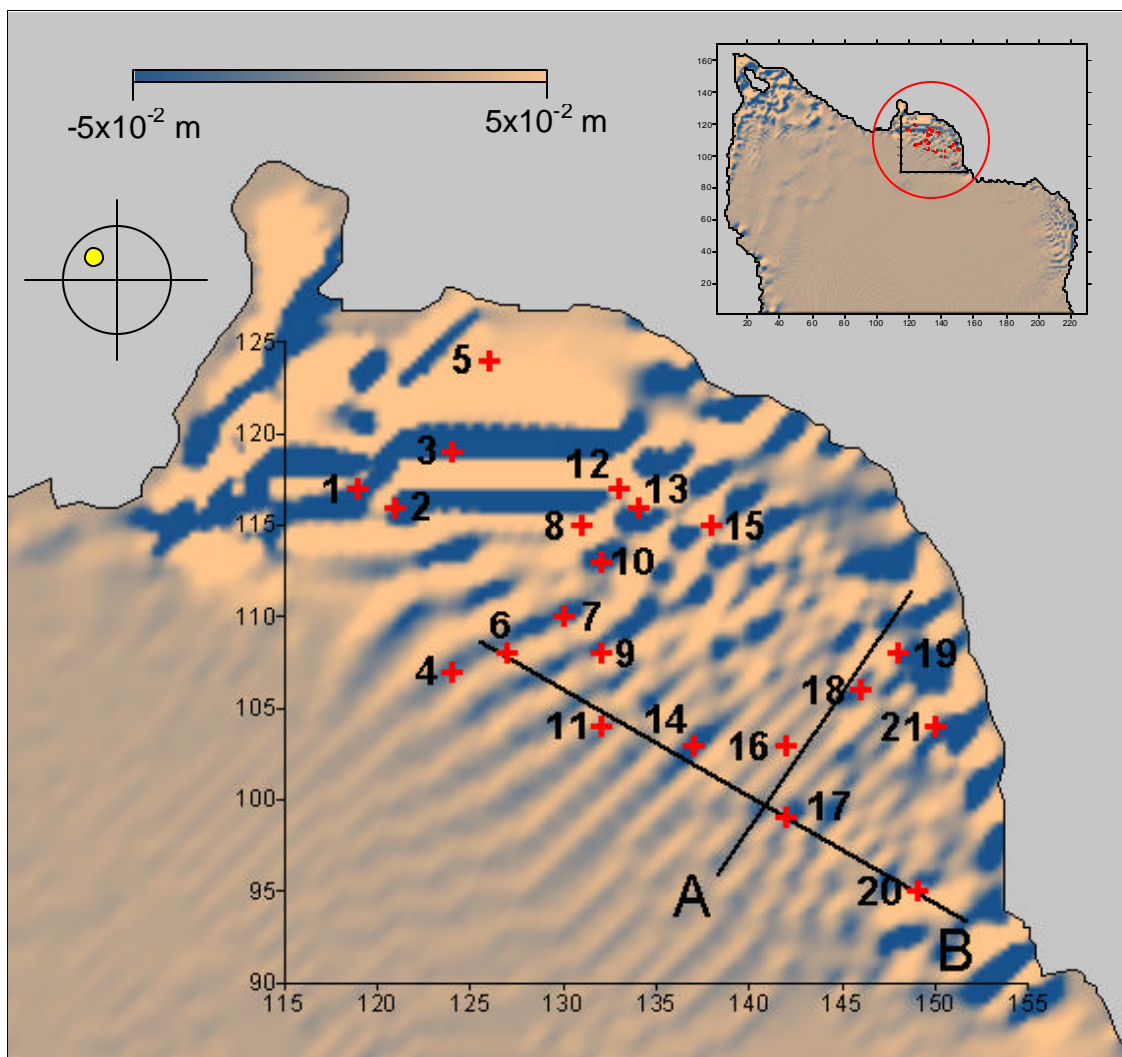


**Figura 5.2.** (a) Distribución de transporte de sedimento residual con una velocidad crítica  $u_c = 0.15 m/s$ . (b) Misma distribución incluyendo isoclinas de profundidad. (Incremento de contraste en 100%)

Es importante recalcar que la ecuación de transporte de sedimento (Ecuación 3.6) propuesta por Van Rijn (1993) es de tipo semi-empírico y los valores sugeridos para los parámetros de dicha ecuación se basan en experimentos de laboratorio. En el caso de la velocidad crítica, este valor se sugiere en función del diámetro de sedimento. En otras palabras, la ecuación considera solamente un diámetro de sedimento para todo el dominio. En el AGC se presenta una distribución heterogénea de tamaños de sedimento que van de menores de  $2.0 \phi$  a mayores de  $7\phi$  (Carriquiry y Sanchez, 1999). Así que este puede ser una fuente importante de variación en los resultados, que hay que tener en cuenta. Sin embargo, el efectuar

simulaciones numéricas considerando diferentes tamaños de arena es trabajo a realizar en el futuro. En el patrón de transporte de sedimentos residual, existe en general una buena concordancia con el patrón derivado de mediciones por Carriquiry y Sanchez (1999). Su figura 5 concuerda con la figura 4.9 de este trabajo.

Se realizó un análisis sobre algunos puntos de control en la Bahía Adair con el objetivo de conocer el comportamiento en el tiempo que tienen puntos en zonas de ondas de arena longitudinales y transversales, y eventualmente en puntos de superposición (puntos cáusticos) de los dos paquetes de ondas. Los puntos elegidos se muestran en la Figura 5.3. De todos estos puntos, algunos son analizados en esta sección. Las gráficas de todos los puntos pueden revisarse en el Anexo II.



**Figura 5.3.** Selección de puntos de control en Bahía Adair y dos transectos (A) y (B).

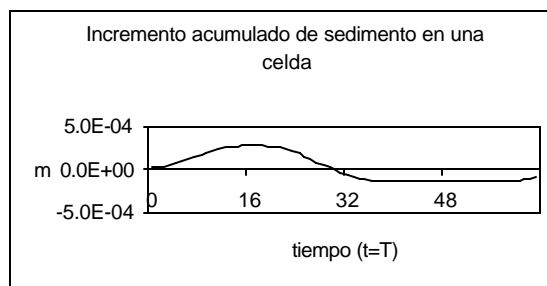
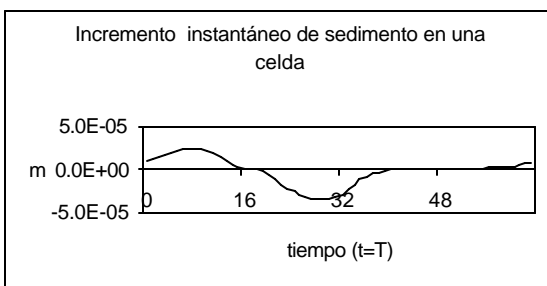
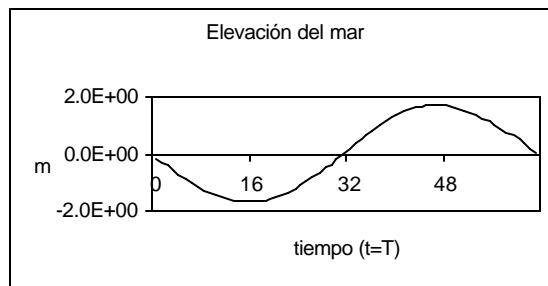
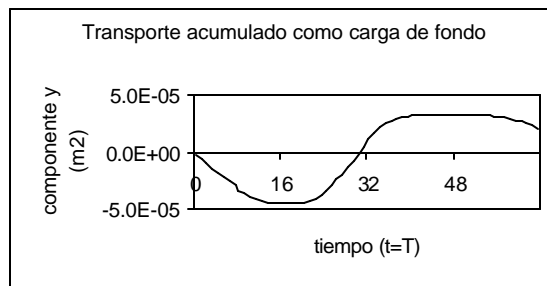
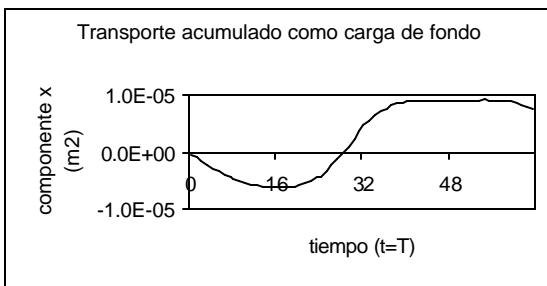
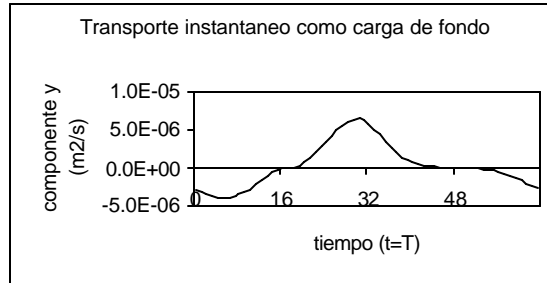
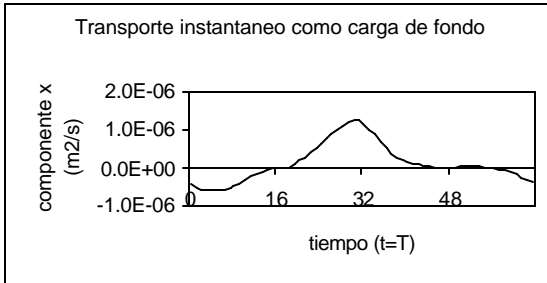
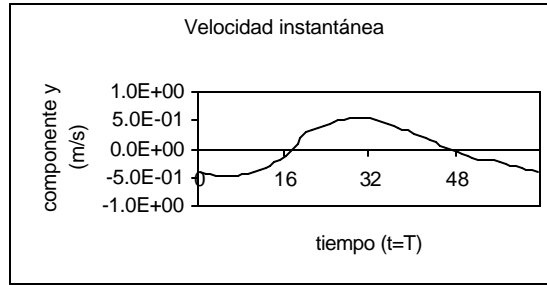
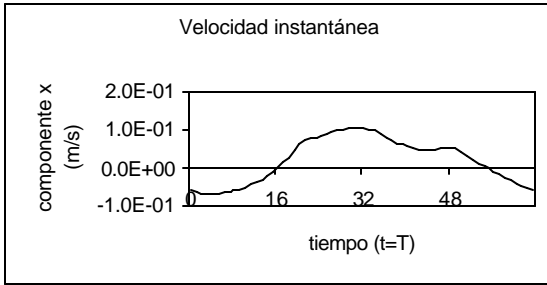
El análisis de las series de tiempo muestra que en todos los puntos estudiados se presenta un desfase entre las componente  $(x, y)$  (O-E, S-N) del vector de velocidad y la elevación del nivel del mar de aproximadamente  $p/2$ . Igualmente, se observa que la componente  $y$  (dirección S-N) del vector velocidad tiene mayor magnitud que la componente  $x$  (dirección O-E), incluso con un orden de magnitud mayor en algunos puntos. En las Figuras 5.4 – 5.7, se hicieron gráficas del comportamiento hidrodinámico de los puntos 3, 5, 12 y 13, respectivamente, expresadas en series de tiempo de un período (T) de duración. Las curvas de de transporte acumulado en las direcciones  $(x, y)$  se obtuvieron como sigue:

$$\left( S_x, S_y \right)_{acumulado} = \sum_{i=1}^n \left( S_x, S_y \right)_i \quad (5.1)$$

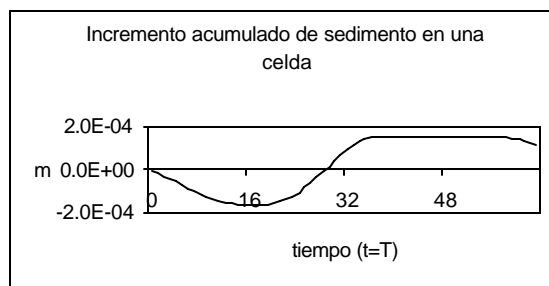
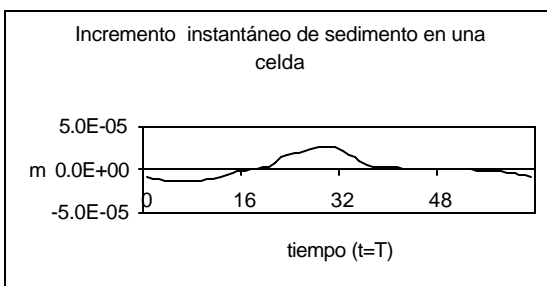
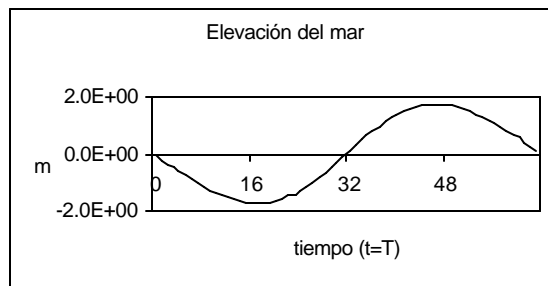
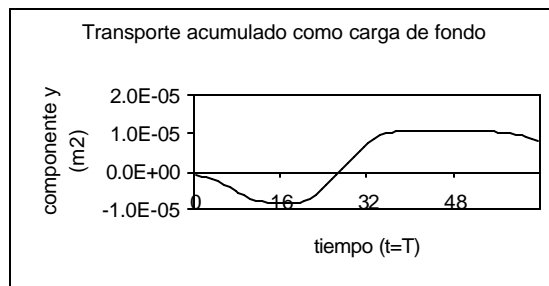
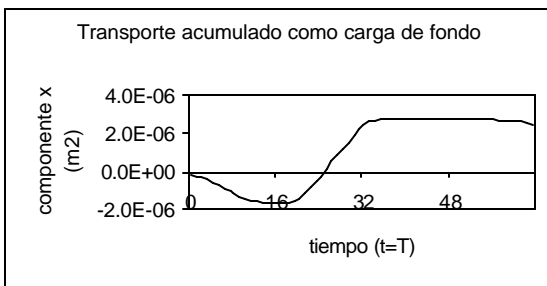
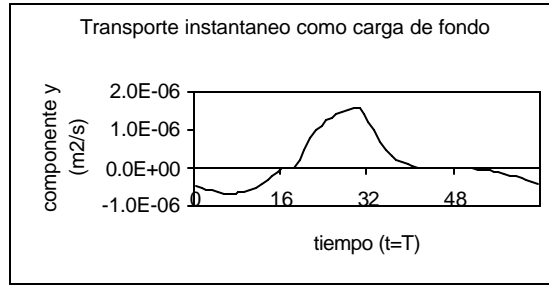
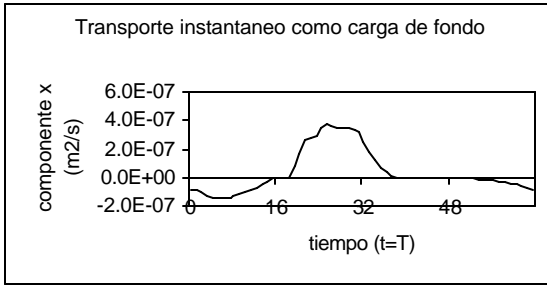
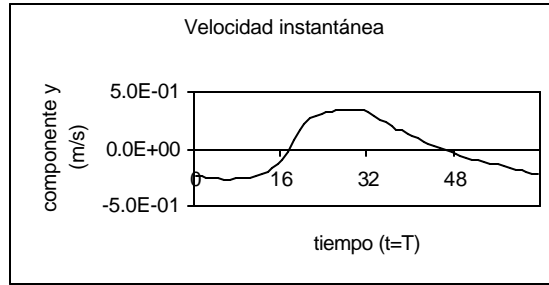
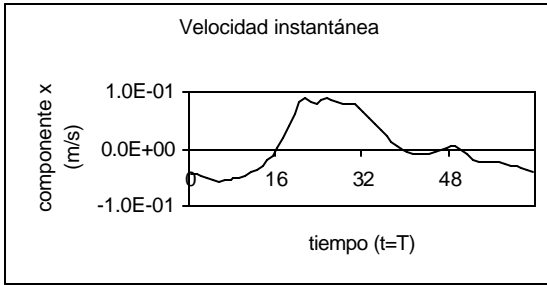
donde  $n$  es el número de pasos de tiempo en un periodo. Puesto que la sumatoria equivale a una integración en el tiempo, las unidades de  $\left( S_x, S_y \right)_{acumulado}$  son en  $m^2$ , mientras que las de  $\left( S_x, S_y \right)$  están dadas en  $m^2 / s$ . De la misma manera se calculó el incremento de sedimento acumulado en una celda. En cada paso de tiempo se hizo un balance de flujos de sedimento en las direcciones  $(x, y)$  y se efectuó la suma como en la fórmula arriba mencionada, obteniéndose los cambios del fondo marino en metros.

Los puntos 3 y 5 son claramente un caso de erosión y otro de acumulación respectivamente, como lo indican también las gráficas de incremento acumulado de sedimento en una celda en las posiciones de la malla correspondientes para estos puntos. El punto 5 es notable porque tiene un ritmo de acumulación bastante intenso y concuerda con la zona de bajos observada en la imagen de satélite en la figura 5.1. Las áreas bajo la curva son una indicación del efecto neto, lo cual corrobora lo arriba expuesto. Otro aspecto digno de ser comentado es que el comportamiento periódico de las variables graficadas no presenta comportamientos perfectamente sinusoidales debido a la influencia no lineal de la fricción en esta región tan somera ( $< 5m$ ). Se realizaron dos transectos como se muestra en la Figura 5.3 y se analizó el comportamiento en los puntos contenidos en ellos. Para el transecto A se analizaron los puntos 17, 16, 18 y 19. Conforme el transecto se acerca a la línea de costa existe un desfaseamiento de la componente  $x$  del vector velocidad, mientras que la componente  $y$  se mantiene prácticamente constante (ver Figura 5.8). Para el transecto B, se consideran los puntos 20, 17, 14, 11 y 6 (ver Figura 5.9). En los puntos 14, 11 y 6 el comportamiento es bastante semejante en cuanto a sus propiedades dinámicas. Estos puntos, ubicados en la frontera entre la Bahía de Adair y el Golfo de California, muestran claramente un comportamiento no lineal, con producción de armónicos como el  $M_4$ . Este efecto se nota más notablemente en la curva de transporte de sedimento instantáneo de la

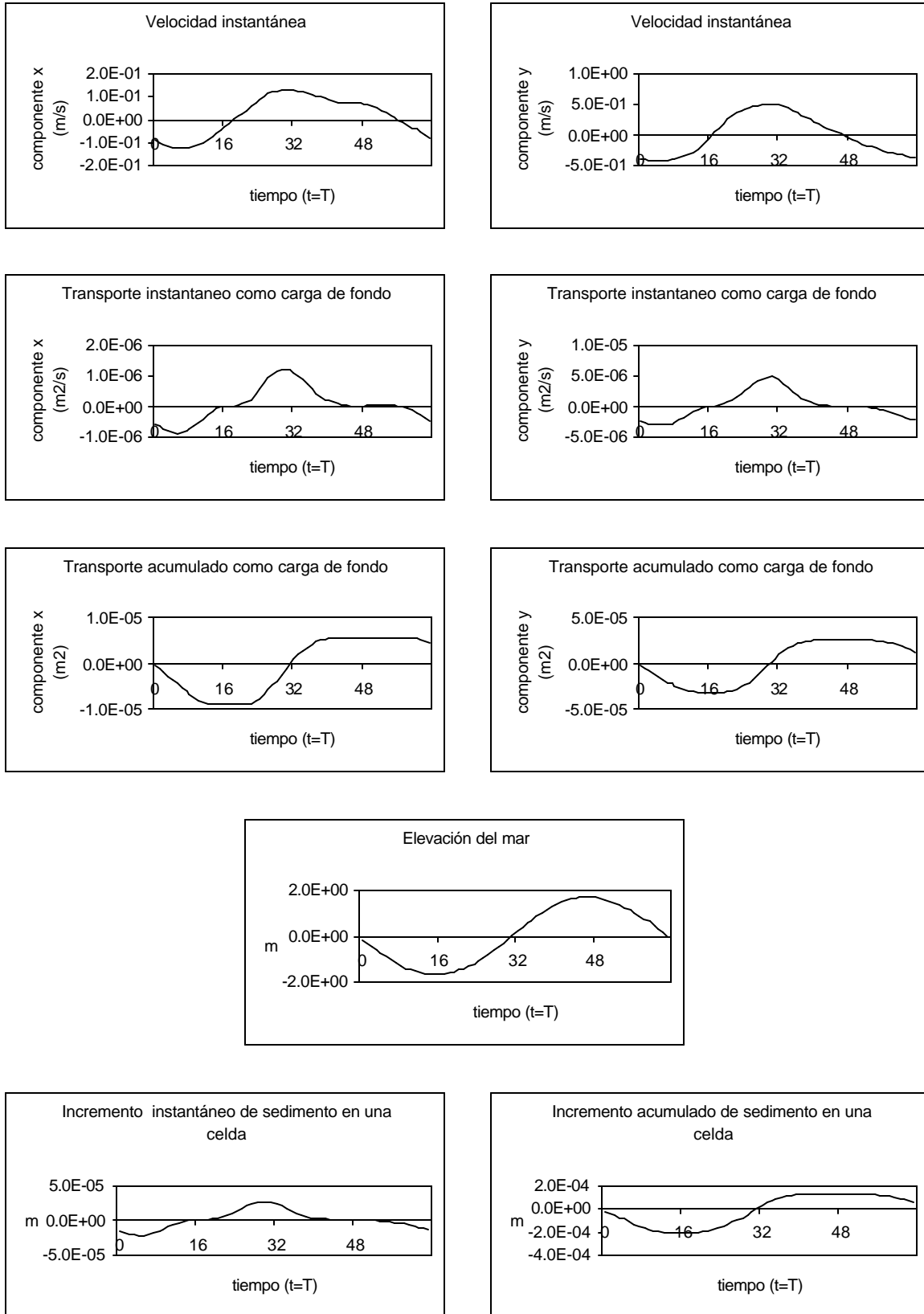
componente  $x$ . Los puntos 6 y 14 son de acumulación y el 11 de erosión. Por el contrario, los puntos 20 y 17 muestran grandes efectos de erosión en la componente  $x$  y efectos de acumulación en la componente  $y$ . El resultado de estos efectos es de erosión en el punto 17 y de acumulación en el punto 20. Considerando los resultados de ambos transectos podemos generalizar diciendo que las características hidrodinámicas se mantienen, hasta cierto punto, similares en un eje paralelo a la costa (línea B), mientras que existe una variación del componente  $y$  con respecto a un eje transversal a la costa (línea A). La variación de la fase tanto en la línea A como la B coincide particularmente bien con el presentado por Carbajal y Pohlmann (2004) para sistemas anfidrómicos en regiones rectangulares que contienen pequeñas bahías a lo largo de la línea de costa (Figura 5.10). En la figura 5.10 c) se observa un gradiente de la componente  $y$  del vector de velocidad (dirección N-S) en sentido transversal a la bahía.



**Figura 5.4.** Series de tiempo para características hidrodinámicas en el Punto 3.

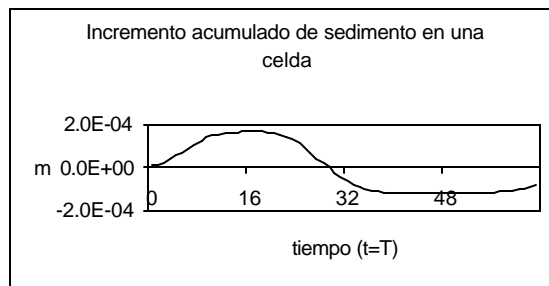
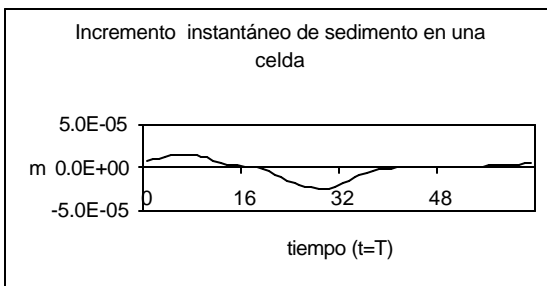
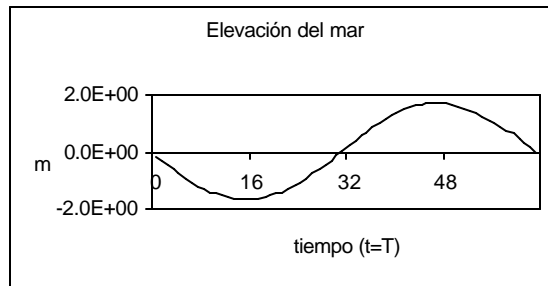
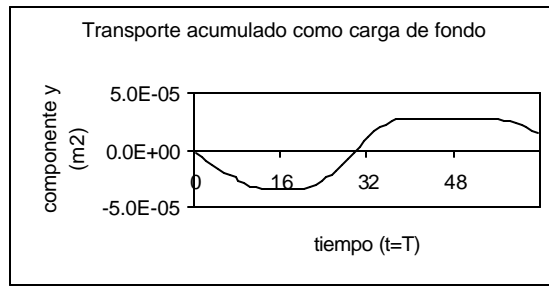
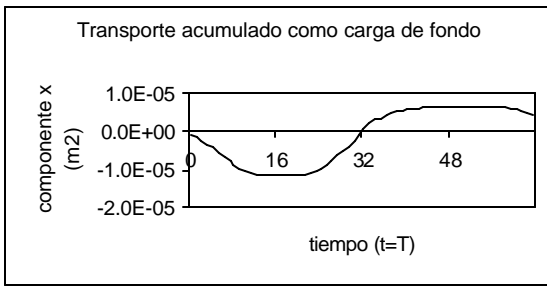
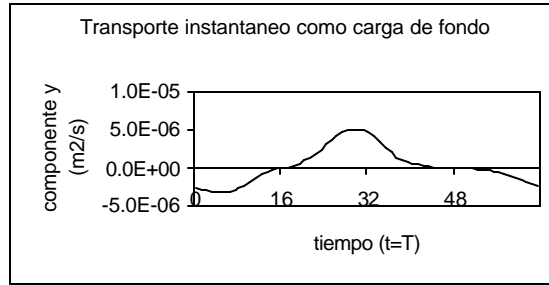
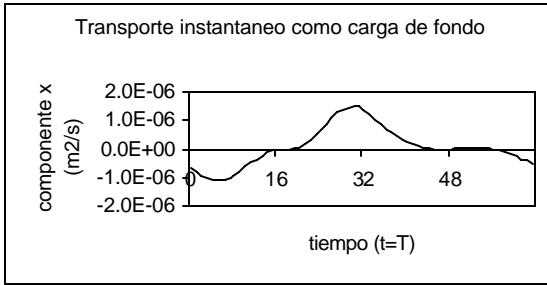
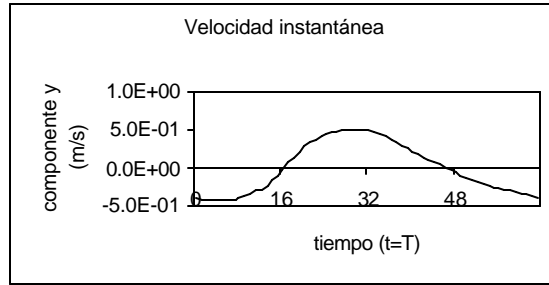
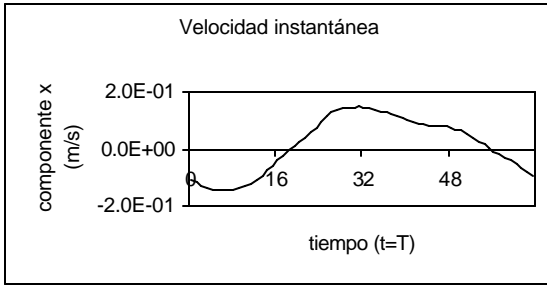


**Figura 5.5.** Series de tiempo para características hidrodinámicas en el Punto 5.



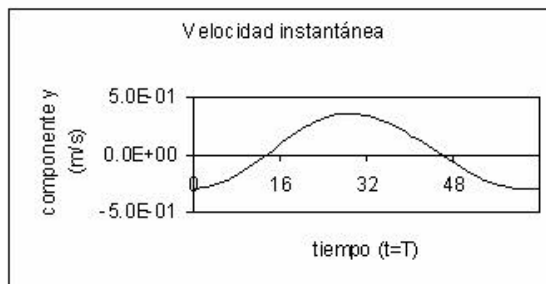
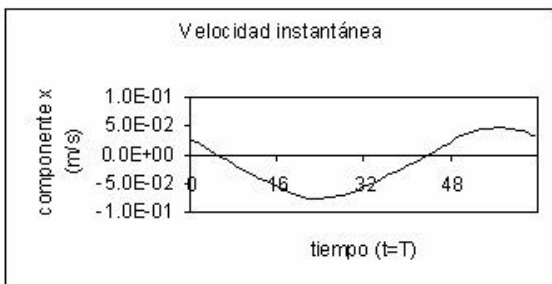
**Figura 5.6.** Series de tiempo para características hidrodinámicas en el Punto 12.



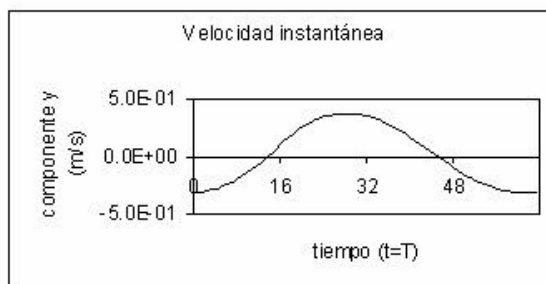
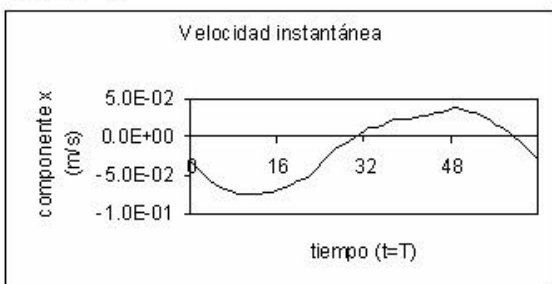


**Figura 5.7.** Series de tiempo para características hidrodinámicas en el Punto 13.

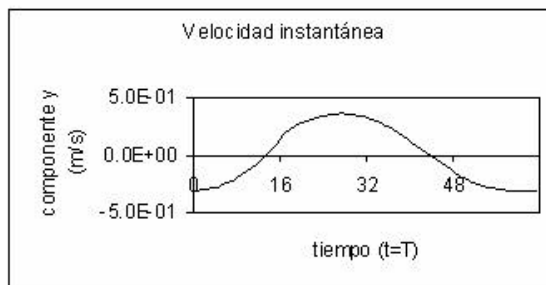
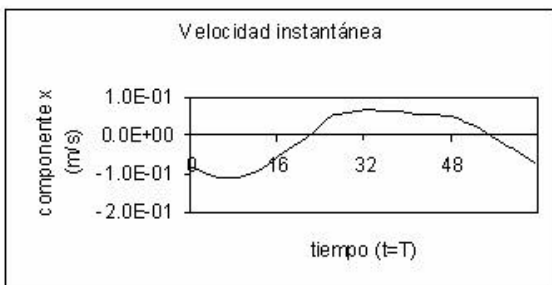
**Punto 17**



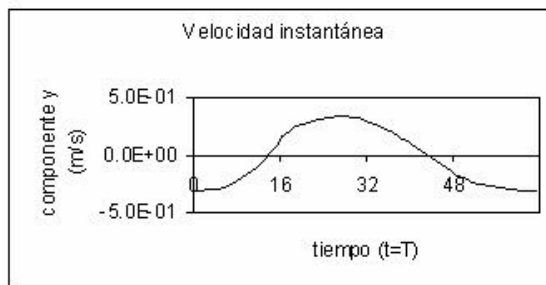
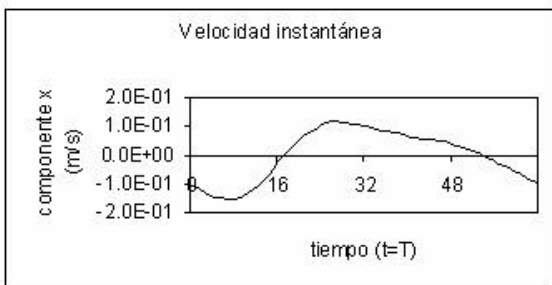
**Punto 16**



**Punto 18**

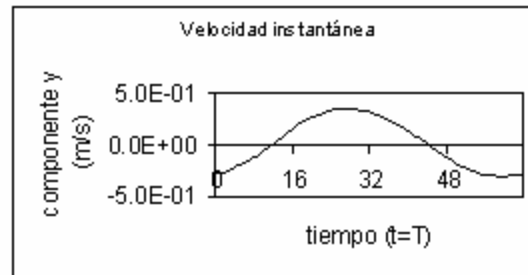
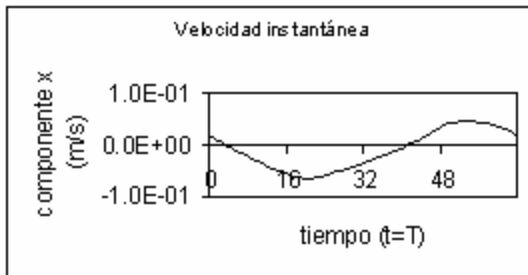


**Punto 19**

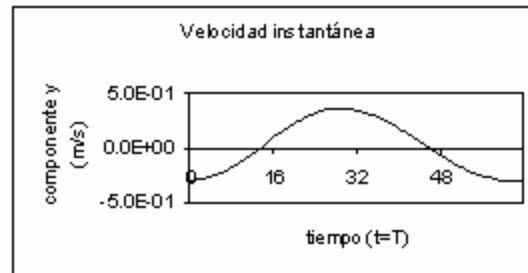
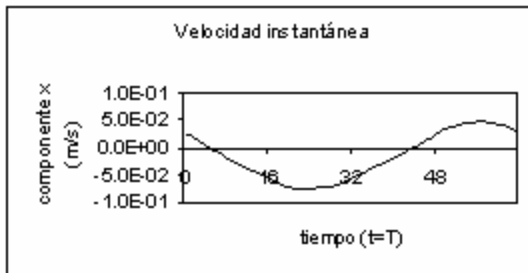


**Figura 5.8.** Componentes de velocidad para puntos en el transecto A.

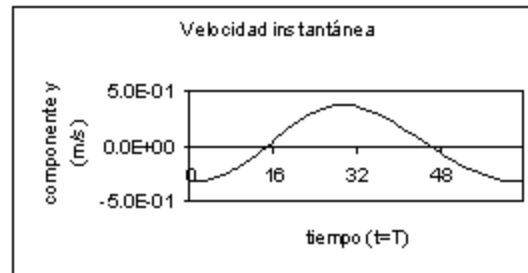
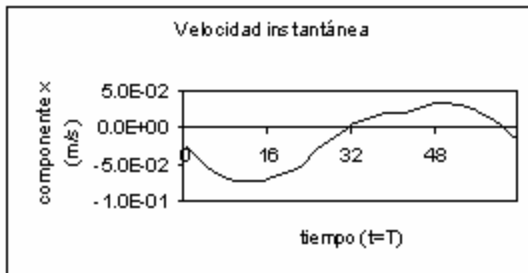
### Punto 20



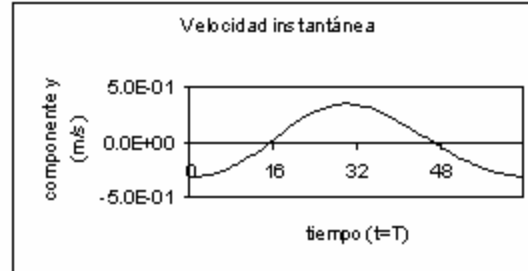
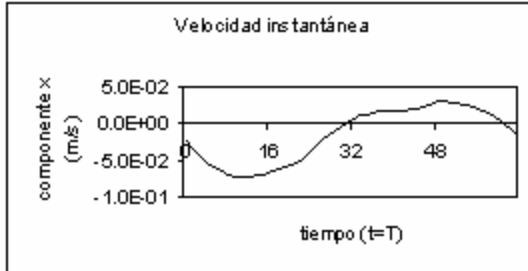
### Punto 17



### Punto 14



### Punto 11



### Punto 6

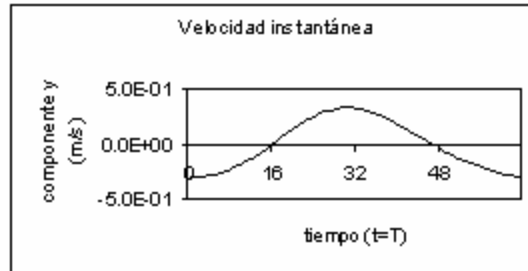
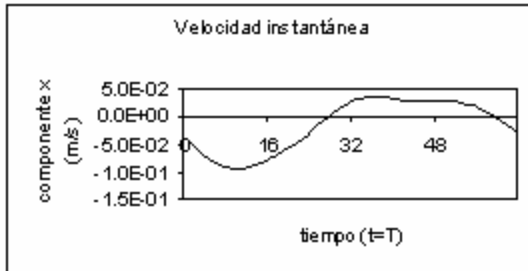
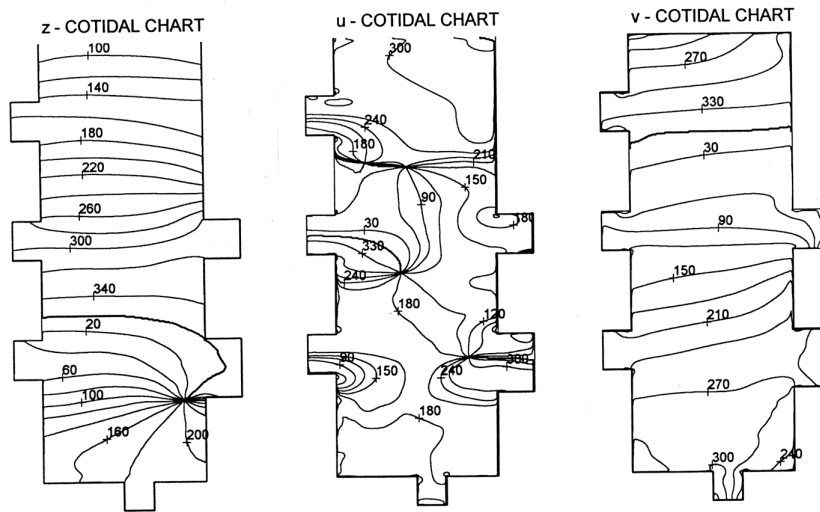


Figura 5.9. Componentes de velocidad para puntos en el transecto B.



**Figura 5.10.** Sistemas anfídemicos de la elevación de la superficie del mar (a), de la componente este-oeste de la velocidad (b); y de la componente norte-sur de la velocidad (c) para una cuenca hipotética de 1000 km de largo y 500 km de ancho. Tomada de Carbajal y Pohlmann (2004).

Para concluir, se puede decir que la modelación numérica permite la descripción hidrodinámica de una región de estudio de manera adecuada. En este caso se utilizó un modelo bidimensional verticalmente integrado que representó la circulación en el AGC. Este modelo de circulación fue acoplado a un modelo semi-empírico de transporte de sedimentos como carga de fondo.

La circulación y las propiedades hidrodinámicas del Alto Golfo de California están gobernadas por corrientes de marea, y en forma dominante por la componente lunar principal denominada  $M_2$ . En este trabajo se investigó el efecto de las mareas semidiurnas sobre el transporte de sedimentos como carga de fondo a través de la  $M_2$ . Los resultados mostraron que es posible reproducir cualitativamente bien las características hidrodinámicas y los patrones de bancos de arena más importantes del AGC. Uno de los resultados más importantes de esta investigación es el haber encontrado en la Bahía de Adair ondulaciones de sedimentos o bancos de arena tanto longitudinales como transversales, cada grupo con una longitud de onda diferente. El análisis detallado de las series de tiempo del comportamiento de elevación del mar, componentes  $x$  y  $y$  de la velocidad, transporte instantáneo de sedimentos, transporte acumulado de sedimentos e incremento instantáneo y acumulado de en celdas refleja la fuerte no linealidad de los procesos hidrodinámicos en el AGC. Así mismo, las series de tiempo indican como son los transportes en las direcciones  $x$  y  $y$ , reflejando la dominancia de alguno de ellos.

El transporte de sedimentos como carga de fondo es descrito en forma adecuada por el modelo, pues los resultados coinciden cualitativamente bien con observaciones e imágenes de satélite. Así mismo, el análisis de las ondas de sedimento en el AGC plantea la posibilidad de generalizar estos resultados para otras regiones con características geométricas similares, lo cual puede ser un trabajo a futuro muy interesante. El modelo desarrollado puede ser aplicado al transporte de sedimentos en puertos para el estudio de asolvamiento de los canales de navegación y en procesos de transporte de sedimentos asociados a agregaciones de contaminantes y en general en la ecología del fondo marino.

## Bibliografía

- Argote, M.L., Lavín, M.F., Amador, A. 1998. Barotropic Eulerian Residual Circulation in the Gulf of California due to the M<sub>2</sub> tide and wind stress. *ATMOSFERA* **11**, 173-197.
- Backhaus, J.O. 1983. A semi-implicit scheme for the shallow water equations for application to shelf sea modeling. *Cont. Shelf Res.* **2**(4), 243-254.
- Bagnold, R.A. 1966. An approach to the sediment transport problem from general Physics. *Geological Survey Prof. Paper* 422-1. Washington.
- Bijker, E.W. 1971. Long-shore transport computations. *Journal of waterways, harbors and coastal engineering.* **99**, WW4.
- Blondeaux P. y Vittori, G. 2005. Flow and sediment transport induced by tide propagation. *J. Geophys. Res.* **110**, C8, C08005.
- Bryan, K. 1969. A numerical model for the study of the circulation of the world oceans. *J. Comput. Phys.* **4**, 347-359.
- Cabannes, H. 1970. *Theoretical magneto-fluid dynamics*. Academic Press, New York. 233 pp.
- Carbajal, N. 1993. Modeling of the circulation in the Gulf of California. Doctoral Dissertation. Institute fur Meereskunde, Hamburg. 186 pp.
- Carbajal, N., Souza, A., Durazo, R. 1997. A numerical study of the ex-ROFI of the Colorado River. *J. Mar. Syst.* **12**, 17-33.
- Carbajal, N. y Montaña, Y. 1999. Tasas de crecimiento y escalas de bancos de arena en el Delta del Río Colorado. *Cienc. Mar.* **25**:4
- Carbajal, N. y Montaña, Y. 2001. Comparison between predicted and observed physical features of sandbanks. *Estuar. Coast. Shelf. Sci.* **52**, 435-443.
- Carbajal, N., Pohlmann, T. 2004. Comparison between measured and calculated tidal ellipses in the German Bight. *Ocean Dynamics.* **54** :520-530
- Carbajal, N., Piney, S., Gomez-Rivera, J. A numerical study of the influence of geometry on the formation of sandbanks. *Ocean Dynamics* (en prensa)
- Carriquiry, J.D. y Sánchez, A. 1999. Sedimentation in the Colorado River delta and Upper Gulf of California after a century of discharge loss. *Mar. Geol.* **158**, 125-145.
- Cartwright, D.E. Theory of ocean tides with application to altimetry. En *Satellite Altimetry in Geodesy and Oceanography*, pp. 99-141. Springer-Verlag, Berlin/New York.
- Csanady, G.T. 1997. On the theories that underlie our understanding of Continental Shelf Circulation. *J. Oceanogr.* **56**, 207-229.
- Delgado-González, O.E., Ocampo-Torres, F.J., Larios-Castillo, F. 1994. Breezes during some months of spring and summer in the northwest of the Gulf of California. *Cienc. Mar.* **20**(3), 421-440.

- Desai, S.D. 1996. *Ocean tides from TOPEX/POSEIDON altimetry with some geophysical applications*. Doctoral Dissertation, University of Colorado.
- Dietrich, G., Kalle, K., Krauss, W., Siedler, G. 1980. Tidal phenomenon. En *General Oceanography*, pp. 407-459. Wiley, New York.
- DuBoys, P. 1879. Le rohne et les riveires a lit affouillable. *Annales des Ponts et Chaussées*. Series 5, **18**, 141-195.
- Einstein, H. A. 1950. The bed-load function for sediment transportation in open channel flow. *Technical Bulletin No. 1026*. U.S. Dep. of Agriculture. Washington.
- Filloux, J.H. 1973. Tidal patterns and energy balance in the Gulf of California. *Nature*. **243**, 217-221.
- Fredsoe, J., Andersen, O.H., Silberg, S. 1985. Distribution of suspended sediment in large waves. *Journal of waterways, port, and coastal engineering*. **3**(6).
- García-Ballesteros, M.G. y Larroque, M. 1974. Elementos sobre la distribución de turbidez en el Alto Golfo de California. *Cienc. Mar.* **1**, 1-30.
- Hamon, B.V. 1962. The spectrums of sea level at Sidney, Coff's Harbor and Lord Howe Island. *J. Geophys. Res.* **67**, 5147-5155.
- Hendershott, M.C., y Speranza, A. 1971. Co-oscillating tides in long, narrow bays: The Taylor problem revisited. *Deep Sea Res.* **18**, 959-980.
- Horikawa, K., Hotta, S., Kraus, N.C. 1986. Literature review of sand transport by wind and a dry sand surface. *Coast. Eng.* **9**, 503-526.
- Hulscher, S., De Swart, H., De Vriend, H.J. 1993. Generation of offshore tidal sand banks and sand waves. *Cont. Shelf Res.* **13**, 1183-1204.
- Hulscher, S. 1995. Tidal induced large-scale regular bed form patterns in a three-dimensional shallow water model. *Institute for Marine and Atmospheric Research*. **R** 95-11. Utrecht.
- Hulscher, S. 1996. *Formation and migration of large-scale, rhythmic sea bed patterns: a stability approach*. Doctoral Dissertation. University of Utrecht. Utrecht. 143 pp.
- Huthnance, J. 1973. Tidal current asymmetries over the Norfolk sandbanks. *Est. Coast. Mar. Sc.* **1**, 89-99.
- Huthnance, J. 1982. On the mechanism forming linear sand banks. *Estuar. Coast. Shelf. Sci.* **14**, 79-99.
- Huyer, A. 1990. Shelf Circulation. *The Sea*. **9A**, 423-466.
- Julien, P.Y. 1994. *Erosion and Sedimentation*. Cambridge University Press, Cambridge. 354 pp.
- Kalinske, A.A. 1947. Movement of sediment as bed load in rivers. *Trans. Amer. Geophy. Union.* **28** (4), 615-620.

- Kantha, L.H. y Clayson C.A. 2000. *Numerical Models of Oceans and Oceanic Processes*. Academic Press, San Diego. 940 pp.
- Kowalik, Z. y Murty, T.S. 1993. *Numerical Modeling of Ocean Dynamics*. World Scientific, Singapore. 481 pp.
- Lambeck, K. 1988. *Geophysical Geodesy*. Oxford University Press, London. 718 pp.
- Lavín, M.F., y Sanchez, S. 1999. On how the Colorado River affected the hydrography of the upper Gulf of California. *Cont. Shelf Res.* **19**, 1545-1560.
- Marinone, S.G. 1997. Tidal residual currents in the Gulf of California: Is the  $M_2$  tidal constituent sufficient to induce them? *J. Geophys. Res.* **102**, 8611-8623.
- Mathews, J.B. 1969. Tides in the Gulf of California. En *Environmental Impact of Brine effluents in the Gulf of California*, pp. 41-50. *Saline Water Res. And Dev. Prog. Rept.* **387**, 1-207.
- Meyer-Peter, E., y Muller, R. (1948). Formulas for bed load transport. *Proc. 2<sup>nd</sup> Meeting IAHR*. Stockholm.
- Montaño, Y. 2003. *Long term effects of the bed load sediment transport on the sea-bottom morphodynamics of the Colorado River Delta, Mexico*. Doctoral Dissertation, Liege University. Liege. 126 pp.
- Mortimer, C.H. 1963. Frontiers in physical limnology with particular reference to long waves in rotating basins. *Great Lakes Research Division, The University of Michigan* **10**, 9-42.
- Mulder, T. Modeling patterns of large-scale morphodynamical change in the Southern Bight of the North Sea. *Institute for Marine and Atmospheric Research, V 02-07*, University of Utrecht. Utrecht.
- Off, T. (1963) Rhythmic linear sand bodies caused by tidal currents. *Bulletin of the American Association of Petroleum Geologists.* **47**, 324-341.
- Overland, J.E., Solo J., Kantha, L.H., Clayson, C.A. 1999. Thermal stratification and mixing on the Bering Shelf. En *The Bering Sea: Physical, Chemical and Biological Dynamics*. PICES Bering Sea Volume.
- Pond, S., y G.L. Pickard. 1989. *Introductory Dynamical Oceanography*. Pergamon, New York. 329 pp.
- Ribberink, J.S. y Al-Salem, A.A. 1994. Sediment transport in oscillatory boundary layers of rippled beds and sheet flow. *J. Geophys. Res.* **99** (C6), 12707-12727.
- Roden, G.L. y Groves, G.W. 1959. Recent oceanographic observations in the Gulf of California. *J. Mar. Res.* **18**, 10-35.
- Schuttelaars, H.M. y De Swart, H.E. 1996. An idealized long-term morphodynamic model of a tidal embayment. *Eur. J. Mech. B/Fluids.* **15**(1), 55-80.
- Speer, P.E. y Aubrey, D.G. 1985. A study of nonlinear tidal propagation in Shallow Inlet/Estuarine Systems. Part II: Theory. *Est. Coast. Shelf Sci.* **21**, 207-224.
- Staub, C., Jonsson, I.G., Svendesen, I.A. 1984. *Variation of sediment suspension in oscillatory flow*. 19<sup>th</sup> ICCE, Houston.



Stock, G.G. 1976. *Modeling of tides and tidal dissipation in the Gulf of California*. Doctoral Dissertation, Scripps Inst. of Oceanogr., Univ. of California, San Diego.

Taylor, G.I. 1920. Tidal oscillations in Gulfs and Rectangular Basins. *Proc. London Mathem. Soc.* **20**(2), 148-179.

Thompson, R.W. 1968. Tidal flat sedimentation on the Colorado River delta, northwestern Gulf of California. *Mem. Geol. Soc. Amer.* **107**, 133.

Van de Meene, J.W.H. 1994. *The shore-face connected ridges along the central Dutch coast*. Doctoral dissertation. University of Utrecht, Utrecht.

Van Rijn, L.C. 1993. *Principles of sediment transport in rivers, estuaries and coastal seas*. Acqua Publications, Amsterdam.

Van Rijn, L. C. 1998. *Principles of coastal morphology*. Acqua Publications, Amsterdam.

Webb, T. 1995. Steady Coastal Circulation on a Narrow Irregular Shelf. *J. Phys. Oceanogr.* **26**, 1673-1689.

Winant, C.D., Beardsley, R.C., Davis, R.E. 1987. Moored wind, temperature and current observations made during Coastal Ocean Dynamics Experiments 1 and 2 over the Northern California continental shelf and upper slope. *J. Geophys. Res.* **92**, 1569-1604.

Wolf, F. 1997. *Hydrodynamics, sediment transport and daily morphological development of a bar-beach system* Doctoral dissertation. University of Utrecht. Utrecht.

## Anexo I. Desarrollo de la discretización del modelo.

Se comienza a partir de las ecuaciones de movimiento y la de continuidad, verticalmente integradas:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{U}{(H+z)} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{V}{(H+z)} \frac{\partial U}{\partial y} - fV = -g(H+z) \frac{\partial z}{\partial x} + A_H (\nabla^2 \bar{U}) - r \frac{(U^2 + V^2)^{1/2} U}{(H+z)^2} \quad (\text{a.1})$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{U}{(H+z)} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{V}{(H+z)} \frac{\partial V}{\partial y} + fU = -g(H+z) \frac{\partial z}{\partial y} + A_H (\nabla^2 \bar{U}) - r \frac{(U^2 + V^2)^{1/2} V}{(H+z)^2} \quad (\text{a.2})$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (\text{a.3})$$

agrupamos algunos términos,

$$T_x = -\frac{U}{(H+z)} \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{V}{(H+z)} \frac{\partial U}{\partial y} + fV + A_H (\nabla^2 \bar{U}) \quad (\text{a.4})$$

$$T_y = -\frac{U}{(H+z)} \frac{\partial V}{\partial x} - \frac{V}{(H+z)} \frac{\partial V}{\partial y} - fU + A_H (\nabla^2 \bar{U}) \quad (\text{a.5})$$

y tenemos,

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -g(H+z) \frac{\partial z}{\partial x} + T_x - \frac{rU}{(H+z)^2} \sqrt{U^2 + V^2} \quad (\text{a.6})$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -g(H+z) \frac{\partial z}{\partial y} + T_y - \frac{rV}{(H+z)^2} \sqrt{U^2 + V^2} \quad (\text{a.7})$$

discretizando:

$$\frac{U_{i,j}^{n+1} - U_{i,j}^n}{\Delta t} = -g(H_{i,j} + z_{i,j}^n) \left[ \mathbf{a} \left( \frac{z_{i,j+1}^{n+1} - z_{i,j}^{n+1}}{\Delta x} \right) + \mathbf{b} \left( \frac{z_{i,j+1}^n - z_{i,j}^n}{\Delta x} \right) \right] + T_{x,i,j}^n - \frac{rU_{i,j}^{n+1} \sqrt{(U_{i,j}^{n+1})^2 + (V_{i,j}^{n+1})^2}}{(H_{i,j} + z_{i,j}^n)^2} \quad (\text{a.6})$$

$$\frac{V_{i,j}^{n+1} - V_{i,j}^n}{\Delta t} = -g(H_{i,j} + z_{i,j}^n) \left[ \mathbf{a} \left( \frac{z_{i-1,j}^{n+1} - z_{i,j}^{n+1}}{\Delta y} \right) + \mathbf{b} \left( \frac{z_{i-1,j}^n - z_{i,j}^n}{\Delta y} \right) \right] + T_{y,i,j}^n - \frac{rV_{i,j}^n \sqrt{(U_{i,j}^{n+1})^2 + (V_{i,j}^{n+1})^2}}{(H_{i,j} + z_{i,j}^n)^2} \quad (\text{a.7})$$

$$\frac{z_{i,j}^{n+1} - z_{i,j}^n}{\Delta t} = - \left[ \mathbf{a} \left( \frac{U_{i,j}^{n+1} - U_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta x} \right) + \mathbf{b} \left( \frac{U_{i,j}^n - U_{i,j-1}^n}{\Delta x} \right) + \mathbf{a} \left( \frac{V_{i,j}^{n+1} - V_{i+1,j}^{n+1}}{\Delta y} \right) + \mathbf{b} \left( \frac{V_{i,j}^n - V_{i+1,j}^n}{\Delta y} \right) \right] \quad (\text{a.8})$$

donde  $\mathbf{a}$  es el peso relativo que se da al paso de tiempo adelantado ( $0 \leq \mathbf{a} \leq 0.5$ ) y ( $\mathbf{b} = 1 - \mathbf{a}$ ). Si consideramos el lado izquierdo de la ecuación, incluyendo en él al término de fricción, tenemos

$$U_{i,j}^{n+1} \left( 1 + r\Delta t \frac{\sqrt{(U_{i,j}^n)^2 + \bar{V}_{i,j}^{n2}}}{(H_{i,j} + \mathbf{z}_{i,j}^n)^2} \right) = \frac{U_{i,j}^{n+1}}{f_{i,j}^{(x)^n}} \quad (\text{a.9})$$

$$V_{i,j}^{n+1} \left( 1 + r\Delta t \frac{\sqrt{(\bar{U}_{i,j}^n)^2 + V_{i,j}^{n2}}}{(H_{i,j} + \mathbf{z}_{i,j}^n)^2} \right) = \frac{V_{i,j}^{n+1}}{f_{i,j}^{(y)^n}} \quad (\text{a.10})$$

donde

$$f_{i,j}^{(x)^n} = \frac{1}{\left( 1 + r\Delta t \frac{\sqrt{(U_{i,j}^n)^2 + \bar{V}_{i,j}^{n2}}}{(H_{i,j} + \mathbf{z}_{i,j}^n)^2} \right)} \quad (\text{a.11})$$

$$f_{i,j}^{(y)^n} = \frac{1}{\left( 1 + r\Delta t \frac{\sqrt{(\bar{U}_{i,j}^n)^2 + V_{i,j}^{n2}}}{(H_{i,j} + \mathbf{z}_{i,j}^n)^2} \right)} \quad (\text{a.12})$$

y las ecuaciones (a.6) y (a.7) se pueden escribir como

$$U_{i,j}^{n+1} = -g(H_{i,j} + \mathbf{z}_{i,j}^n) f_{i,j}^{(x)^n} \Delta t \left[ \mathbf{a} \left( \frac{\mathbf{z}_{i,j+1}^{n+1} - \mathbf{z}_{i,j}^{n+1}}{\Delta x} \right) + \mathbf{b} \left( \frac{\mathbf{z}_{i,j+1}^n - \mathbf{z}_{i,j}^n}{\Delta x} \right) \right] + f_{i,j}^{(x)^n} \Delta t T_{x,i,j}^n + U_{i,j}^n f_{i,j}^{(x)^n} \quad (\text{a.13})$$

$$V_{i,j}^{n+1} = -g(H_{i,j} + \mathbf{z}_{i,j}^n) f_{i,j}^{(y)^n} \Delta t \left[ \mathbf{a} \left( \frac{\mathbf{z}_{i-1,j}^{n+1} - \mathbf{z}_{i,j}^{n+1}}{\Delta y} \right) + \mathbf{b} \left( \frac{\mathbf{z}_{i-1,j}^n - \mathbf{z}_{i,j}^n}{\Delta y} \right) \right] + f_{i,j}^{(y)^n} \Delta t T_{y,i,j}^n + V_{i,j}^n f_{i,j}^{(y)^n} \quad (\text{a.14})$$

ahora se definen,

$$B_{i,j}^n = -\mathbf{b}\Delta t \left( \frac{U_{i,j}^n - U_{i,j-1}^n}{\Delta x} \right) - \mathbf{b}\Delta t \left( \frac{V_{i,j}^n - V_{i+1,j}^n}{\Delta y} \right) + \mathbf{z}_{i,j}^n \quad (\text{a.15})$$

$$P_{i,j}^{(x)^n} = -g(H_{i,j} + \mathbf{z}_{i,j}^n) f_{i,j}^{(x)^n} \Delta t \mathbf{b} \left( \frac{\mathbf{z}_{i,j+1}^n - \mathbf{z}_{i,j}^n}{\Delta x} \right) + f_{i,j}^{(x)^n} \Delta T_{x,i,j}^n + U_{i,j}^n f_{i,j}^{(x)^n} \quad (\text{a.16})$$

$$P_{i,j}^{(y)^n} = -g(H_{i,j} + \mathbf{z}_{i,j}^n) f_{i,j}^{(y)^n} \mathbf{b} \Delta t \left( \frac{\mathbf{z}_{i-1,j}^n - \mathbf{z}_{i,j}^n}{\Delta y} \right) + f_{i,j}^{(y)^n} \Delta T_{y,i,j}^n + V_{i,j}^n f_{i,j}^{(y)^n} \quad (\text{a.17})$$

$$R_{i,j}^{(x)^n} = -g \left( \frac{(H_{i,j} + \mathbf{z}_{i,j}^n) f_{i,j}^{(x)^n} \Delta t \mathbf{a}}{\Delta x} \right) \quad (\text{a.19})$$

$$R_{i,j}^{(y)^n} = -g \left( \frac{(H_{i,j} + \mathbf{z}_{i,j}^n) f_{i,j}^{(y)^n} \Delta t \mathbf{a}}{\Delta y} \right) \quad (\text{a.18})$$

y sustituimos en (a.13), (a.14) y (a.8)

$$U_{i,j}^{n+1} = R_{i,j}^{(x)^n} (\mathbf{z}_{i,j+1}^{n+1} - \mathbf{z}_{i,j}^{n+1}) + P_{i,j}^{(x)^n} \quad (\text{a.19})$$

$$V_{i,j}^{n+1} = R_{i,j}^{(y)^n} (\mathbf{z}_{i-1,j}^{n+1} - \mathbf{z}_{i,j}^{n+1}) + P_{i,j}^{(y)^n} \quad (\text{a.20})$$

$$\mathbf{z}_{i,j}^{n+1} = -\mathbf{a} \frac{\Delta t}{\Delta x} (U_{i,j}^{n+1} - U_{i,j-1}^{n+1}) - \mathbf{a} \frac{\Delta t}{\Delta y} (V_{i,j}^{n+1} - V_{i+1,j}^{n+1}) + B_{i,j}^n \quad (\text{a.21})$$

es interesante resaltar que en la ecuación (a.21) las variables  $U_{i,j-1}^{n+1}$  y  $V_{i+1,j}^{n+1}$  que deben recibir un tratamiento análogo a  $U_{i,j}^{n+1}$  y  $V_{i,j}^{n+1}$  respectivamente,

$$U_{i,j-1}^{n+1} = R_{i,j-1}^{(x)^n} (\mathbf{z}_{i,j}^{n+1} - \mathbf{z}_{i,j-1}^{n+1}) + P_{i,j-1}^{(x)^n} \quad (\text{a.22})$$

$$V_{i+1,j}^{n+1} = R_{i+1,j}^{(y)^n} (\mathbf{z}_{i,j}^{n+1} - \mathbf{z}_{i+1,j}^{n+1}) + P_{i+1,j}^{(y)^n} \quad (\text{a.23})$$

Tenemos entonces las siguientes incógnitas:

$$\mathbf{z}_{i,j}^{n+1}, \mathbf{z}_{i,j+1}^{n+1}, \mathbf{z}_{i-1,j}^{n+1}, \mathbf{z}_{i,j-1}^{n+1}, \mathbf{z}_{i+1,j}^{n+1} \quad (\text{a.24})$$

sustituimos (a.19), (a.20), (a.22) y (a.23) en (a.21),

$$\mathbf{z}_{i,j}^{n+1} (1 + C_E + C_W + C_N + C_S) = C_E \mathbf{z}_{i,j+1}^{n+1} + C_W \mathbf{z}_{i,j-1}^{n+1} + C_N \mathbf{z}_{i-1,j}^{n+1} + C_S \mathbf{z}_{i+1,j}^{n+1} + D_{i,j}^n \quad (\text{a.25})$$

donde

$$C_E = -\mathbf{a} \frac{\Delta t}{\Delta x} R_{i,j}^{(x)n} \mathbf{z}_{i,j+1}^{n+1} \quad (\text{a.26})$$

$$C_W = -\mathbf{a} \frac{\Delta t}{\Delta x} R_{i,j-1}^{(x)n} \mathbf{z}_{i,j-1}^{n+1} \quad (\text{a.27})$$

$$C_N = -\mathbf{a} \frac{\Delta t}{\Delta y} R_{i,j}^{(y)n} \mathbf{z}_{i-1,j}^{n+1} \quad (\text{a.28})$$

$$C_S = -\mathbf{a} \frac{\Delta t}{\Delta y} R_{i+1,j}^{(y)n} \mathbf{z}_{i+1,j}^{n+1} \quad (\text{a.29})$$

$$D_{i,j}^n = -\mathbf{a} \left[ \frac{\Delta t}{\Delta x} \left( P_{i,j}^{(x)n} - P_{i,j-1}^{(x)n} \right) + \frac{\Delta t}{\Delta y} \left( P_{i,j}^{(y)n} - P_{i+1,j}^{(y)n} \right) \right] + B_{i,j}^n \quad (\text{a.30})$$

definimos,

$$\frac{w}{w^*} = 1 + C_E + C_W + C_N + C_S \quad (\text{a.31})$$

y tenemos,

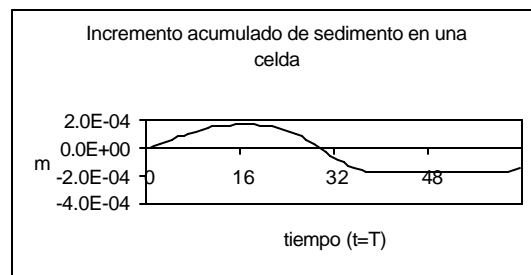
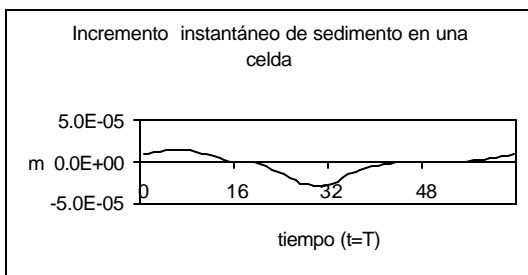
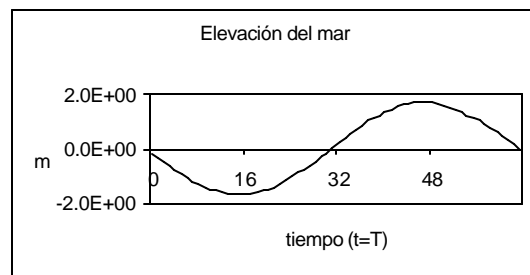
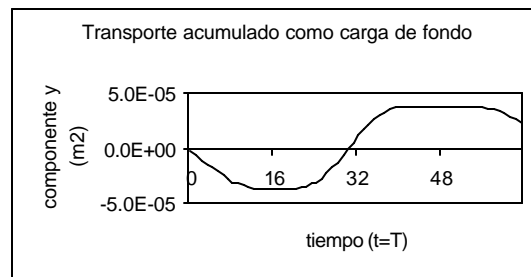
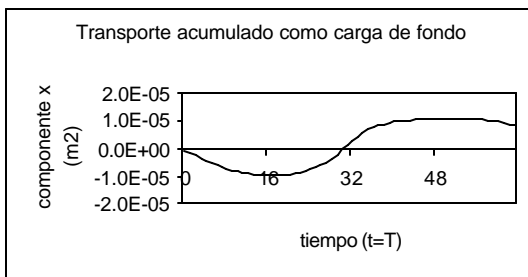
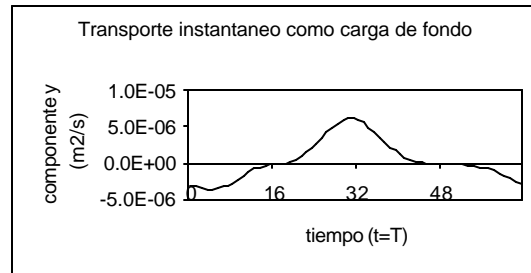
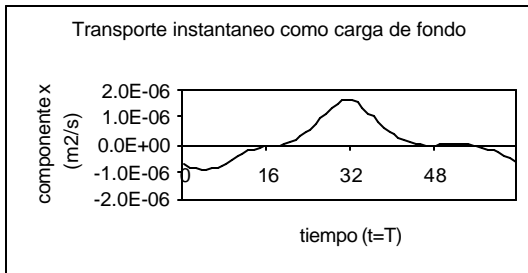
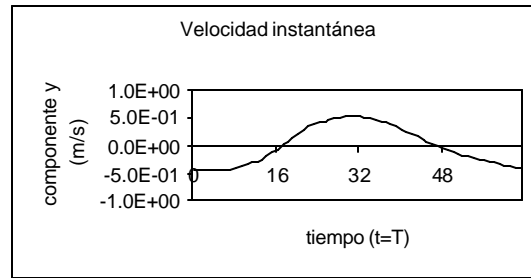
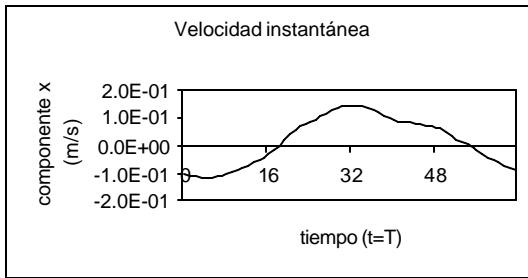
$$\frac{w}{w^*} \mathbf{z}_{i,j}^{n+1} = C_E \mathbf{z}_{i,j+1}^{n+1} + C_W \mathbf{z}_{i,j-1}^{n+1} + C_N \mathbf{z}_{i-1,j}^{n+1} + C_S \mathbf{z}_{i+1,j}^{n+1} + D_{i,j}^n \quad (\text{a.32})$$

Agregamos un nuevo índice ( $\ell$ ) que significará el número de iteración,

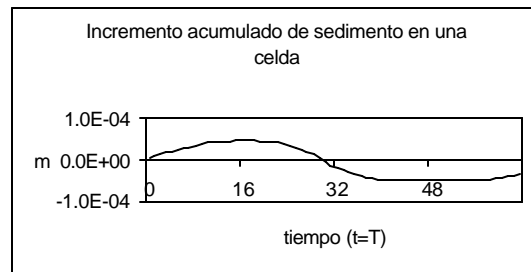
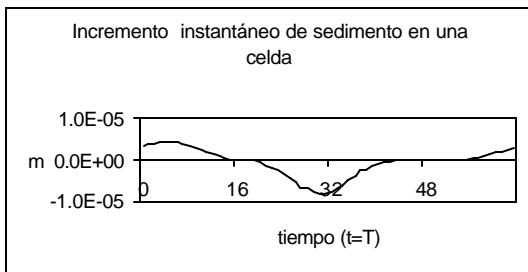
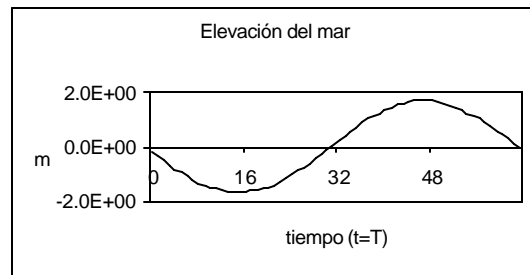
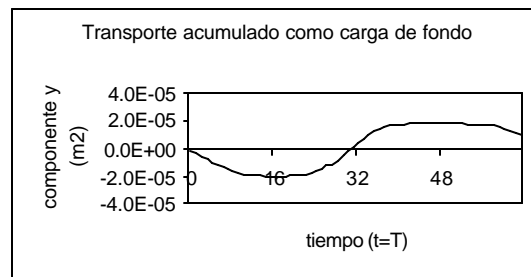
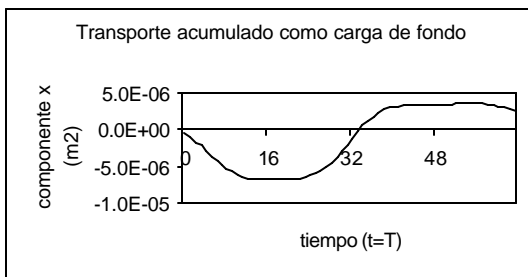
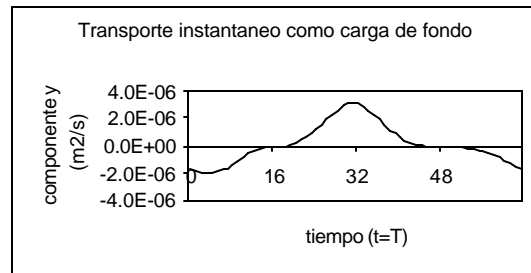
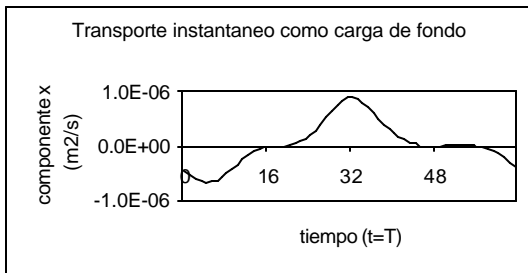
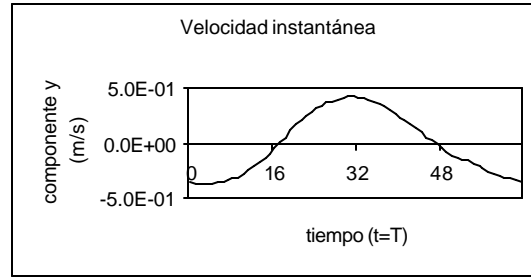
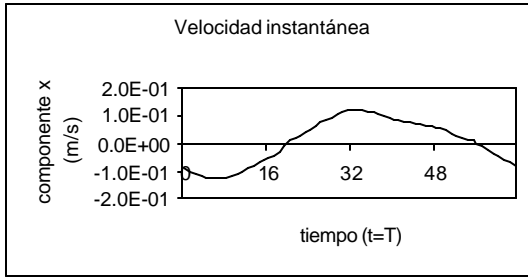
$$-(1-w) \mathbf{z}_{i,j}^{n+1\ell} + \mathbf{z}_{i,j}^{n+1\ell+1} = [C_E \mathbf{z}_{i,j+1}^{n+1} + C_W \mathbf{z}_{i,j-1}^{n+1} + C_N \mathbf{z}_{i-1,j}^{n+1} + C_S \mathbf{z}_{i+1,j}^{n+1} + D_{i,j}^n] w^* \quad (\text{a.33})$$

$$\mathbf{z}_{i,j}^{n+1\ell+1} = (1-w) \mathbf{z}_{i,j}^{n+1\ell} + [C_E \mathbf{z}_{i,j+1}^{n+1} + C_W \mathbf{z}_{i,j-1}^{n+1} + C_N \mathbf{z}_{i-1,j}^{n+1} + C_S \mathbf{z}_{i+1,j}^{n+1} + D_{i,j}^n] w^* \quad (\text{a.33})$$

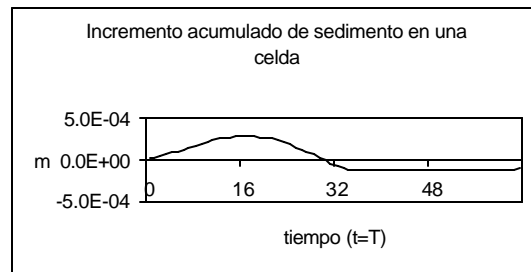
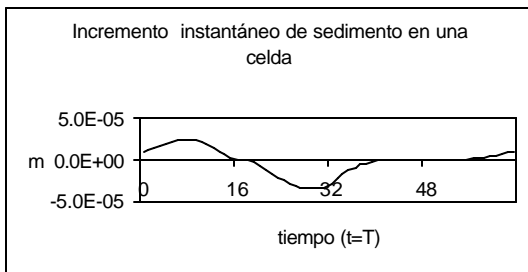
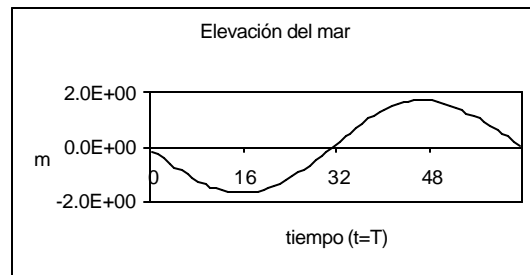
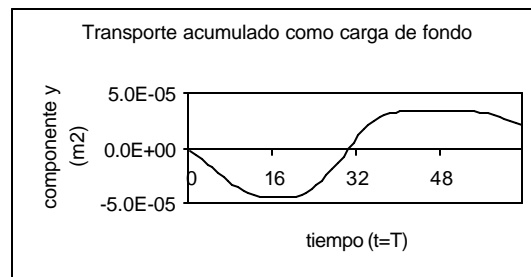
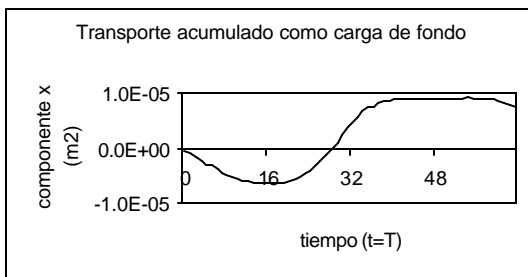
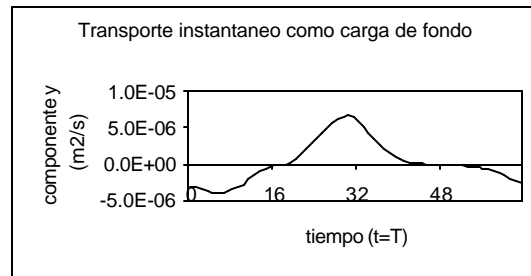
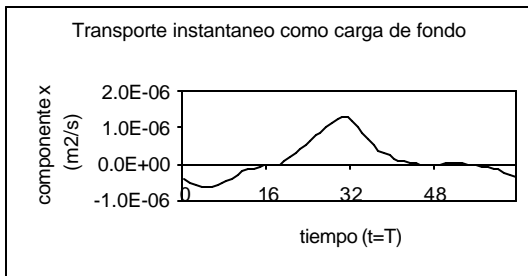
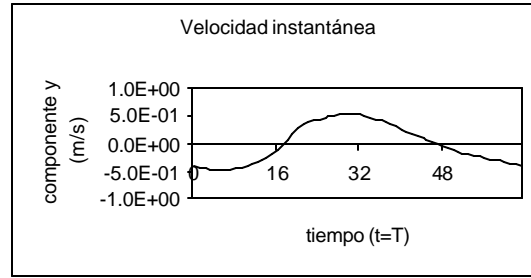
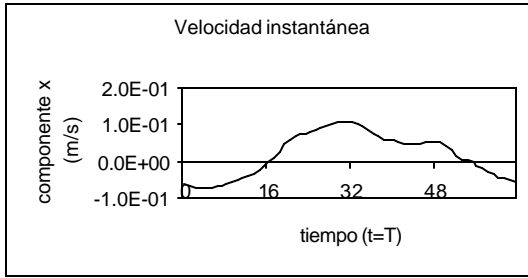
**Anexo II.** Series de tiempo en la Bahía de Adair de acuerdo a la Figura 5.3.  
Punto 1



## Punto 2

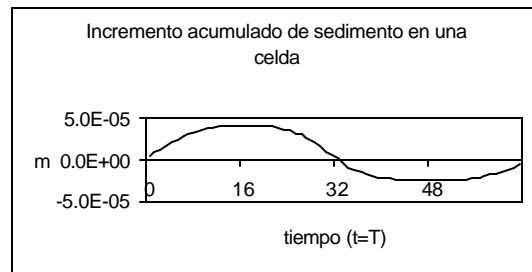
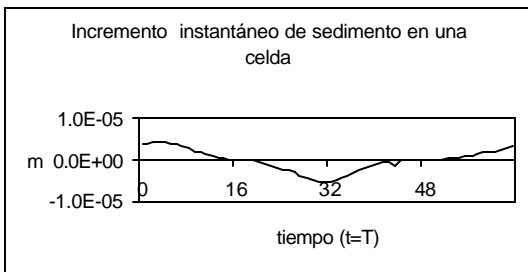
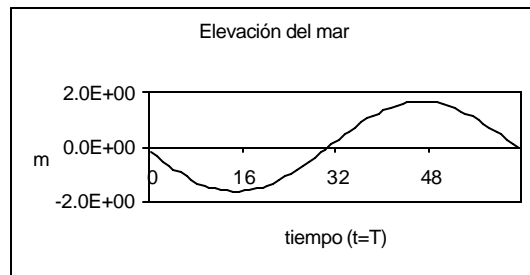
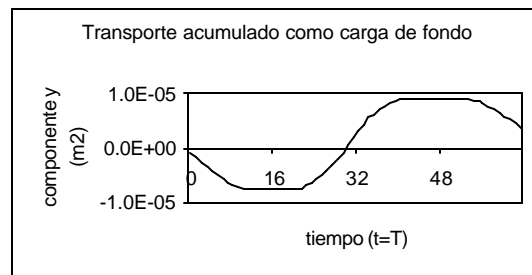
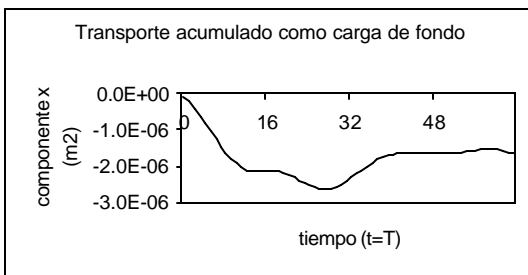
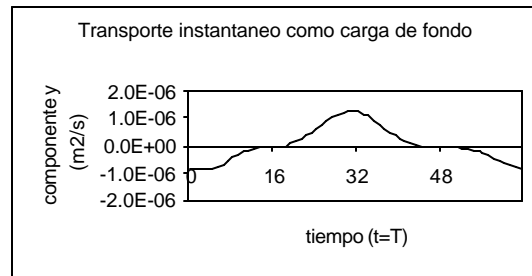
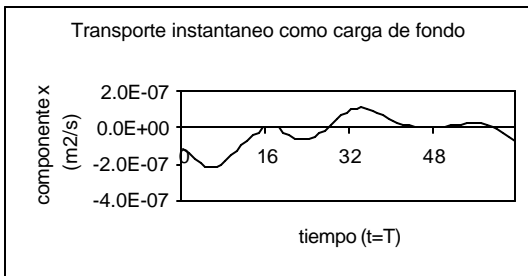
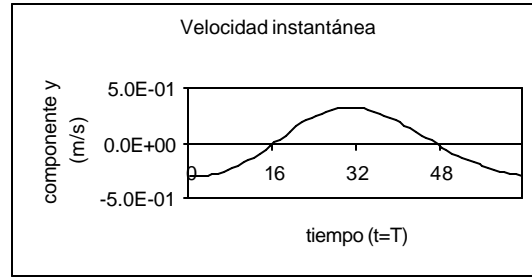
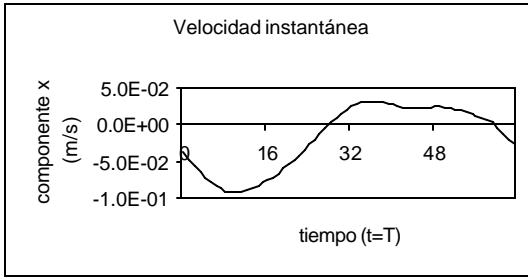


### Punto 3

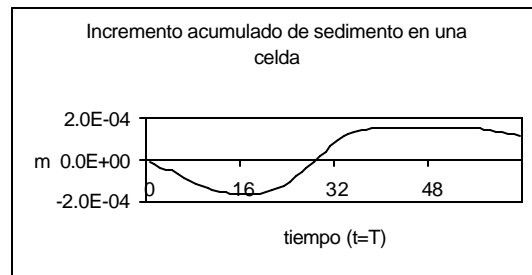
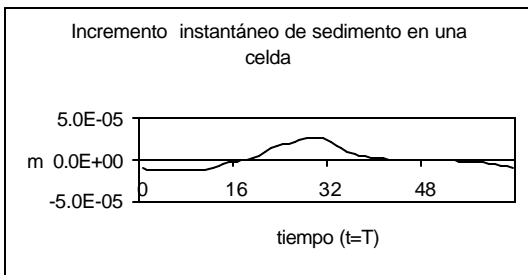
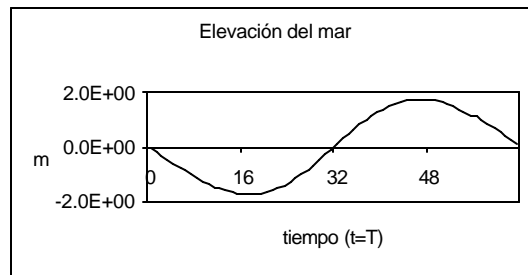
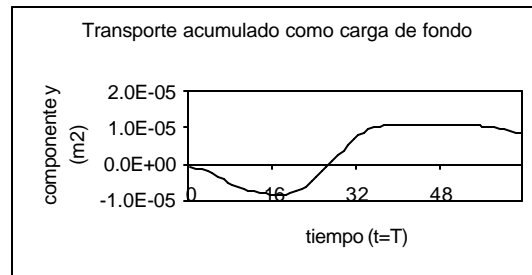
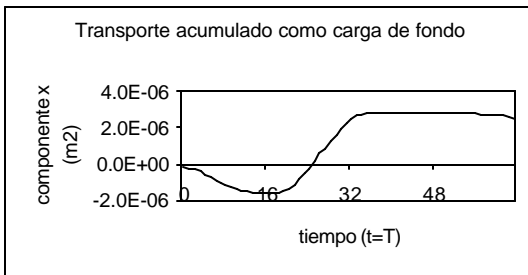
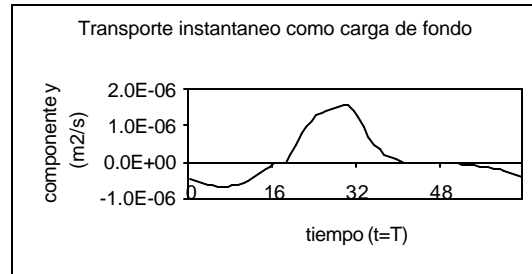
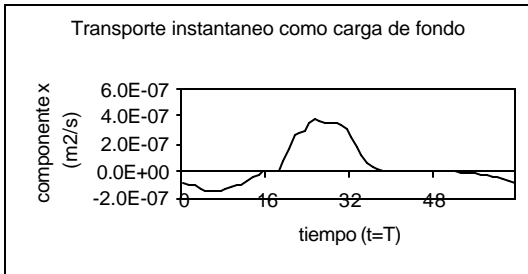
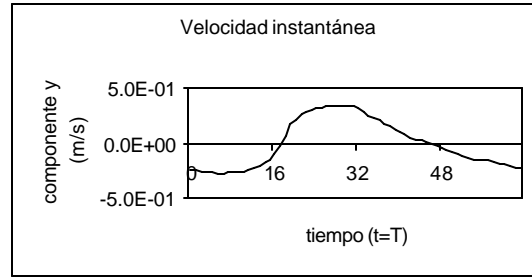
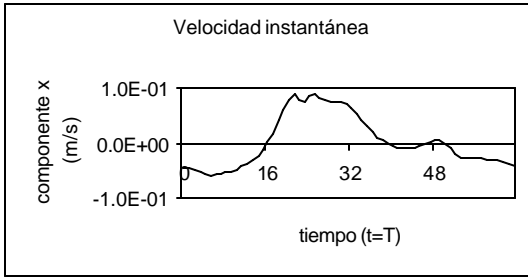




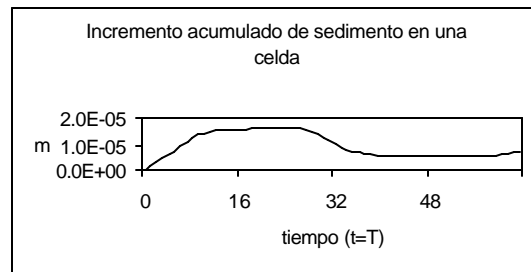
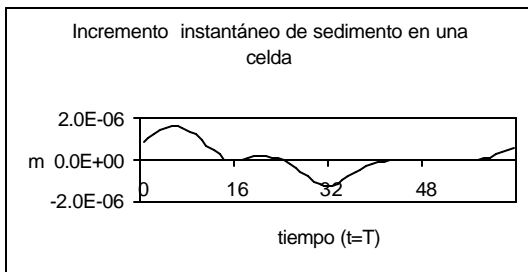
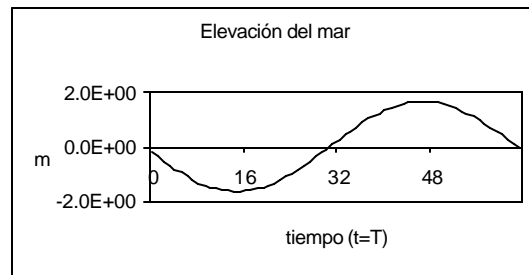
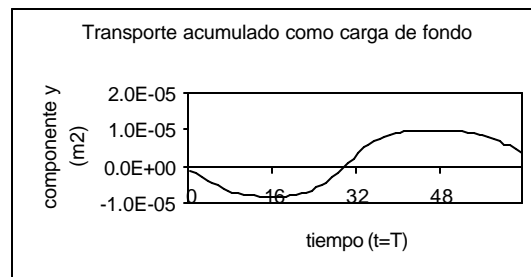
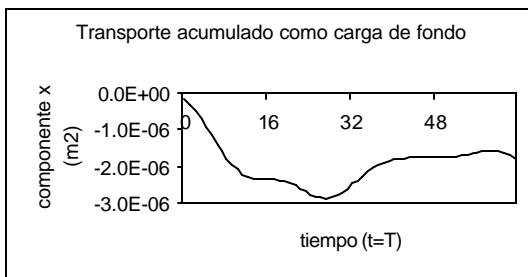
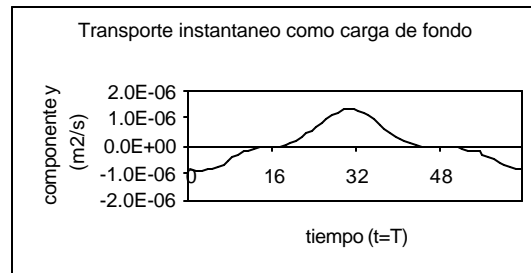
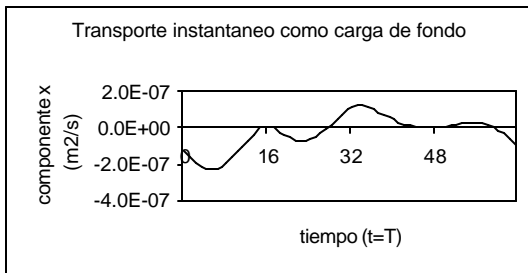
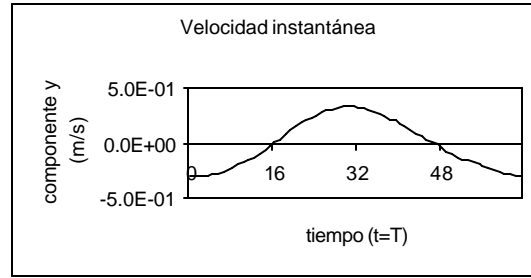
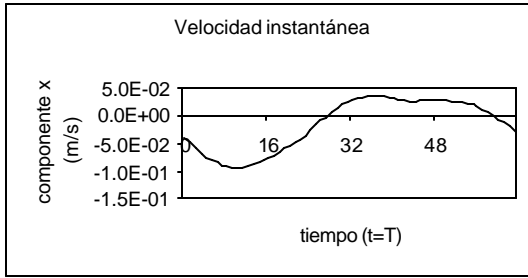
## Punto 4



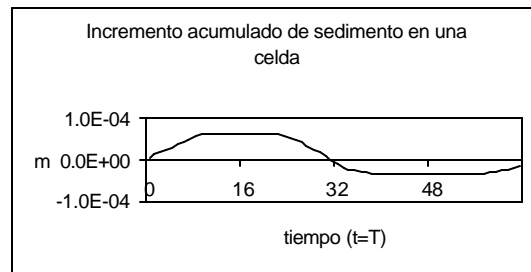
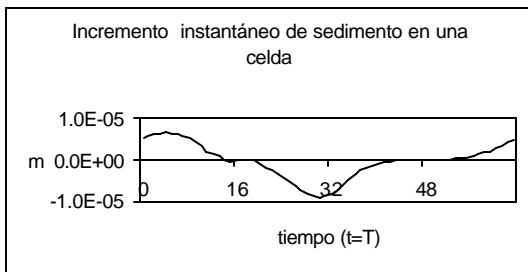
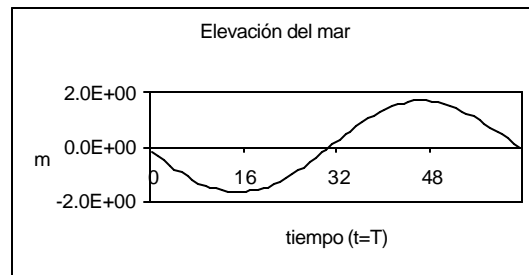
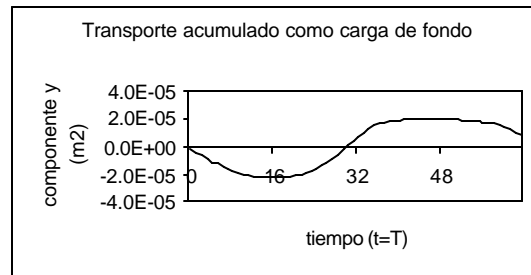
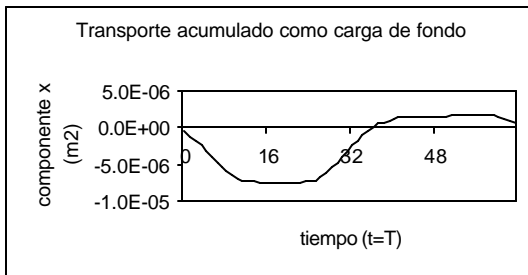
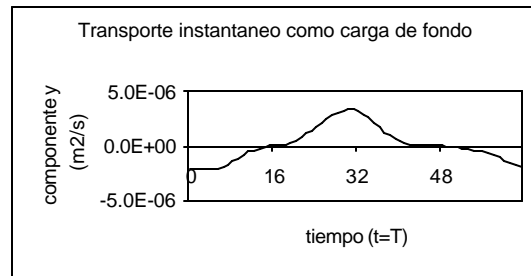
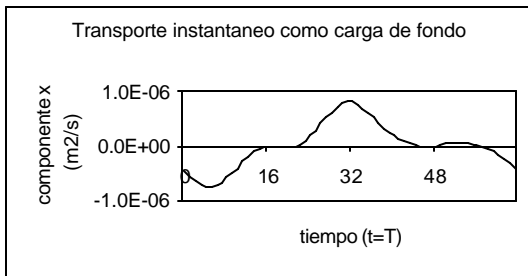
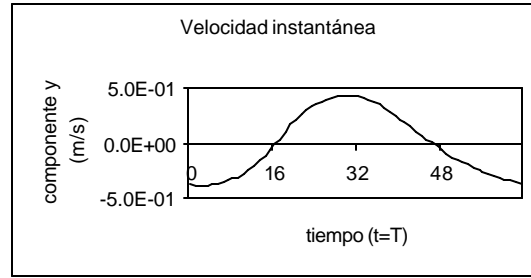
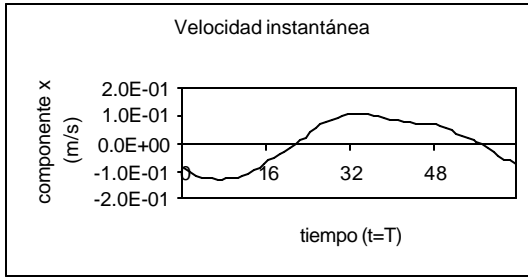
## Punto 5



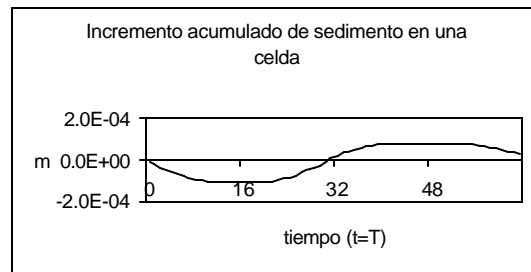
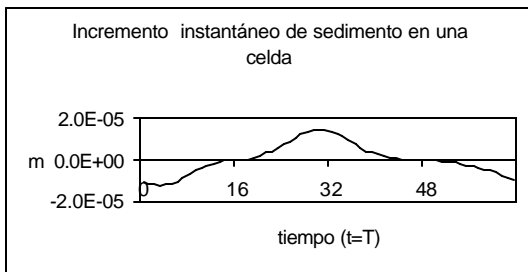
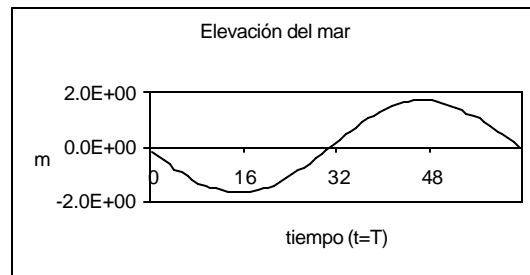
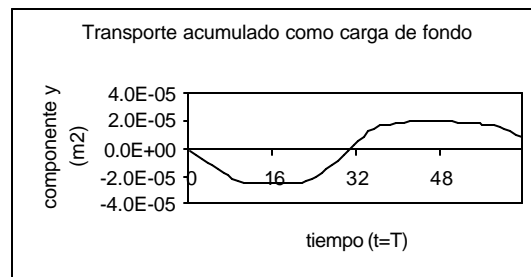
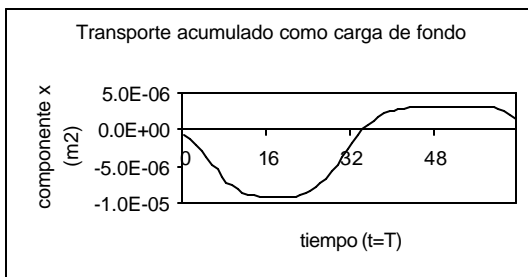
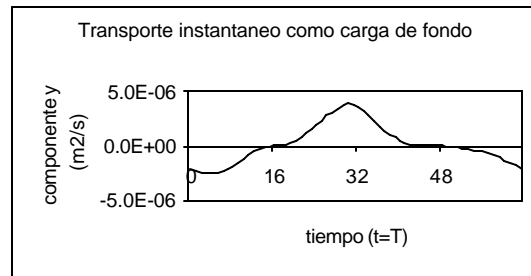
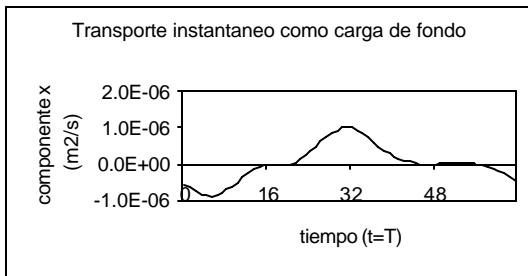
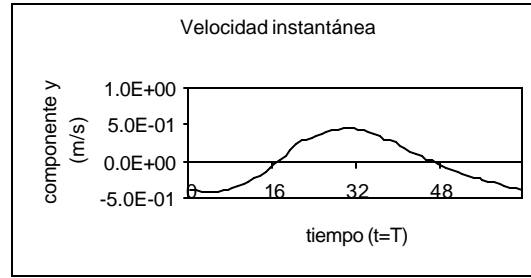
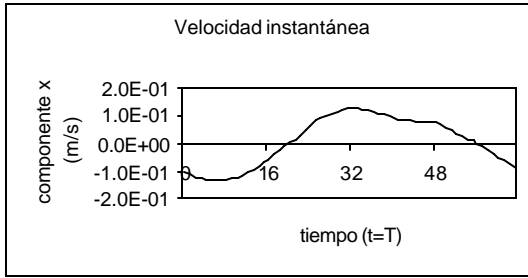
## Punto 6



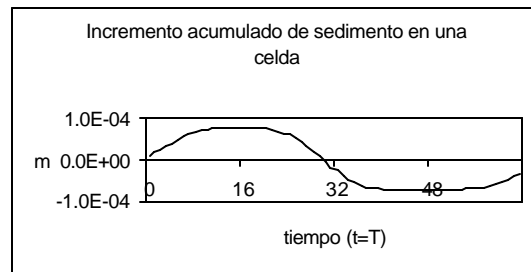
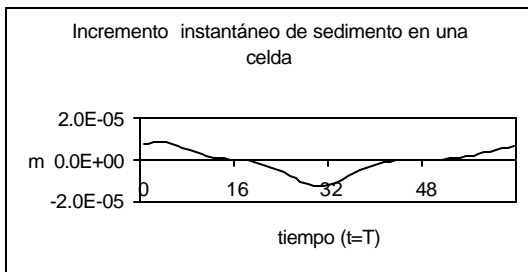
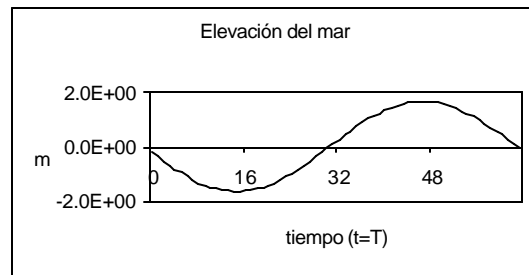
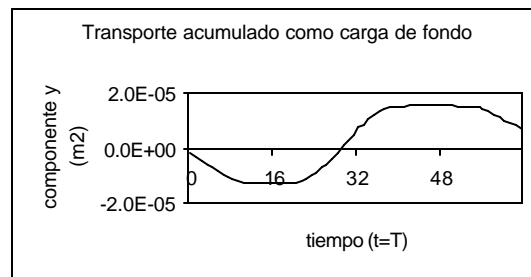
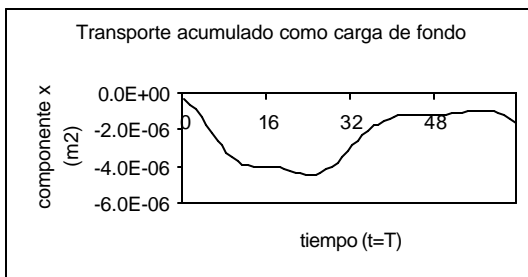
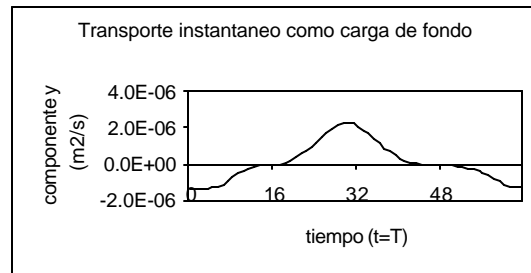
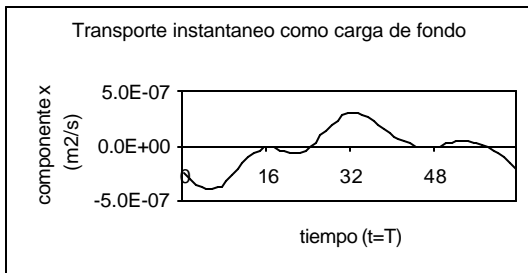
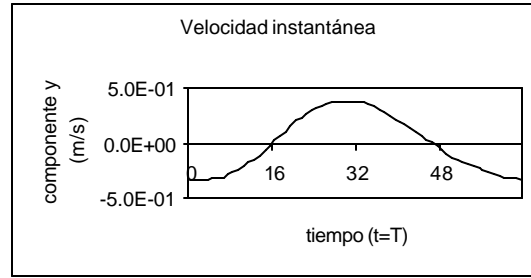
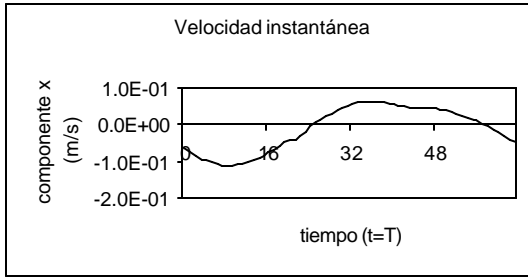
## Punto 7



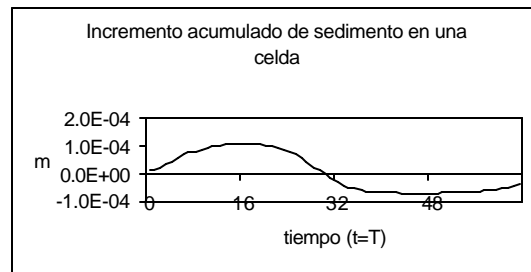
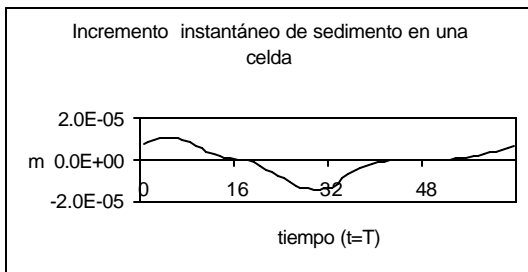
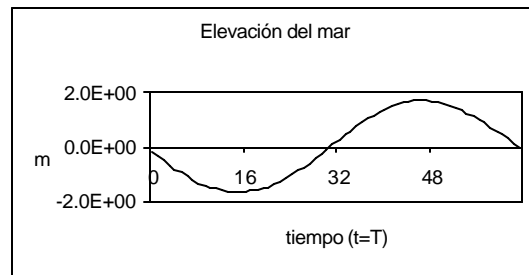
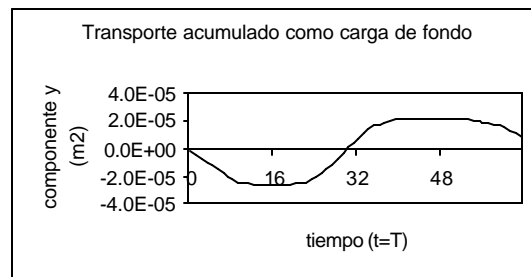
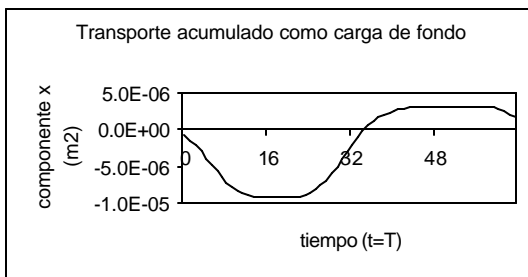
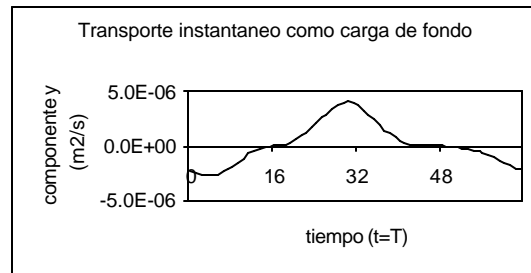
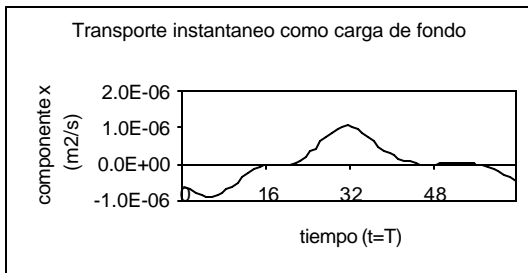
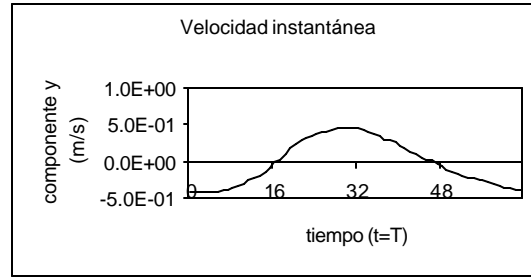
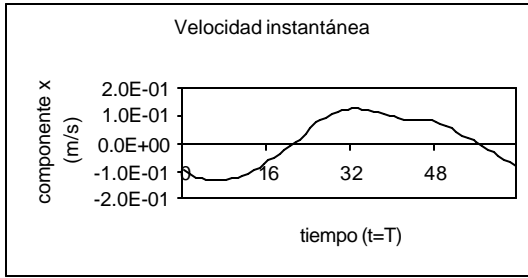
## Punto 8



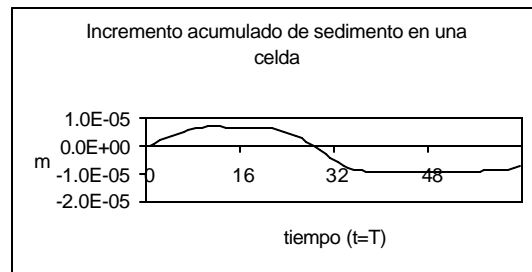
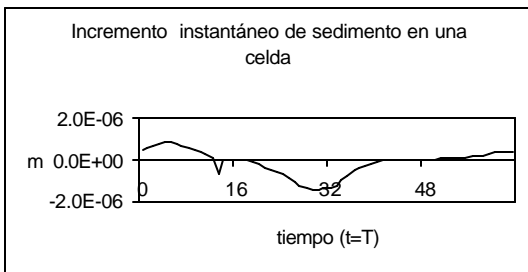
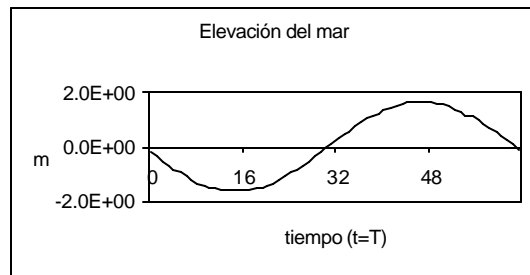
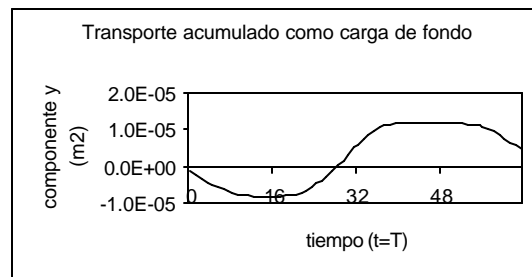
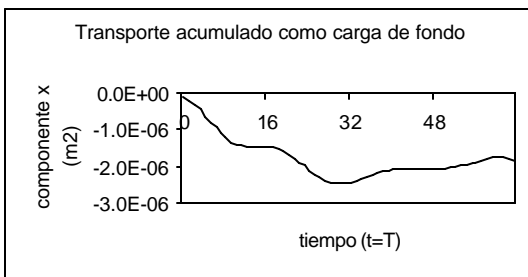
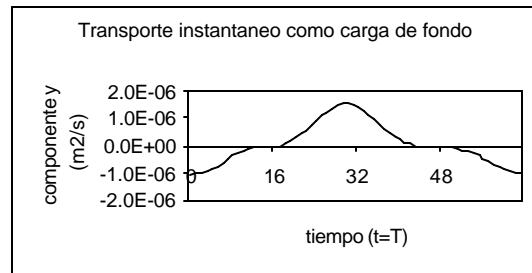
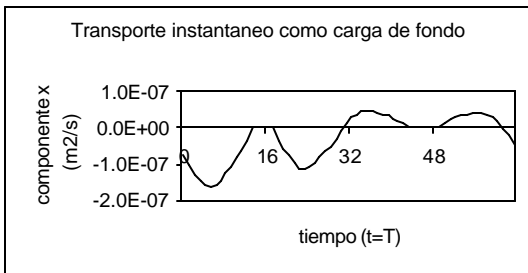
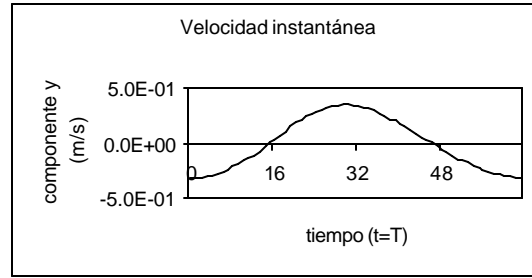
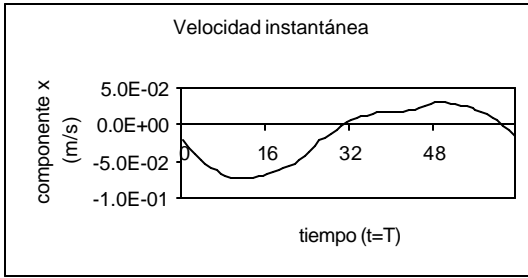
## Punto 9



## Punto 10

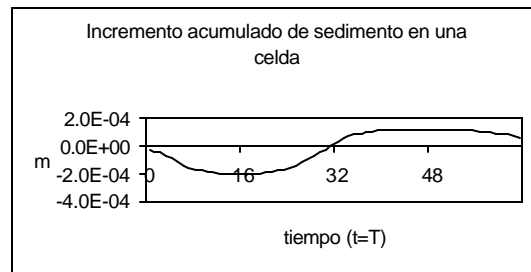
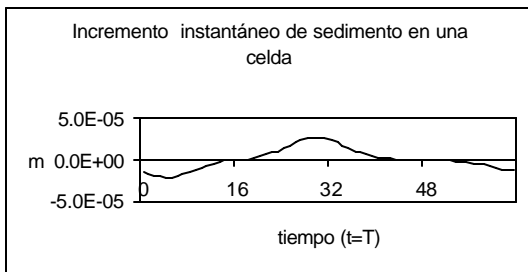
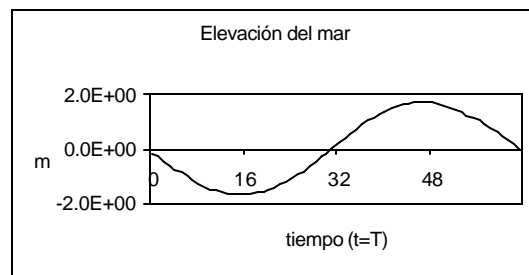
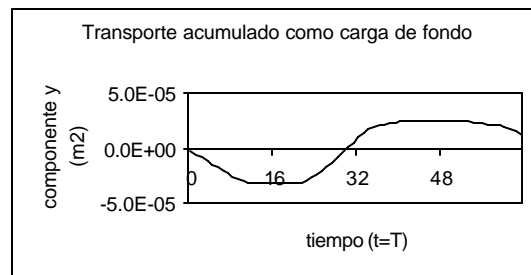
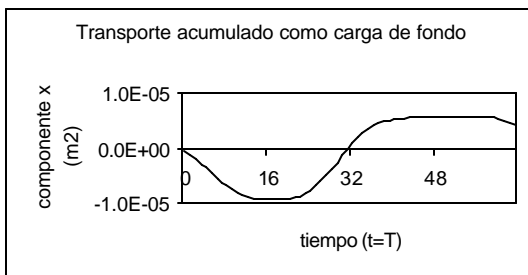
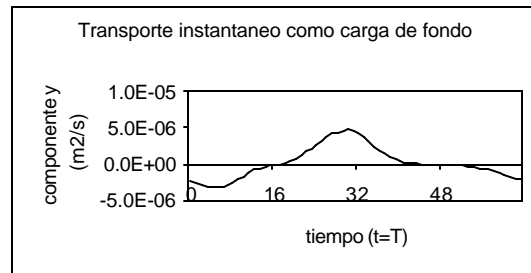
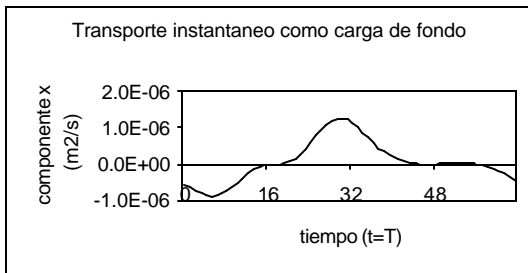
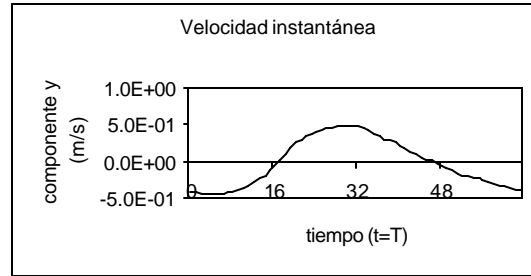
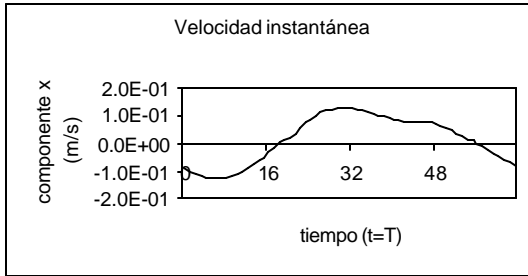


## Punto 11

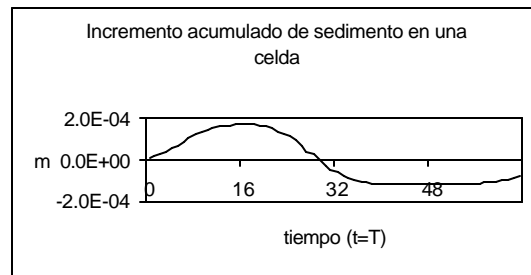
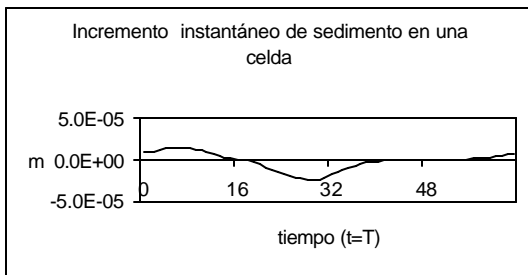
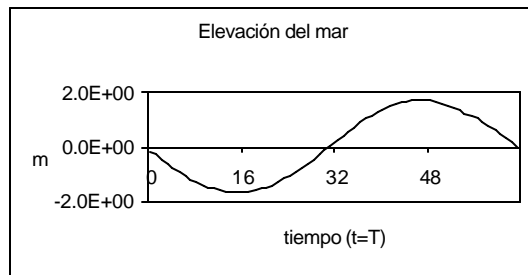
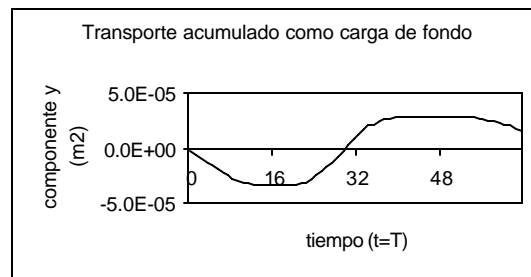
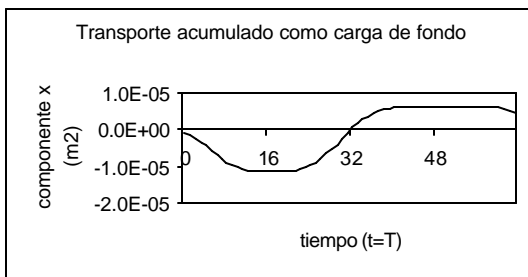
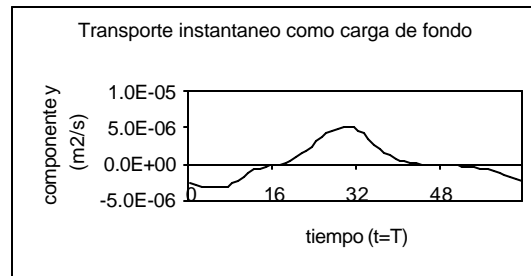
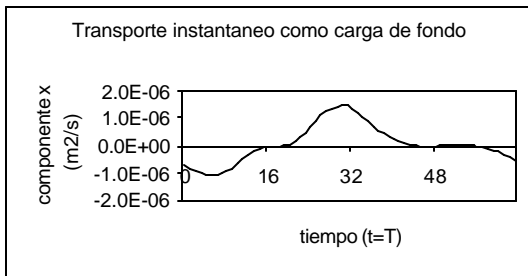
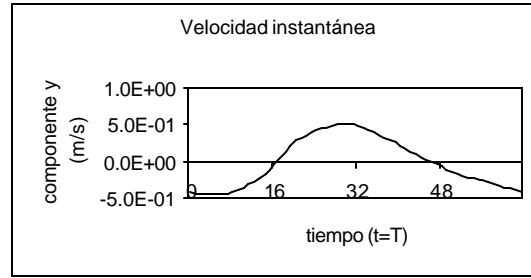
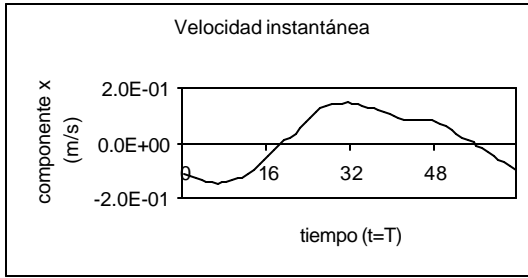




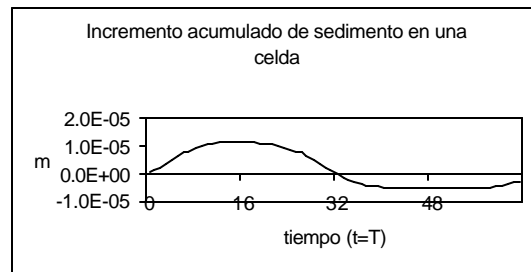
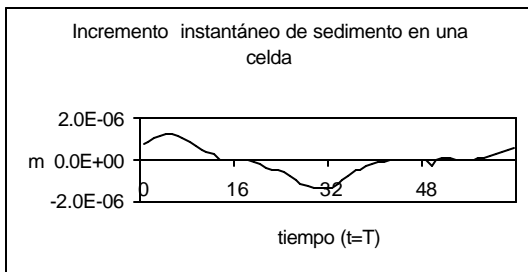
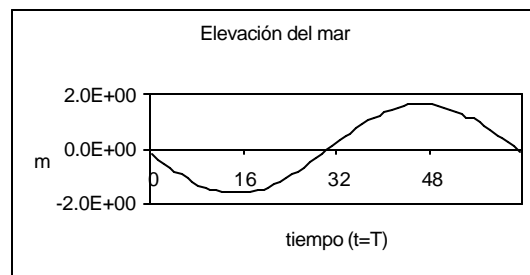
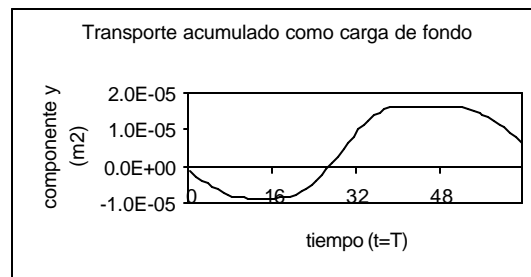
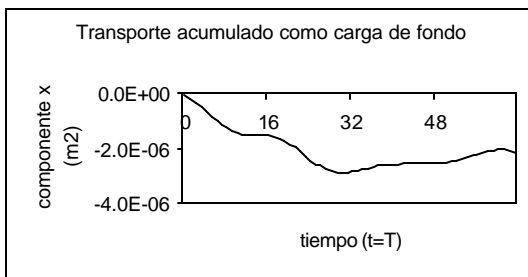
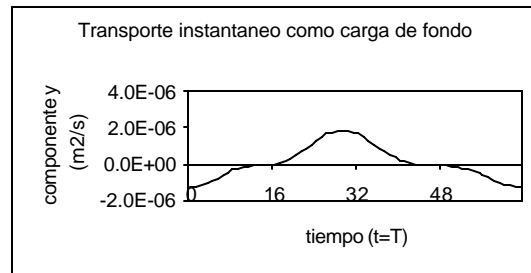
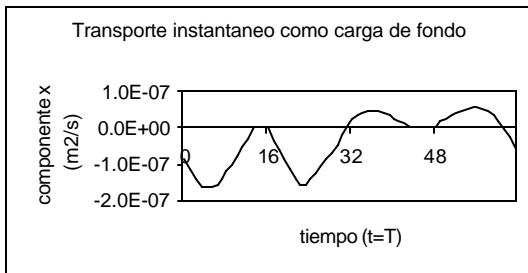
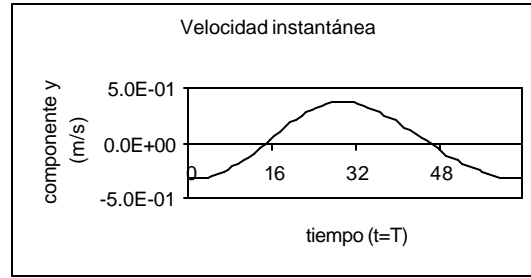
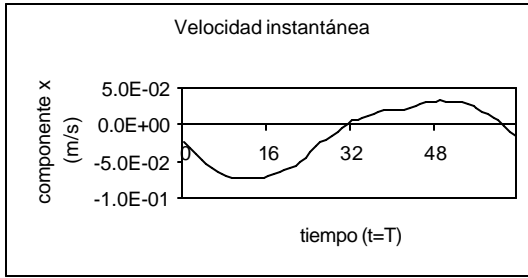
## Punto 12



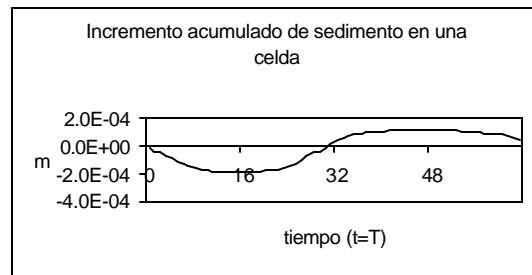
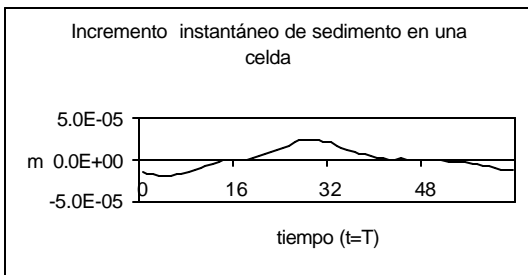
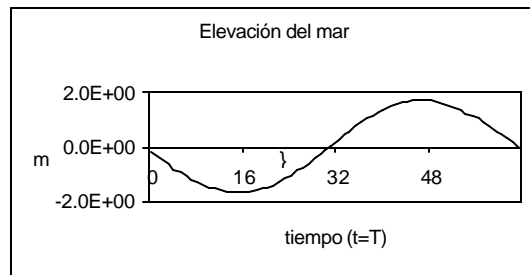
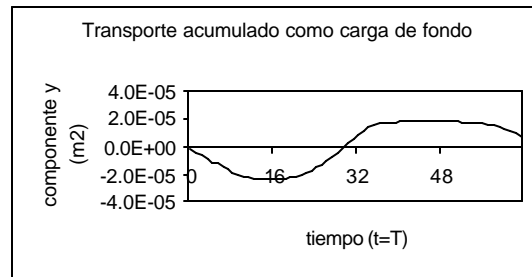
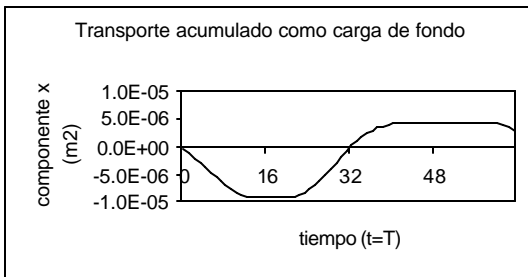
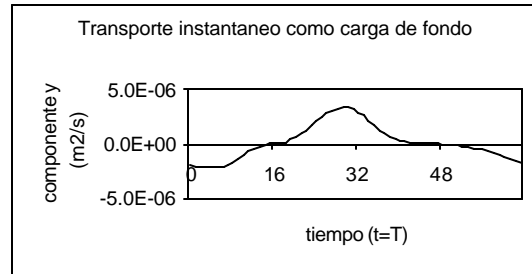
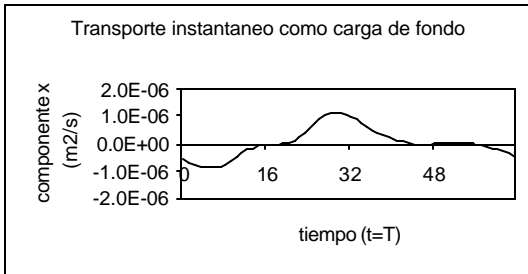
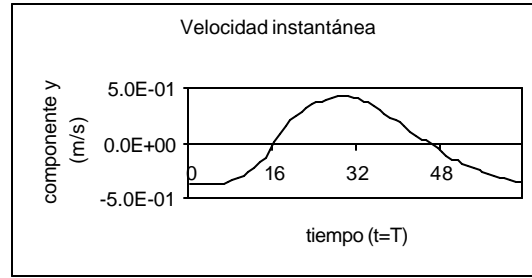
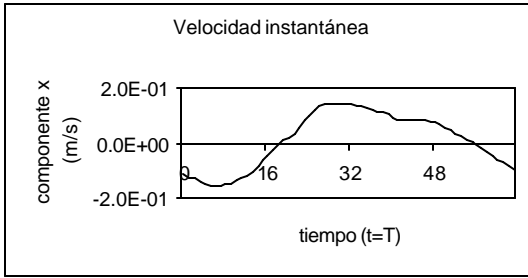
### Punto 13



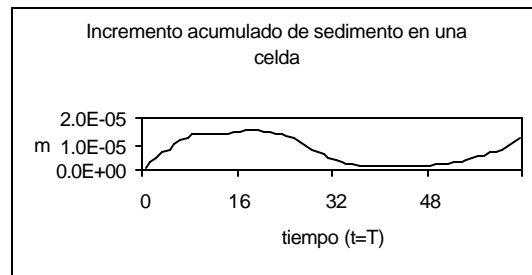
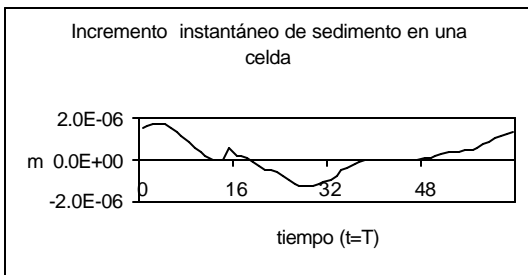
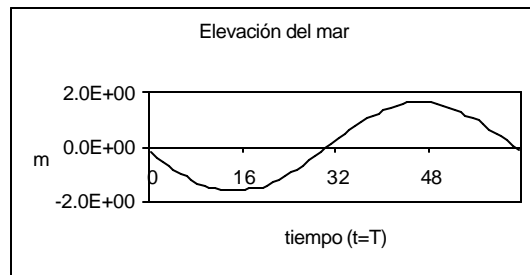
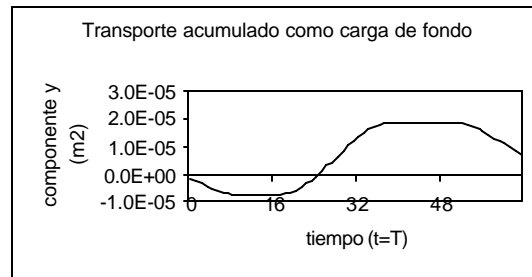
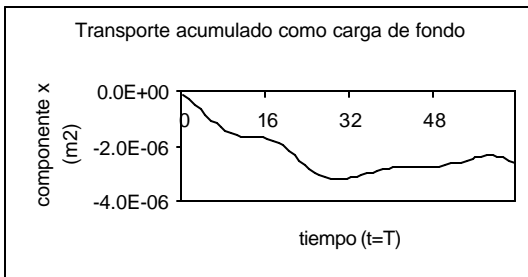
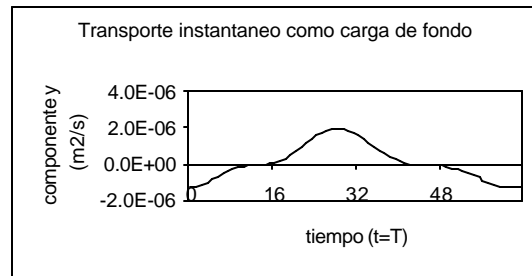
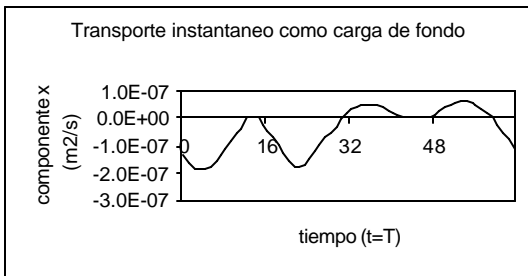
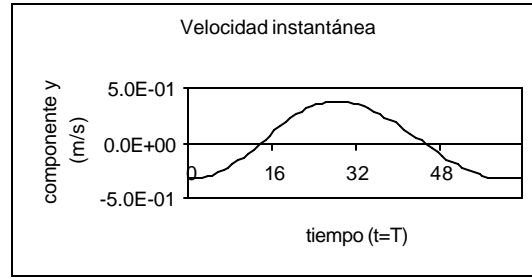
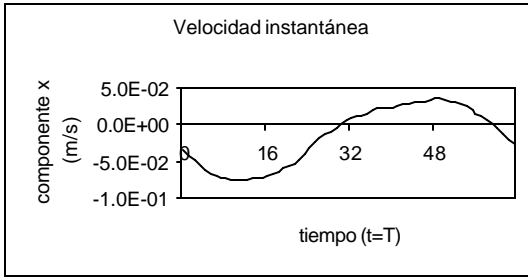
## Punto 14



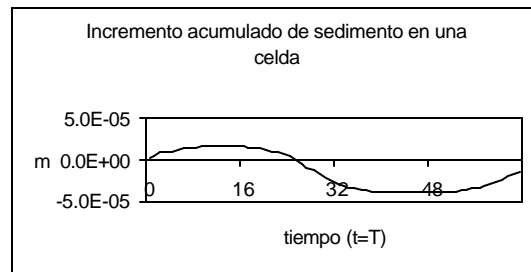
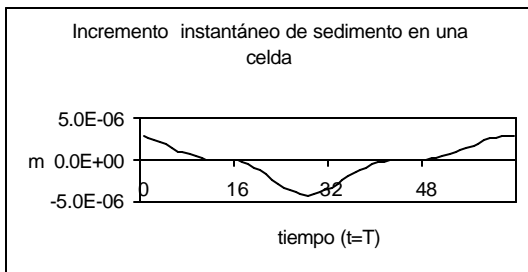
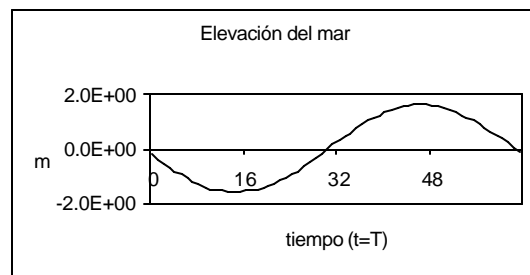
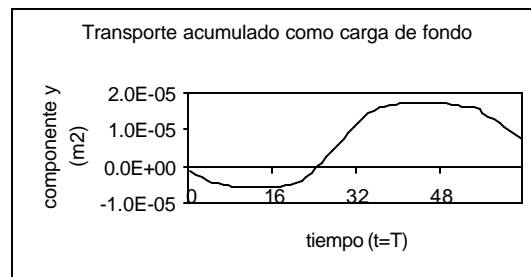
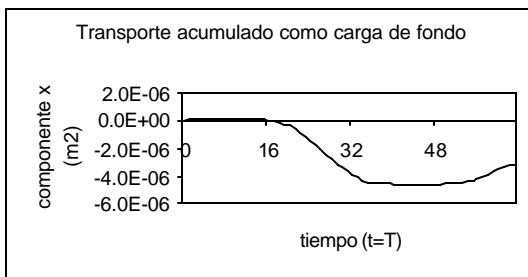
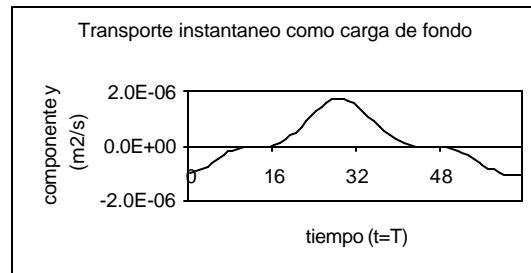
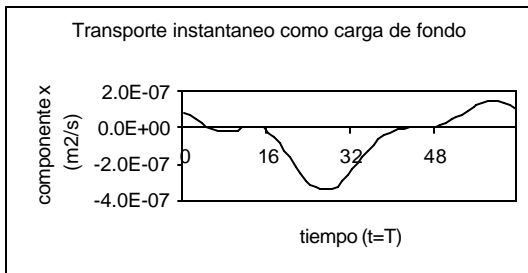
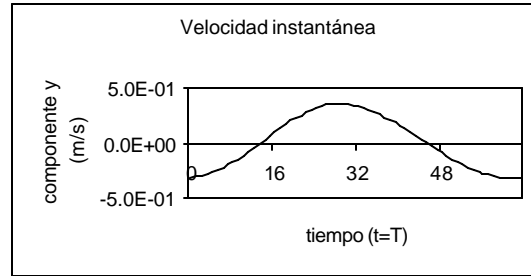
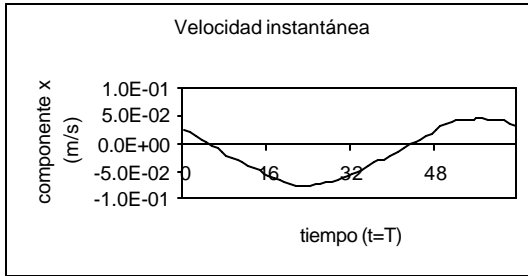
## Punto 15



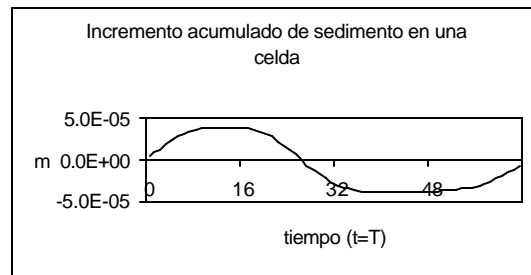
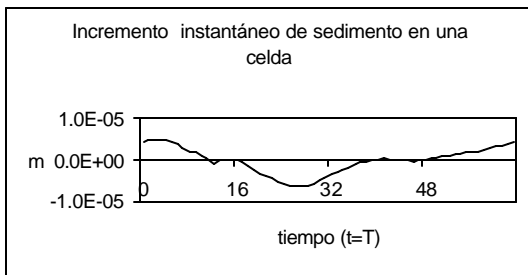
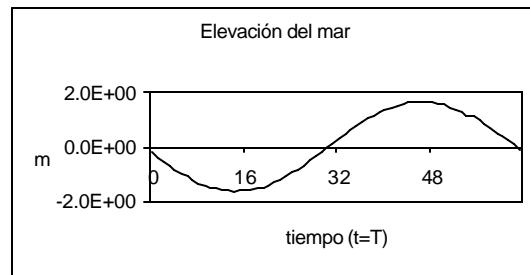
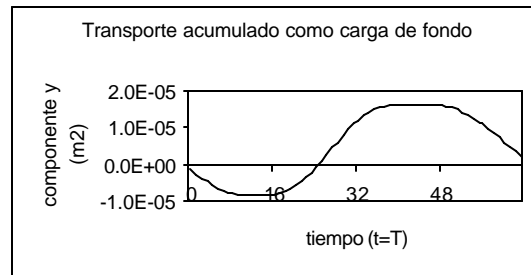
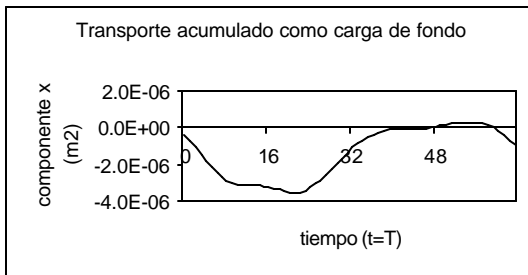
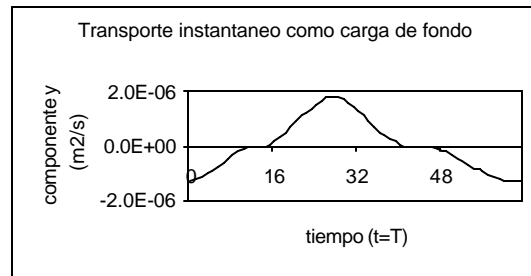
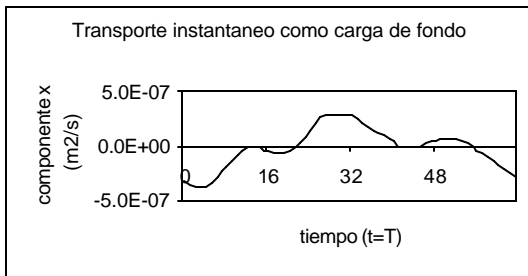
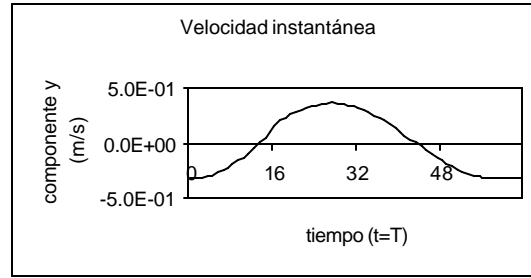
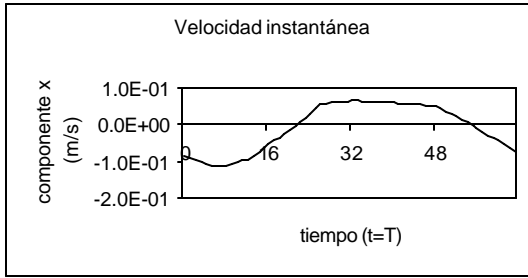
# Punto 16



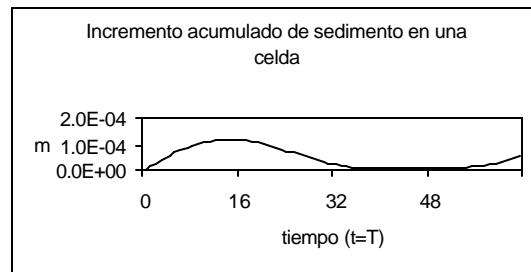
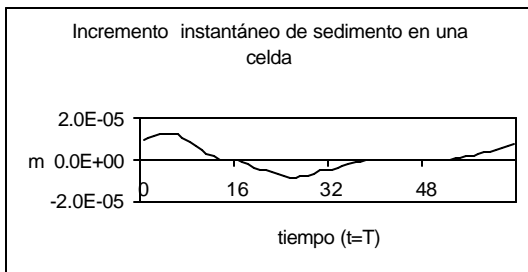
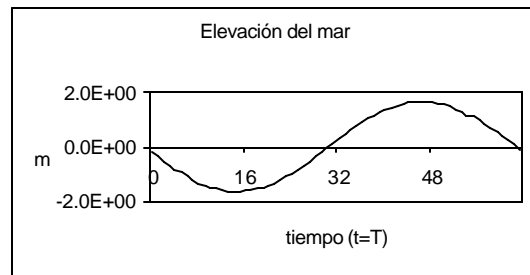
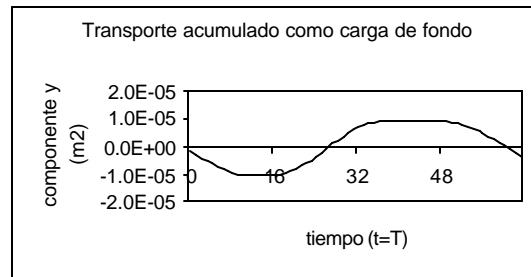
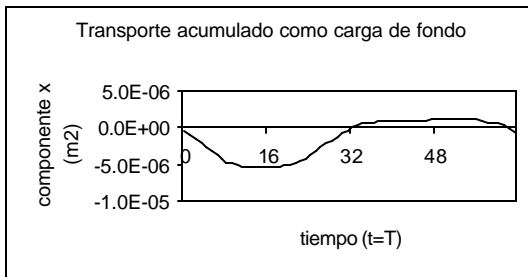
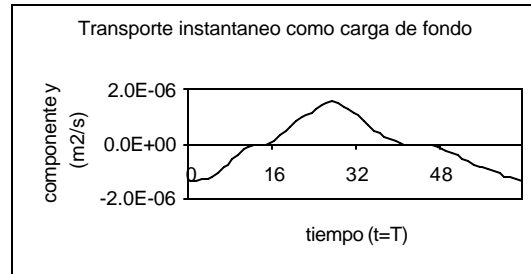
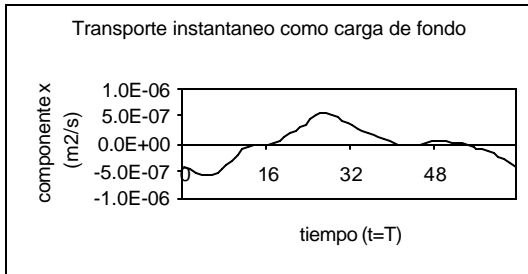
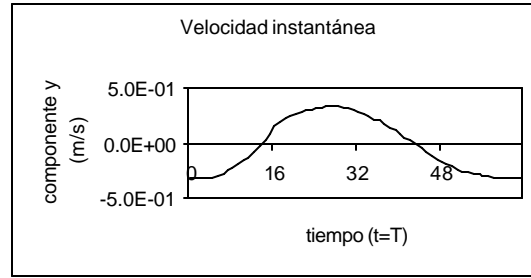
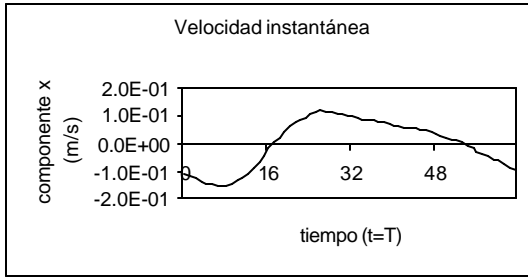
## Punto 17



# Punto 18

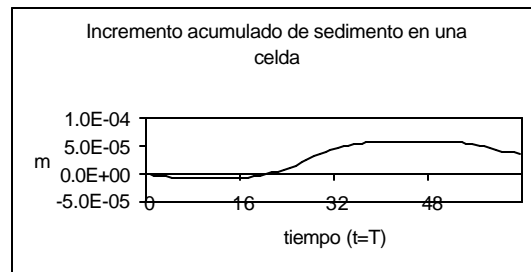
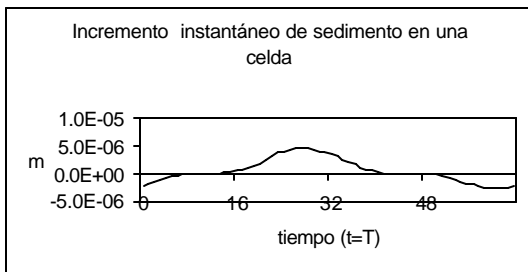
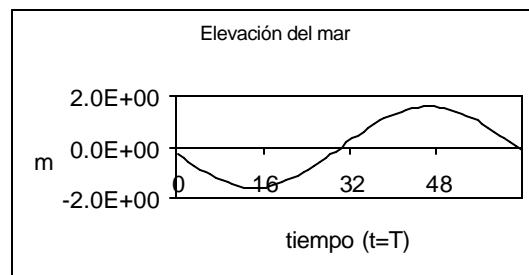
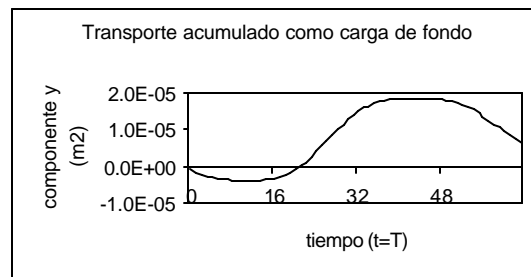
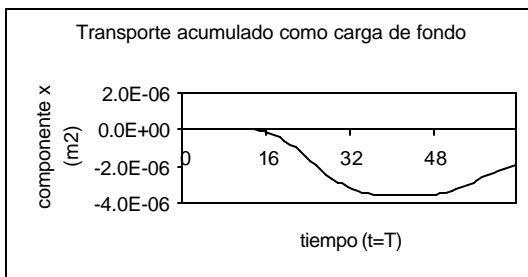
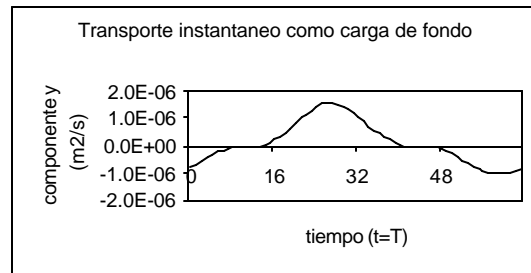
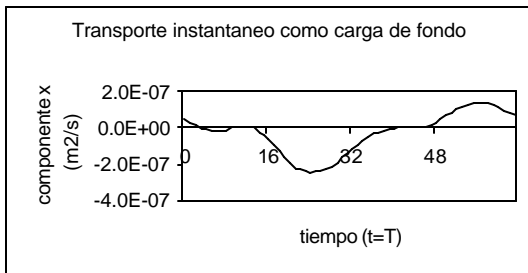
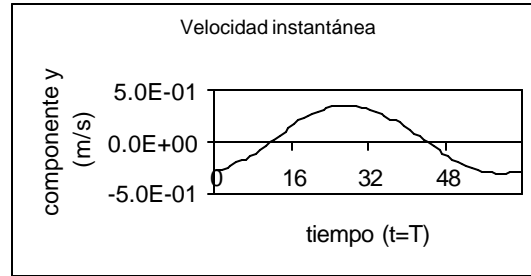
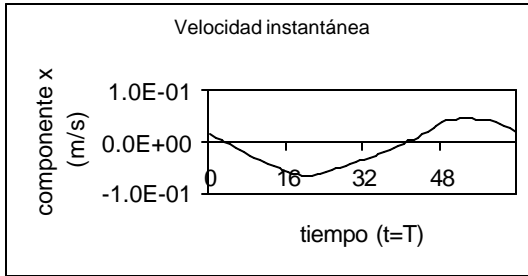


## Punto 19





## Punto 20



## Punto 21

