



**INSTITUTO POTOSINO DE INVESTIGACIÓN  
CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA, A.C.**

**POSGRADO EN CIENCIAS APLICADAS**

**Efecto de la Incertidumbre en el Ahorro de Combustible  
en Estrategias de Manejo de Energía Óptimas Estáticas  
para Vehículos Eléctricos**

Tesis que presenta

**Josefa Morales Morales**

Para obtener el grado de

**Doctora en ciencias aplicadas**

En la opción de

**Control y sistemas dinámicos**

**Directora de la Tesis:**

Dra. Ilse Cervantes Camacho

San Luis Potosí, S.L.P., Enero de 2015



## Constancia de aprobación de la tesis

La tesis ***“Efecto de la Incertidumbre en el Ahorro de Combustible en Estrategias de Manejo de Energía Óptimas Estáticas para Vehículos Eléctricos”*** presentada para obtener el Grado de Doctora en Ciencias Aplicadas en la opción de Control y Sistemas Dinámicos fue elaborada por **Josefa Morales Morales** y aprobada el **dieciséis de enero del dos mil quince** por los suscritos, designados por el Colegio de Profesores de la División de Matemáticas Aplicadas del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C.

**Dra. Ilse Cervantes Camacho**  
Director de la tesis

**Dr. Eric Campos Cantón**  
Jurado en el Examen

**Dr. Hugo Cabrera Ibarra**  
Jurado en el Examen

**Dra. Nancy Visairo Cruz**  
Jurado en el Examen

**Dr. Ulises Cano Castillo**  
Jurado en el Examen



## **Créditos Institucionales**

Esta tesis fue elaborada en la División de Matemáticas Aplicadas del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C., bajo la dirección de la Dra. Ilse Cervantes Camacho junto con el apoyo técnico del M. en C. Irwin Allen Díaz Díaz.

Durante la realización del trabajo el autor recibió una beca académica del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (No. de registro:172931) y del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A. C.



**IPICYT**

# Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C.

## Acta de Examen de Grado

El Secretario Académico del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C., certifica que en el Acta 018 del Libro Primero de Actas de Exámenes de Grado del Programa de Doctorado en Ciencias Aplicadas en la opción de Control y Sistemas Dinámicos está asentado lo siguiente:

En la ciudad de San Luis Potosí a los 16 días del mes de enero del año 2015, se reunió a las 11:00 horas en las instalaciones del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C., el Jurado integrado por:

<b>Dr. Eric Campos Cantón</b>	<b>Presidente</b>	<b>IPICYT</b>
<b>Dra. Ilse Cervantes Camacho</b>	<b>Secretaria</b>	<b>IPICYT</b>
<b>Dr. Hugo Cabrera Ibarra</b>	<b>Sinodal</b>	<b>IPICYT</b>
<b>Dra. Nancy Visairo Cruz</b>	<b>Sinodal externo</b>	<b>UASLP</b>
<b>Dr. Ulises Cano Castillo</b>	<b>Sinodal externo</b>	<b>IIE</b>

a fin de efectuar el examen, que para obtener el Grado de:

**DOCTORA EN CIENCIAS APLICADAS  
EN LA OPCIÓN DE CONTROL Y SISTEMAS DINÁMICOS**

sustentó la C.

**Josefa Morales Morales**

sobre la Tesis intitulada:

***Efecto de la Incertidumbre en el Ahorro de Combustible en Estrategias de Manejo de Energía Óptimas Estáticas para Vehículos Eléctricos***

que se desarrolló bajo la dirección de

**Dra. Ilse Cervantes Camacho**

El Jurado, después de deliberar, determinó

**APROBARLA**

Dándose por terminado el acto a las 14:30 horas, procediendo a la firma del Acta los integrantes del Jurado. Dando fe el Secretario Académico del Instituto.

A petición de la interesada y para los fines que a la misma convengan, se extiende el presente documento en la ciudad de San Luis Potosí, S.L.P., México, a los 16 días del mes de enero de 2015.

**Mtra. Ivonne Lizette Cuevas Vélez**  
Jefa del Departamento del Posgrado

  
**Dr. Marcial Bonilla Marín**  
Secretario Académico



**A Dios**  
mi guía en esta vida

**A mi esposo Pedro**  
mi gran bendición, gracias por amarme  
en los tiempos difíciles y tu compañía  
en los buenos tiempos.  
*Te amo*

**A mi madre**  
mi ejemplo de lucha y amor

**A mis sobrinos Yami, Abril, Cristian, Gael, Desiree y Liriz**  
Las alegrías de mi vida

# Agradecimientos

Primeramente quiero agradecerle a Dios, todos mis logros y triunfos son gracias a El.

A mis hermanos Cornelio, Lucy, Xochitl, Pedro, Lucio por acompañarme y apoyarme en varias etapas de mi vida.

A mis cuñados Iris, Diana y Gabino por sus palabras de aliento y hacerme sentir como una hermana más.

A mis suegros Juana y Crescencio por su gran corazón.

A mi asesora de tesis, la Dra. Ilse Cervantes Camacho por su paciencia y confianza en la realización de este trabajo; por orientarme siempre de la manera más profesional y humana.

Al Dr. Hugo Cabrera Ibarra, Dr. Eric Campos Cantón, Dr. Ulises Cano Castillo, Dr. Jesús Leyva Ramos y a la Dra. Nancy Visairo Cruz por sus aportaciones y comentarios a este trabajo.

A todos los Profesores del IPICyT que a través de avances y seminarios contribuyeron en mi formación académica.

A mis compañeros Jose Manuel, Josue, Martín, Antonio, Esperanza, Emilia, Angelica, Roberto, Adriana y demás compañeros que me acompañaron y apoyaron durante este proceso.

Al CONACyT por otorgarme la beca para mis estudios de doctorado, por brindarme la confianza del buen uso de sus recursos económicos. Sin el soporte financiero que se me brindo no hubiera sido posible culminar gratamente con este trabajo.

# Contenido

<b>Portada</b>	<b>i</b>
<b>Dedicatorias</b>	<b>ix</b>
<b>Contenido</b>	<b>xiv</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>xvi</b>
<b>Índice de cuadros</b>	<b>xvii</b>
<b>Acrónimos</b>	<b>xix</b>
<b>Glosario</b>	<b>xx</b>
<b>Resumen</b>	<b>xxiii</b>
<b>Abstract</b>	<b>xxv</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes de Vehículos . . . . .	1
1.2. Vehículo de propulsión eléctrica con celdas de combustible (FCHEV) . . . . .	3
1.3. Fuentes de energía de un FCHEV . . . . .	4
1.3.1. Concepto de Batería y tipos . . . . .	4
1.3.2. Concepto de Ultracapacitor . . . . .	7
1.3.3. Concepto de celda de combustible (FC) y tipos . . . . .	7
1.4. Clasificación estrategias de manejo de energía (EME) existentes para FCHEV . . . . .	13
1.4.1. Estructura de las estrategia de manejo de energía . . . . .	14
1.4.2. Métodos para diseño de las EMEs: Heurístico y óptimo . . . . .	17
1.5. Estado del arte de las EMEs basadas en optimización . . . . .	20
1.6. Motivación . . . . .	21
1.7. Objetivos . . . . .	21
1.7.1. Objetivo general . . . . .	21
1.7.2. Objetivos particulares . . . . .	21
1.8. Aportaciones . . . . .	22

1.9. Organización . . . . .	22
<b>2. Modelado del FCHEV y del sistema de propulsión híbrido</b>	<b>23</b>
2.1. Modelo del sistema híbrido de propulsión eléctrica con PEMFC . . . . .	23
2.1.1. Modelo del sistema de PEMFC . . . . .	26
2.1.2. Modelo dinámico de las baterías . . . . .	28
2.1.3. Demanda energética del sistema híbrido de propulsión . . . . .	29
2.2. Efecto y causas de la incertidumbre en el modelado de un FCHEV . . . . .	32
2.2.1. Incertidumbre en los parámetros del modelo de la batería . . . . .	32
2.2.2. Incertidumbre paramétrica en el modelo de la celda de combustible . . . . .	33
2.2.3. Incertidumbre paramétrica en los convertidores de potencia . . . . .	36
<b>3. Planteamiento del problema de optimización bajo incertidumbre paramétrica para diseño de la EME</b>	<b>38</b>
3.1. Planteamiento del problema . . . . .	38
3.2. Planteamiento del problema de optimización incierto y su solución . . . . .	44
3.2.1. La solución del PNMCC y el problema incierto de optimización . . . . .	45
3.2.2. Conexiones con la solución de PIMCC . . . . .	49
3.3. Control Supervisorio Propuesto . . . . .	52
<b>4. Simulación de la estrategia de manejo de energía ante incertidumbres paramétricas</b>	<b>56</b>
4.1. Descripción de las condiciones de simulación . . . . .	56
4.2. Evolución en el tiempo . . . . .	59
4.3. Tamaño de la región factible . . . . .	60
4.4. Efecto de las condiciones iniciales del ESS . . . . .	62
4.5. Efecto del diseño del tren de Potencia . . . . .	63
4.6. Efecto del ciclo de manejo . . . . .	66
4.7. Autonomía del vehículo usando la EME . . . . .	69
<b>5. Conclusiones</b>	<b>70</b>
5.1. Conclusiones de la tesis . . . . .	70
5.2. Trabajo futuro . . . . .	72
5.3. Publicaciones . . . . .	72
<b>Apéndice A</b>	<b>73</b>

# Lista de Figuras

1.1.	Diagrama de una batería de Plomo-Ácido. . . . .	4
1.2.	Batería Ión Litio Valence . . . . .	6
1.3.	Comparación de la energía específica contra potencia específica de baterías y supercapacitores [4] . . . . .	8
1.4.	PEMFC comercial y principales componentes de una monocelda. . . . .	11
1.5.	Diagrama esquemático de funcionamiento de una celda de combustible. . . . .	12
1.6.	Estructura del control en Cascada . . . . .	15
1.7.	Estructura del Control Supervisorio . . . . .	16
1.8.	Función de membresía para SOC de la batería . . . . .	18
2.1.	Tren de potencia del sistema . . . . .	24
2.2.	Ambas fuentes entregan potencia a la carga . . . . .	24
2.3.	La celda entrega potencia a la carga . . . . .	24
2.4.	La batería entrega potencia a la carga . . . . .	25
2.5.	La carga entrega potencia a la batería . . . . .	25
2.6.	Zonas de una curva de polarización típica de una PEMFC . . . . .	28
2.7.	Fuerzas actuando sobre el vehículo . . . . .	30
2.8.	SOC y Voltaje de una batería Ión Litio valence. . . . .	33
2.9.	Curva de polarización experimental para una celda Horizon 2000 a una presión de 0.55 bares a una velocidad de 0.13 V/s . . . . .	34
2.10.	Curvas de Polarización experimental del sistema de celda Horizon 2000 a 0.13 V/s. . . . .	35
2.11.	Varias curvas de polarización experimental del sistema de celda Horizon 2000 a 1.3 V/s. . . . .	35
2.12.	Esquema de variación de la eficiencia del convertidor . . . . .	36
3.1.	Ilustración de las restricciones para $SOC[k] = SOC_{max}$ . La región sombreada es la región factible donde se satisfacen todas las restricciones. . . . .	48
3.2.	Elección del valor nominal de los parámetros para satisfacer las retriicciones reales (no conocidas). . . . .	51
3.3.	Estrategia de manejo de energía propuesta. . . . .	52
3.4.	Estructura del control supervisorio. . . . .	53
4.1.	Aproximación de la curva de polarización . . . . .	57

4.2.	Evolución en el tiempo de la Estrategia de Manejo de Energía para el ciclo de manejo City II con $SOC[0] = 1$ . a) Ciclo de manejo City II, b) Potencia demandada del vehículo, c) Estado de carga de la batería, d) Consumo de hidrógeno . . .	59
4.3.	Evolución en el tiempo del tamaño de la región factible y distribución de corriente como función de la incertidumbre para el ciclo de manejo City II y $SOC[0] = 1$ donde A representa una zona de aumento desde 340 a 500 seg de la corriente $I_B$ y B representa una zona de aumento de 650 a 750 seg de la de la corriente $I_B$ . . .	61
4.4.	Izquierda. Evolución en el tiempo del tamaño de la región factible para el ciclo de manejo City II y $SOC[0] = 0.26$ . Derecha. Prevalencia de la optimización en el control supervisorio como una función del $SOC$ . . . . .	62
4.5.	<b>a).</b> Izquierda: Ahorro de combustible y $\Delta\beta_{average}$ como función de $P_{FC,min}$ . Derecha: Tamaño promedio de la región factible. <b>b).</b> Incidencia de la optimización como función de $P_{FC,min}$ y <b>c).</b> Incidencia en reglas heurísticas como función de $P_{FC,min}$ para un ciclo de manejo City II y $SOC[0] = 1$ . . . . .	64
4.6.	Ahorro de combustible como función de $P_{FC,min}$ para un ciclo de manejo City II y $SOC[0] = 0.26$ . . . . .	65
4.7.	Ahorro de combustible como función de $P_{FC,min}$ ante diferentes capacidades de la batería y restricciones respecto a su corriente máxima usando el ciclo de manejo City II. . . . .	65
4.8.	Ahorro de combustible y tamaño de la región factible como una función $P_{FC,min}$ e incertidumbres acotadas para ciclo de manejo HWFET. a) Ahorro de combustible de HWFET como una función $P_{FC,min}$ b)Tamaño promedio de la región factible, c) Ciclo de manejo HWFET . . . . .	66
4.9.	Ahorro de combustible y tamaño de la región factible como una función $P_{FC,min}$ e incertidumbres acotadas para ciclo de manejo UDDS. a) Ahorro de combustible de UDDS como una función $P_{FC,min}$ b)Tamaño promedio de la región factible, c) Ciclo de manejo UDDS . . . . .	67
4.10.	Ahorro de combustible y tamaño de la región factible como una función $P_{FC,min}$ e incertidumbres acotadas para ciclo de manejo NEDC. a) Ahorro de combustible de NEDC como una función $P_{FC,min}$ b)Tamaño promedio de la región factible, c) Ciclo de manejo NEDC . . . . .	68
1.	Dos conjuntos convexos y uno no convexo . . . . .	73
2.	Gráfica de una función convexa, la cuerda ( <i>i.e.</i> , segmento de línea) está entre dos puntos de la gráfica) . . . . .	74
%renewcommandÍndice de cuadrosLista de tablas		

# Índice de cuadros

1.1. Tipos de baterías y características . . . . .	5
1.2. Tipos de celdas de combustible y características . . . . .	9
1.3. Literatura clasificada según la estructura de la EME . . . . .	16
1.4. Principales enfoques de las EMEs . . . . .	17
3.1. Modos del control supervisorio . . . . .	54
4.1. Energía total consumida y potencias máximas y mínimas de los ciclos de manejo	58
4.2. Autonomía del vehículo con $SOC(0) = 1$ y $\Delta m_{h2}(0) = 0.523kg$ . . . . .	69

# Acrónimos

**AFC** Celda de combustible alcalina (en inglés Alkaline fuel cells)

**DC** Corriente directa (en inglés Currente Direct)

**EV** Vehículo Eléctrico (en inglés Electric Vehicle)

**EME** Estrategia de manejo de energía

**ESS** Sistema almacenamiento de energía (en inglés Energy Storage System)

**FC** Celda de combustible (en inglés Fuel Cell)

**FCHEV** Vehículo Eléctrico Híbrido con celdas de combustible (en inglés)

**HEV** Vehículo Eléctrico Híbrido (en inglés)

**HWFET** Ciclo de manejo de autopista (en inglés Highway Fuel Economy Driving Schedule)

**INEGI** Instituto Nacional de Estadística y Geografía

**MCFC** Celda de combustible de carbonato fundido (en inglés)

**NEDC** Ciclo de manejo Europeo(en inglés New European Driving Cycle)

**PAFC** Celda de combustible de ácido fosfórico(en inglés Phosphoric-Acid fuel cells)

**PEMFC** Celda de combustible de intercambio de protones (en inglés Proton-exchange membrane fuel cells)

**PIMCC** Problema Incierto de Minimización de Consumo de Combustible

**PNMCC** Problema Nominal de Minimización de Consumo de Combustible

**SENER** Secretaría de energía

**SOFC** Celda de combustible de óxido sólido (en inglés Solid-oxide fuel cells)

**UCE** Unidad de control electrónico

**UDDS** Ciclo de manejo urbano (en inglés Urban Dynamometer Driving Schedule)

# Glosario

## **Batería**

Consiste en una o más celdas electroquímicas que convierten la energía química en energía eléctrica. Cada celda consta de un electrodo positivo (cátodo), un electrodo negativo (ánodo) y de electrolitos que permiten que los iones se muevan entre los electrodos, facilitando que la corriente fluya fuera de la batería a través de un conductor eléctrico.

## **Electrodo**

Es un conductor eléctrico utilizado para hacer contacto con una parte no metálica de un circuito

## **Electrolito**

Permiten que los iones se muevan entre los electrodos, es decir, se comporta como un medio conductor eléctrico.

## **Convertidor de potencia**

Es un sistema electrónico que tiene por objetivo la conversión de energía eléctrica entre dos formatos diferentes. Por ejemplo, obtener corriente continua (se usa las siglas DC del inglés Current Direct) a partir de corriente alterna; aumentar o disminuir el voltaje de una fuente de DC.

## **Densidad de potencia o potencia específica**

Es la potencia que puede ser almacenada en la batería por unidad de masa [ $W/Kg$ ]

## **Densidad de energía o energía específica**

Es la energía que puede ser almacenada en la batería por unidad de masa [ $Wh/Kg$ ]

## **Membrana polimérica**

Es un polímero que se utiliza en las celdas de combustible de intercambio de protones cuya función es permitir el paso de los iones positivos del hidrógeno.

## **Problema de optimización**

Consiste en minimizar o maximizar el valor de una o más variables. En otras palabras se trata de calcular o determinar el valor mínimo o el valor máximo de una función de una o más variables. En ocasiones se consideran restricciones en el problema de optimización conocidas como restricciones terminales.

**Patrón o ciclo de manejo**

Es un perfil de velocidad del vehículo vs el tiempo y es una herramienta útil para evaluar el consumo de combustible y la demanda de potencia ante diferentes escenarios de conducción; es decir las condiciones del camino (urbano, semiurbano y de carretera) y los hábitos de manejo del chofer del vehículo.

**Región factible**

Es el conjunto donde todas las restricciones impuestas en el problema de optimización se cumplen.

**Tren de potencia**

Es el sistema de propulsión de un vehículo y está compuesto por las fuentes de energía, convertidores y el motor del vehículo.

**Estrategia de Manejo o administración de energía**

Hace la repartición de potencia entre las fuentes de energía de un FCHEV. Esta repartición determina el consumo de combustible (hidrógeno).

# Resumen

En este trabajo se analizan las limitaciones que impone la presencia de incertidumbres en el diseño de estrategias de manejo de energía óptimas para vehículos eléctricos. En particular se analiza el problema de optimización instantánea, propio de sistemas vehiculares con patrones de manejo inciertos o sujetos a ambientes altamente cambiantes, bajo la suposición de que el sistema de tracción está compuesto por una celda de combustible y un banco de baterías. Se establecen las condiciones que aseguran que la solución de minimización de combustible para el sistema nominal (el que tiene parámetros estimados) coincide con la solución del sistema real (el que tiene parámetros inciertos). Se propone un criterio de elección de parámetros del sistema nominal con base en las cotas de incertidumbres. Se analiza el efecto de la incertidumbre en el ahorro de combustible para varios patrones de manejo, así como también el efecto del diseño del sistema de tracción (tamaño de la batería y celda). Se observa que la solución al problema de minimización de combustible para el sistema incierto está sujeta a la existencia de la región factible (conjunto donde se encuentra la solución del problema de optimización). Para los casos en donde no existe solución del problema de optimización se establecen modos de operación heurísticos.

**Palabras claves:** Celda de combustible, parámetros inciertos, manejo de energía.

# Abstract

In this work we analyze the limitations that the presence of uncertainty imposes on the design of optimal energy management strategies for FC (fuel cell) electric vehicles. Using an electric powertrain constituted by a hydrogen fuel cell and a battery bank, the fuel consumption minimization problem is analyzed in the presence of parametric uncertainty. The conditions that ensure that the nominal optimization problem matches the solution of the real (uncertain) optimization problem are clearly stated. By observing that any finite energy source will inherently limit the feasible solutions of the minimization consumption problem, a supervisory control constituted by heuristic rules and optimization is proposed to face such limitations. The effect in the proposed strategy of the powertrain design, driving cycle and initial conditions of the ESS is discussed. Numerical simulations provide evidence of the advantages and features of the proposed supervisory control strategy.

**Key words:** Fuel cells, uncertainty parametric, energy management strategies.

# Capítulo 1

## Introducción

Este capítulo tiene como objetivo describir la contribución de esta tesis, para ello se introduce una clasificación de vehículos según sus fuentes de energía y se analizan las estrategias de manejo de energía existentes en la literatura. Se establecen las ventajas y desventajas que nos ofrecen dichas estrategias y se explica que dado que no existen resultados que traten el problema de manejo de energía con incertidumbre, la contribución de la tesis será dirigida hacia este problema.

### 1.1. Antecedentes de Vehículos

Las principales fuentes de energía utilizadas en el sector transporte utilizan combustibles fósiles de manera masiva (petróleo, carbón y gas natural) incrementando la contaminación ambiental y emisiones de efecto invernadero que contribuyen al calentamiento global y a un posible cambio climático. El número resgistrado de vehículos en México (automóviles, camiones para pasajeros, camiones, camionetas para carga, y motocicletas) en 2009 fue de 30,904,654 de acuerdo al Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI).

El transporte es la segunda fuente de emisiones de gases de efecto invernadero en México; del 100 % del total de gases producidos en el país, al trasporte le correnponde un 18 % donde el 16.2% proviene del subsector automotor, el 1 % proviene subsector aéreo y un 0.8 % de los sectores ferroviario y marítimo.

Existen propuestas recientes de vehículos de transporte automotor para disminuir la cantidad de emisiones contaminantes a la atmósfera y son los siguientes:

- Vehículo Eléctrico Híbrido (Hybrid Electric Vehicle o HEV por sus siglas en inglés)
- Vehículo Eléctrico ( Electric Vehicle o EV por sus siglas en inglés)
- Vehículo Eléctrico Híbrido con Celdas de Combustible (Fuel Cell Hybrid Electric Vehicle o FCHEV por sus siglas en inglés)

Un vehículo híbrido es un vehículo cuyo sistema de propulsión combina dos o más fuentes de energía de diferente tecnología (sistemas de propulsión híbrida). Este tipo de vehículos pueden ser totalmente eléctricos o depender de combustibles fósiles en menor proporción que un vehículo convencional. Los HEVs son vehículos que combinan un motor de combustión interna, uno o varios motores eléctricos y sus fuentes de energía son: combustibles fósiles (en menor proporción que un auto convencional) y otras fuentes de energía como: baterías, celdas de combustible [1] y/o ultracapacitores.

Los EVs son vehículos propulsados por un sistema de almacenamiento de energía eléctrica. Este sistema de almacenamiento de energía está constituido por baterías y ultracapacitores. Los FCHEVs son vehículos que tienen la característica de utilizar como fuente de energía para la tracción, celdas de combustible. Estas celdas pueden usarse en combinación con otras fuentes (por ejemplo baterías y/o ultracapacitores).

Según el sistema de propulsión utilizado, un vehículo híbrido puede tener una mayor eficiencia energética dependiendo de las fuentes utilizadas. Una batería tiene usualmente una eficiencia de entre el 95-99 %, un supercapacitor del 99 %, una celda de combustible de entre el 35-80 % y un motor de combustión interna de entre el 20-30 %. Usadas de manera conjunta, el sistema de propulsión puede aumentar su eficiencia si privilegia el uso de fuentes más eficientes, lo anterior abre el problema de manejo de energía el cual toma una decisión sobre que fuentes de energía usar para la tracción. La utilización de sistemas de recuperación de energía, tales como el frenado regenerativo y la posibilidad de optimizar la distribución (administración/manejo) de la energía entre las fuentes, puede traer como consecuencia un menor consumo de combustible y un mejor desempeño del sistema de tracción. Al tener menor consumo de combustible se obtienen beneficios económicos y ambientales.

Los HEVs aún hacen uso de combustibles fósiles pero se espera que esta tendencia se dirija hacia vehículos totalmente eléctricos (EV y FCHEV). Los EVs tienen la desventaja de tener un tiempo de recarga lento lo que reduce su factibilidad de uso. Los FCHEVs tienen la ventaja de ser recargados más rápido que los EVs debido a que usan hidrógeno como combustible y dado que usan un sistema de almacenamiento de energía compuesto por baterías y/o supercapacitores es posible la regeneración de energía. La combinación de estas fuentes hacen a los FCHEVs más factibles en términos técnicos y económicos [2].

**Observación 1** *Esta tesis estudia el manejo de energía en un vehículo de propulsión eléctrica con celdas de combustible (FCHEV) debido a la pertinencia del tema en estas aplicaciones. En particular se espera que las aplicaciones de este tipo de vehículos aumente debido a que:*

- *su operación no depende de combustibles fósiles como los HEVs.*

- *Su tiempo de recarga es menor que los EVs debido a que usan hidrógeno como combustible.*
- *Se puede hacer frente altas demandas de potencia al usar un esquema de abastecimiento de energía híbrido en el vehículo.*
- *Se puede aumentar el rendimiento de combustible al privilegiar el uso de fuentes como las baterías o supercapacitores.*
- *Además se tiene la opción de reciclar la energía mecánica cuando exista frenado para cargar las baterías.*

## **1.2. Vehículo de propulsión eléctrica con celdas de combustible (FCHEV)**

Como se vio anteriormente, los FCHEVs presentan varias ventajas que los hacen una tecnología promisoría para la transportación, por esta razón varias corporaciones privadas e instituciones de desarrollo tecnológico han realizado fuertes inversiones en FCHEVs [3].

Un FCHEV usa un sistema de propulsión híbrida compuesto por un sistema de almacenamiento de energía (Energy Storage System o ESS por sus siglas en inglés) y celdas de combustible. La razón de usar ESS en un FCHEV se debe a que la celda de combustible por sí sola no puede lograr un desempeño similar a un vehículo con motor de combustión interna, en donde los perfiles de carga (potencia *versus* tiempo) pueden incluir una dinámica muy intensa (muy cambiante). El ESS puede estar compuesto de un banco de baterías y/o ultracapacitores y tiene como función proveer energía al vehículo y encarar las variaciones rápidas de los perfiles de carga.

Para diseñar un FCHEV es necesario el conocimiento del ciclo de manejo, el cual es un perfil de velocidad del vehículo *vs* el tiempo y es una herramienta útil para evaluar el consumo de combustible y la demanda de potencia ante diferentes escenarios de conducción; es decir las condiciones del camino (urbano, semiurbano y de carretera) y los hábitos de manejo del chofer del vehículo. Además de lo anterior para diseñar un FCHEV son necesarias especificaciones dimensionales tales como peso, área frontal, resistencia al rodamiento, etc. Con esta información se calcula la potencia consumida por el vehículo, la cual permite definir el tamaño de celda de combustible (Fuel Cell o FC por sus siglas en inglés) y el ESS [2]. La elección del tamaño y tipo de las fuentes de energía es de suma importancia en un FCHEV debido a que influye en el ahorro de combustible. Otro factor que influye en el ahorro de combustible es la repartición de energía entre las fuentes como se explicará más adelante. En la siguiente sección se introducen

algunos conceptos relacionados con el uso y operación de los FCHEVs con el fin de explicar más claramente la aportación de esta tesis.

### 1.3. Fuentes de energía de un FCHEV

El sistema de propulsión de un FCHEV está compuesto por un conjunto de celdas de combustible, convertidores de potencia y un sistema de almacenamiento de energía (baterías y/o ultracapacitores). Existen diferentes tipos de celdas de combustible dependiendo de su electrolito. Las baterías son clasificadas de acuerdo al tipo de electrodos. En esta sección se realiza una revisión de los tipos de celdas de combustible y baterías así como la clasificación de éstas de acuerdo a su aplicación; así también se analizan los ultracapacitores y su uso en vehículos.

#### 1.3.1. Concepto de Batería y tipos

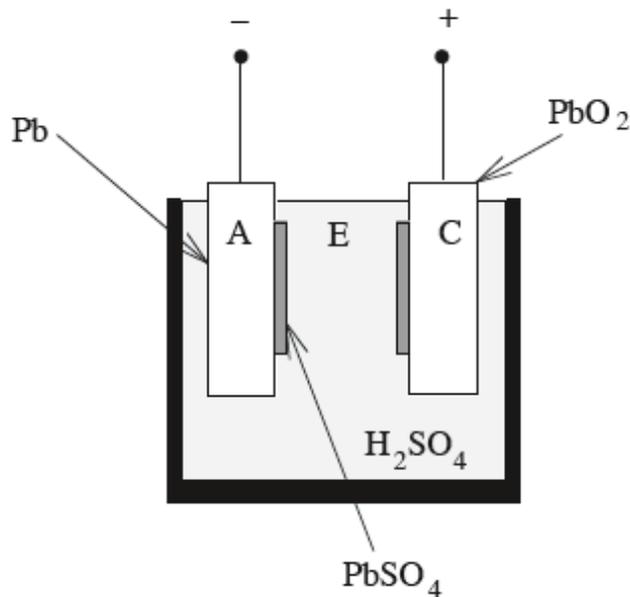


Figura 1.1: Diagrama de una batería de Plomo-Ácido.

Una batería consiste en una o más celdas electroquímicas que convierten la energía química en energía eléctrica. Cada celda consta de un electrodo positivo (cátodo), un electrodo negativo (ánodo) y de electrolitos que permiten que los iones se muevan entre los electrodos, facilitando que la corriente fluya fuera de la batería a través de un conductor eléctrico. La reacción de reducción (ganancia de electrones) se lleva a cabo en el cátodo y la reacción de oxidación (pérdida de electrones) ocurre en el ánodo. Los electrodos invierten su polaridad durante la carga de la

batería (vea Figura 1.1). Dicho de manera simple, las baterías son dispositivos que transforman la energía química en energía eléctrica y viceversa; éstas forman un sistema de almacenamiento de energía eléctrica reversible.

Existen atributos deseables de baterías para aplicaciones vehiculares como son: la potencia específica (también llamada densidad de potencia, es la potencia que puede ser almacenada en la batería por unidad de masa [ $W/Kg$ ]), energía específica (también llamada densidad de energía, es la energía que puede ser almacenada en la batería por unidad de masa [ $Wh/Kg$ ]) y ciclo de vida (es el número total de ciclos de carga y descarga). En la actualidad existen diferentes tipos de baterías y las podemos clasificar como se muestra en el Cuadro 1.1.

Cuadro 1.1: Tipos de baterías y características

Tipo de batería	Energía específica (Wh/kg)	Potencia específica (W/kg)	Ciclo de vida	Voltaje por celda (V)	Aplicaciones
Plomo Ácido	40	180	600	2	Vehículos convencionales
Níquel-Cadmio	50	120	1500	1.2	Uso limitado en Vehículos híbridos
Níquel-Hidruro Metálico (NiMH)	70	200	1000	1.2	Vehículos eléctricos e híbridos
Ion Litio (Li-ion)	130	430	12000	3.6	Vehículos eléctricos e híbridos

Los vehículos convencionales utilizan comúnmente **baterías de Plomo-Ácido** porque tienen las siguientes cualidades: son de bajo costo, fiables y robustas; sin embargo, tienen las siguientes desventajas: ciclo de vida bajo, energía específica baja y potencia específica baja. Estas desventajas limitan el uso de baterías de Plomo-Ácido en vehículos eléctricos e híbridos.

Las **baterías de Níquel-Cadmio** se usan en varios productos electrónicos y tienen la ventaja de tener energía específica y ciclo de vida mayor que las baterías de Plomo-Ácido. Las baterías de Níquel-Cadmio se pueden considerar para vehículos eléctricos híbridos pero tienen la desventaja de ser costosas y tener densidad de potencia baja, las cuales limitan su uso en este tipo de vehículos. Por otro lado, **las baterías de Níquel-Hidruro Metálico** tienen mejores características que las baterías de Níquel-Cadmio y de Plomo-Ácido debido a su mayor ciclo de vida, energía específica y potencia específica. Estas baterías se han usado con éxito en vehículos eléctricos y eléctricos híbridos diseñados por compañías como Toyota, Honda y Ford [2].



Figura 1.2: Batería Ión Litio Valence

Finalmente, las **baterías de Ion litio** (Figura 1.2) son capaces de proporcionar un ciclo de vida, potencia específica y energía específica mayor que los otros tipos de baterías antes mencionadas. No obstante, aunque esta tecnología aún no ha alcanzado plena madurez, a pesar de ello, las baterías Ion Litio tienen éxito en dispositivos portátiles, teléfonos celulares y aplicaciones vehiculares. Actualmente empresas como Nissan y Dodge usan este tipo de baterías para sus vehículos híbridos. Además, las baterías de Ion Litio tienen componentes ligeros, elevada capacidad energética, mayor número de ciclos durante regeneración y mayor resistencia a la descarga, estas características han permitido el diseño de baterías ligeras, de tamaño pequeño (compactas) y con altas eficiencias en la carga y descarga.

**Observación 2** *Las baterías de Ion Litio son la mejor opción para un FCHEV porque, a diferencia de las otras baterías (Plomo-Ácido, Níquel-Cadmio y Níquel - Hidruro Metálico), tienen las siguientes características:*

- *Ciclo de vida más grande*
- *Energía específica y potencia específica más grande*
- *Más voltaje por celda*
- *Mayor capacidad de descarga*
- *Son más ligeras y de menor volumen*

### 1.3.2. Concepto de Ultracapacitor

Los ultracapacitores (también conocidos como condensadores electroquímicos de doble capa, supercapacitores, pseudocapacitores, ultracondensadores y supercondensadores) son dispositivos electroquímicos capaces de sustentar una densidad de energía inusualmente alta en comparación con los condensadores normales, presentando una capacitancia mil veces mayor que la de los condensadores electrolíticos de alta capacidad [2].

Un capacitor electrolítico típico tiene una capacitancia de decenas de miliFaradios [mF] y la de un ultracapacitor será de varios Faradios, o sea alrededor de dos o tres órdenes de magnitud más grande que un capacitor normal. Los ultracapacitores comerciales cuentan con capacitancias tan elevadas como 5000 F, alcanzando densidades de energía de hasta 5 Wh/kg (esto es con densidades de energía relativamente bajas en comparación con las baterías). Los supercapacitores tienen potencia específica mayor que las baterías mientras que la energía específica es sustancialmente menor respecto a las baterías; por esta razón los ultracapacitores son usados para asistir durante la aceleración y subida de pendientes, así como la recuperación de energía durante el frenado del vehículo.

Adicionalmente, los supercapacitores son dispositivos que pueden soportar hasta 1 millón de ciclos siendo utilizados comúnmente como sistemas de almacenamiento de energía secundaria en un FCHEV. Algunas veces los supercapacitores son usados para recargar a las baterías; para el caso de vehículos que utilizan supercapacitores, estos dispositivos de almacenamiento de energía son comúnmente fabricados con carbono y un polímero como electrolito.

**Observación 3** *Los supercapacitores proporcionan una muy alta potencia específica (500-2500 W/Kg) pero muy baja energía específica (0.2-5 Wh/Kg) en comparación con las baterías electroquímicas, por lo que no pueden ser utilizadas como fuente única de almacenamiento de energía. En la Figura 1.3 se hace una comparación de las energías y potencias específicas de supercapacitores y baterías, debido a que las energías específicas de los supercapacitores no rebasan las decenas Wh/Kg dependiendo de la aplicación los supercapacitores podrían descargarse en el orden de segundos o minutos [2].*

### 1.3.3. Concepto de celda de combustible (FC) y tipos

Una celda de combustible (Fuel Cell o FC por sus siglas en inglés) es un dispositivo electroquímico de conversión de energía similar a una batería; pero a diferencia de ellas, las celdas de

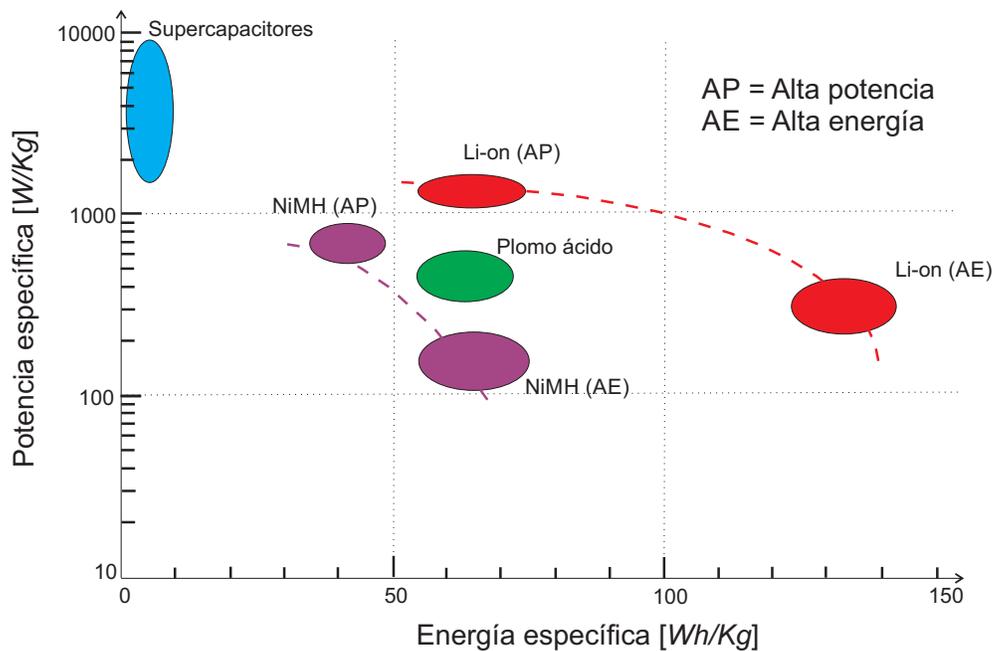


Figura 1.3: Comparación de la energía específica contra potencia específica de baterías y supercapacitores [4]

combustible producen electricidad de manera continua con base en la alimentación continua de combustible externas (por ejemplo hidrógeno y oxígeno). Estas celdas pueden utilizar diferentes tipos de combustibles que contengan hidrógeno en su composición tales como el metano, metanol, etanol, gasolina o Diesel entre otros [5].

Las celdas de combustible son atractivas en aplicaciones vehiculares por las siguientes razones:

- Los rangos de eficiencia eléctrica son elevados en comparación con los motores de combustión interna (los cuales por depender del ciclo de Carnot su eficiencia no puede rebasar el 48 %) dado que la obtención de energía está exenta de cualquier proceso de combustión.
- Tienen la posibilidad de producir bajas o cero emisiones de contaminantes (agua), ya que la reacción química depende del combustible empleado y producen agua y calor como subproducto.
- No poseen partes móviles, por lo tanto son silenciosas.
- No dependen de movimientos mecánicos ni fuerzas magnéticas, ya que producen energía eléctrica a partir de reacciones electroquímicas.

- Como hay ausencia de sistemas de lubricación, abarata y simplifica las labores de mantenimiento.

Las razones anteriores hacen que los vehículos con celdas de combustible (FCHEV y HEV) sean una excelente opción para el sector transporte. La invención de la celda de combustible fue lograda por Sir William Grove en Suiza en 1838; en años siguientes, los científicos han investigado una gran variedad de diseños de celdas de combustible en un esfuerzo por desarrollar una fuente de energía práctica en términos de costo, eficiencia y confiabilidad. En la actualidad existen diferentes tipos de celdas dependiendo del tipo de electrolito y se puede clasificar como sigue:

Cuadro 1.2: Tipos de celdas de combustible y características

Tipo de celda	Temperatura de operación	Eficiencia	Rango de potencia	Aplicaciones
Alcalina (AFC)	80-250 °C	50-65 %	300-5000 W	Usada en vehículos espaciales
Membrana de intercambio de protones (PEMFC)	40-100 °C	50-60 %	0.1 a 500 kW	Aplicaciones vehiculares, móviles y sistemas de baja potencia
Ácido fosfórico (PAFC)	160-220 °C	35-40 %	10 -100 kW	Vehículos grandes
Carbonato fundido (MCFC)	600-650 °C	40-60 %	2 kW- 2 MW	Aplicaciones vehiculares y sistemas estacionarios
Oxido sólido (SOFC)	850-1000 °C	60 %	Superior a 100 KW	Sistema de alta co-generación

La celda de combustible alcalina (Alkaline fuel cells o AFC por sus siglas en inglés) fue inicialmente utilizada en aplicaciones aeroespaciales en la década de los 60s para proporcionar no sólo energía sino también agua potable para los astronautas. Existen algunos vehículos experimentales impulsados por los AFCs, por ejemplo, el taxi híbrido de Londres ZEVCO en 1998 y Lada Antel en 2001. No obstante a pesar de estos esfuerzos, las AFCs no se consideran adecuadas para aplicaciones vehiculares debido a que el rango de potencia es menor que otros tipos de celda (ver cuadro anterior).

La celda de combustible de intercambio de protones (Proton-exchange membrane fuel cells o PEMFC por sus siglas en inglés) usa un electrolito sólido y opera relativamente a bajas temperaturas en comparación con los otros tipos de celda (ver Cuadro 1.2), lo que permite utilizarla después del precalentamiento rápidamente. Gracias a este hecho y a otras ventajas tales como densidad de potencia alta y proporcionar seguridad (debido a su electrolito sólido), las PEMFCs

son particularmente adecuadas para aplicaciones vehiculares.

La celda de combustible de ácido fosfórico (Phosphoric-Acid fuel cells o PAFC por sus siglas en inglés ) usa ácido fosfórico líquido embebido en una matriz que realiza la función de electrolito. Las PAFCs son las más desarrolladas comercialmente y se utilizan como plantas generadoras de electricidad. Hoy en día hay centrales eléctricas completas que generan de 100 a 1000 kW. La eficiencia de las PAFCs es baja en comparación con la PEMFCs, AFCs, MCFCs y SOFCs (ver Cuadro 1.2). Las temperaturas de operación de las PAFCs son de 160 a 220 °C, por lo tanto necesitan más tiempo de calentamiento antes de poder suministrar energía. Este tipo de celdas pueden usarse en vehículos grandes tales como autobuses y locomotoras debido a sus altas potencias.

La celda de combustible de carbonato fundido (Molten-carbonate fuel cells o MCFC por sus siglas en inglés) utiliza una solución líquida de litio, sodio y/o carbonatos de potasio empapados en una matriz que realiza la función de electrolito. La temperatura de operación de las MCFCs están entre 600-650 °C (estas temperaturas son necesarias para lograr una conductividad suficientemente alta en el electrolito) logrando eficiencias de hasta el 60%. Las MCFCs han sido operadas en plantas de energía que van desde 10 kW a 2 MW. Sin embargo, estas celdas no son factibles para una aplicación automotriz por el alto costo de operación, ya que requieren grandes cantidades de equipos auxiliares.

Las celdas de combustible de óxido sólido (Solid-oxide fuel cells o SOFC por sus siglas en inglés) utilizan electrolitos de óxidos metálicos no porosos. Estas celdas funcionan a una temperatura aproximada de 1000 °C, lo que permite la reforma y/o la producción de calor interno de alta calidad para la cogeneración. Estas altas temperaturas limitan el uso de las SOFCs para aplicaciones en sistemas estacionarios. Respecto a las aplicaciones vehiculares, algunos investigadores están probando unidades auxiliares con SOFCs de potencia en trenes.

**Observación 4** *Las PEMFCs son la mejor opción para un FCHEV ya que ofrecen las siguientes ventajas:*

- *Operan a bajas temperatura a diferencia de las PAFCs, MCFC y SOFC.*
- *Su tiempo de precalentamiento es menor que las PAFCs, MCFC y SOFC, ya que operan a bajas temperaturas.*
- *Pueden usarse en aplicaciones pequeñas como vehículos particulares a diferencia de las PAFCs que son para vehículos grandes como autobuses.*
- *Su rango de potencia de 0.1-500 kW y es adecuado para aplicaciones vehiculares.*

*En esta investigación se considerará la PEMFC como fuente de energía para el FCHEV por las ventajas que ofrece.*

La Figura 1.4 muestra una celda de combustible comercial y los principales componentes de una monocelda de combustible.

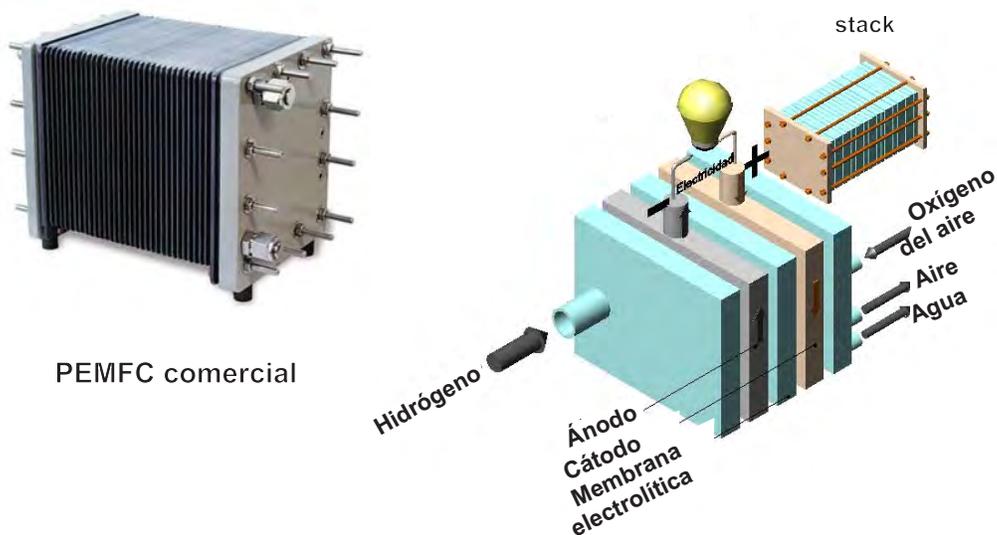


Figura 1.4: PEMFC comercial y principales componentes de una monocelda.

### **Componentes de una celda de combustible de intercambio de protones (PEMFC)**

Una PEMFC está compuesta por un arreglo de celdas, al que se le llama 'stack'. Cada celda tiene un ánodo, un cátodo y un medio electrolítico conocido también como membrana polimérica (Figura 1.4). La reacción producida da lugar a la formación de electricidad, calor y agua. Esto se logra alimentando el hidrógeno en el ánodo de la celda y el oxígeno en el cátodo, los cuales están separados por una membrana electrolítica (electrolito). La reacción se produce dentro de la celda misma. La producción de agua toma lugar en distintas partes de la celda dependiendo del electrolito utilizado.

### **Principio de funcionamiento**

El hidrógeno se inyecta en el ánodo de la celda y en el cátodo se inyecta oxígeno proveniente del aire. En el ánodo se oxida el combustible (dando origen a los protones de hidrógeno  $H^+$ ) y

en el cátodo el comburente (oxígeno) es reducido. El electrolito actúa simultáneamente como aislante eléctrico y sólo permite el paso de  $H^+$  del ánodo al cátodo. Los electrones generados durante la oxidación viajan desde el ánodo hasta el cátodo a través de un circuito externo en forma de corriente eléctrica. En el cátodo, los electrones, protones y el comburente se reducen produciendo agua y energía liberada en forma de calor (vea Figura 1.5).

Es importante mencionar que la membrana (electrolito) debe estar hidratada ya que la conductividad protónica depende de la humedad de la membrana.

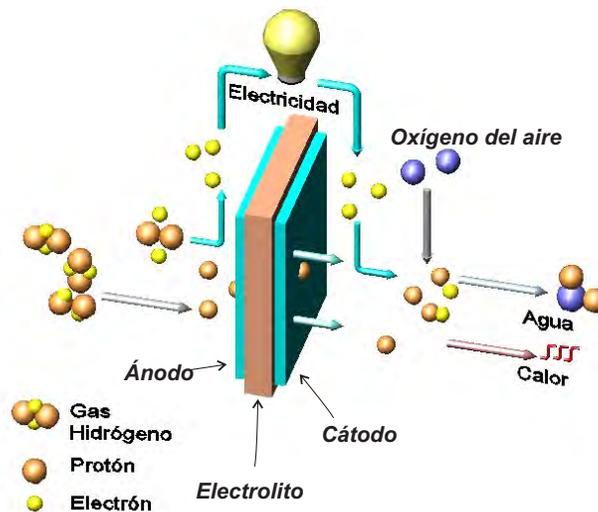


Figura 1.5: Diagrama esquemático de funcionamiento de una celda de combustible.

**Observación 5** *Las fuentes de energía del FCHEV consideradas en este trabajo son:*

- *Un stack (conjunto) de celdas de combustible de intercambio de protones (PEMFC). Estas celdas tienen alta densidad de potencia, ofrecen seguridad por su electrolito sólido y pueden trabajar a temperaturas bajas permitiendo un tiempo de calentamiento menor que otros tipos de celdas. Además éstas son aptas para vehículos pequeños y no requieren que el hidrógeno sea extremadamente pura como las AFCs.*
- *Un sistema de almacenamiento de energía (ESS) compuesto por un banco de baterías Ion Litio. Éstas a diferencia de otras baterías tienen ciclo de vida*

*más grande, energía y potencia específica más grande, más voltaje por celda y mayor capacidad de descarga.*

*Adicionalmente, al usar sólo baterías disminuye el costo del vehículo; y a pesar de que las baterías tienen un tiempo de respuesta más lento que los supercondensadores se han usado con éxito en FCHEVs [6].*

Hasta este momento se han definido las fuentes de energía para el FCHEV. Sin embargo, para un FCHEV con PEMFCs y un ESS es necesario definir políticas de operación entre las fuentes para satisfacer la demanda de carga [2]. Las políticas de operación están definidas por una **estrategia de manejo/administración de energía**. Por ejemplo, si un FCHEV tiene como fuentes de energía una PEMFC y un paquete de baterías, la EME define si la celda, las baterías o ambas satisfacen la demanda de carga, así como el momento para cargar las baterías por medio de la regeneración. El objetivo de la estrategia de manejo de energía es entonces, repartir la potencia de la carga entre las fuentes de energía para aumentar el rendimiento de combustible y supervisa la operación del ESS. En la actualidad existen diferentes estrategias de manejo de energía, las cuales se verán en la siguiente sección.

## **1.4. Clasificación estrategias de manejo de energía (EME) existentes para FCHEV**

Una característica que tienen los FCHEVs es que es posible controlar la división de potencia de las fuentes de energía. La manipulación del reparto de potencia se hace mediante una decisión que a su vez determina la cantidad de combustible consumida, la cual puede ser planificada de manera heurística u óptima. Adicionalmente en un FCHEV, el ESS es usado para aumentar la eficiencia del vehículo y para recuperar energía mecánica mediante la regeneración. La repartición de potencia también se le conoce como Estrategia de Manejo de Energía (EME).

**Las EMEs buscan aumentar el rendimiento del combustible (hidrógeno) y prolongar el tiempo de vida de las fuentes de energía mediante su adecuada operación. Al tener menor consumo de combustible se obtienen beneficios económicos y ambientales.**

Una vez que se lleva a cabo la etapa de diseño de un vehículo [7] es posible diseñar la EME; es decir, dadas las características mecánicas de un vehículo (*i.e.*, la geometría, la resistencia del aire, la fricción de los neumáticos, etc.), el dimensionamiento de las fuentes de energía, la EME reparte la potencia de demanda entre las fuentes para un ciclo de manejo específico (urbano, semi-urbano o carretera).

En la literatura el dimensionamiento de fuentes de energía se obtiene a partir de algoritmos matemáticos. Por ejemplo, [8] determinan el tamaño de las fuentes mediante revestimiento iterativo atrasado utilizando un ciclo de manejo conocido; en [9] lo obtienen partir de un ciclo de manejo y mediante la transformada wavelet. Otros autores utilizan algoritmos heurísticos para dimesionar las fuentes de un FCHEV, por ejemplo, los autores de [10] usaron lógica difusa para dimensionarlas. Adicionalmente, algunos autores dimensionan el tamaño de las fuentes basados en el ciclo de manejo y en la experiencia del diseñador [11]. Este tipo de dimensionamiento se hace definiendo la potencia de la celda de combustible, de manera arbitraria y una vez definida, el resto de la potencia se considera lo entrega, el ESS.

En la literatura existen diferentes estrategias de manejo de energía dependiendo del criterio de clasificación. Dependiendo del método de cálculo de repartición de energía, las EMEs pueden clasificarse en: i) óptimas y ii) heurísticas; sí se toma en cuenta la estructura de control de la EME pueden clasificarse en supervisoria, cascada y supervisoria-cascada. Todas las EMEs definen políticas de operación para repartición de potencia, no obstante, en algunos trabajos ([12], [11], [9]) también se aborda el problema del diseño del tamaño de las fuentes de energía (PEMFC, Batería y/o ultracacitor) de manera conjunta.

En las EMEs encontradas en la literatura, se toman en cuenta varias configuraciones de abastecimiento de los FCHEV de las fuentes entre ellas: serie y paralelo [13]. El vehículo con configuración de las fuentes en serie establece una fuente de energía principal (ya sea PEMFC o el ESS) para satisfacer la demanda de carga y las fuentes restantes se usa como un sistema auxiliar. En un vehículo en paralelo varias fuentes de energía pueden satisfacer la carga pero también existe la opción de que la satisfagan de forma independiente.

**Observación 6** *La Estrategia de manejo de energía hace la repartición de potencia entre las fuentes de energía de un FCHEV. Esta repartición determina el consumo de combustible (hidrógeno). Este trabajo considera un vehículo de configuración en paralelo ya que ésta nos permite trabajar con varias fuentes de forma independiente o de manera conjunta para satisfacer la demanda de carga, lo que puede implicar mayores ahorros de combustible.*

#### 1.4.1. Estructura de las estrategia de manejo de energía

Como se mencionó anteriormente, existen en la literatura estructuras de EME supervisoria, cascada o supervisoria-cascada dependiendo de su estructura de control. La **estructura supervisoria** (Figura 1.7) generalmente está compuesta de un control optimizante basado en las variables del FCHEV para hacer la repartición de energía. La EME define qué modo de operación

del FCHEV sistema tiene que estar activo dentro de un conjunto finito de combinaciones, esto constituye su acción supervisoria. Por ejemplo, algunos modos de operación son las siguientes: cuando la PEMFC es la única fuente de alimentación para la demanda de carga del FCHEV, cuando la batería es la única fuente de alimentación para la demanda de carga del FCHEV y cuando la PEMFC y batería alimentan a la demanda de carga del FCHEV. El control hace frente a cambios en el ambiente mediante la acción de control supervisoria, la cual puede también depender de la solución de una estrategia de optimización; por ejemplo, minimización de combustible.

Las Figuras 1.6 y 1.7 muestran los diagramas de las estructuras de control de repartición de energía supervisoria y cascada. En una **estructura en cascada** (Figura 1.6), la EME actúa como un generador de referencia para realizar la repartición de energía, mientras que los controladores esclavos de seguimiento proveen la potencia deseada. Un ejemplo de una estructura cascada es cuando la EME está constituida por un filtro pasabajas y un filtro pasa altas (Figura 1.6); donde las salida del filtro pasa-bajas da la referencia para la fuente con dinámica más lenta, mientras que el filtro pasa-altas da la referencia para fuentes más rápidas.

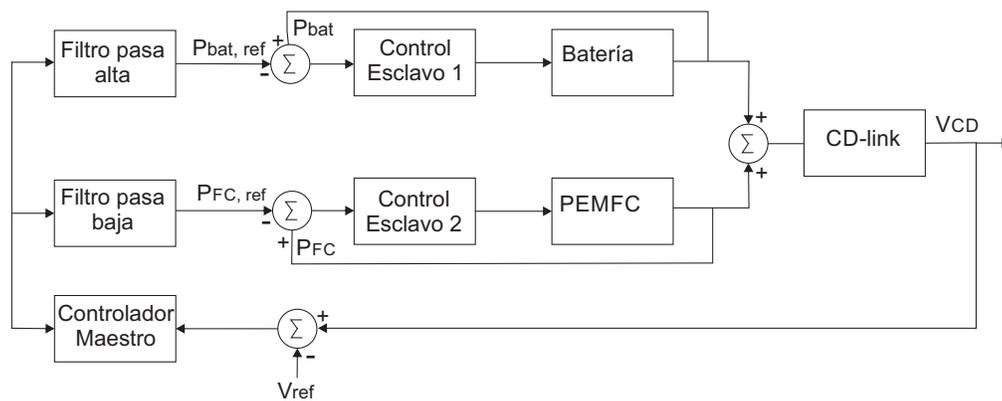


Figura 1.6: Estructura del control en Cascada

Por otro lado, existen EMEs que combinan las dos características anteriores; es decir, son supervisorias-cascadas. Una vez que la estructura supervisoria tomó la decisión acerca de que fuente de energía será usada y en que proporción, el siguiente paso es asegurar la repartición de potencia mediante la utilización de un control cascada. Para llevar a cabo tal repartición de energía se necesita de lo que se llama unidad de control electrónico. En la industria la unidad de control electrónico (UCE) es un término genérico para nombrar dispositivos que controlan y monitorean señales. En general una UCE se usa para recibir señales eléctricas de varios sensores que miden el estado de la celda, batería, motor etc. y a partir de estas señales, los controladores generan señales eléctricas hacia los actuadores. Estos actuadores determinan el suministro de combustible y la potencia eléctrica entregada por el ESS y la PEMFC.

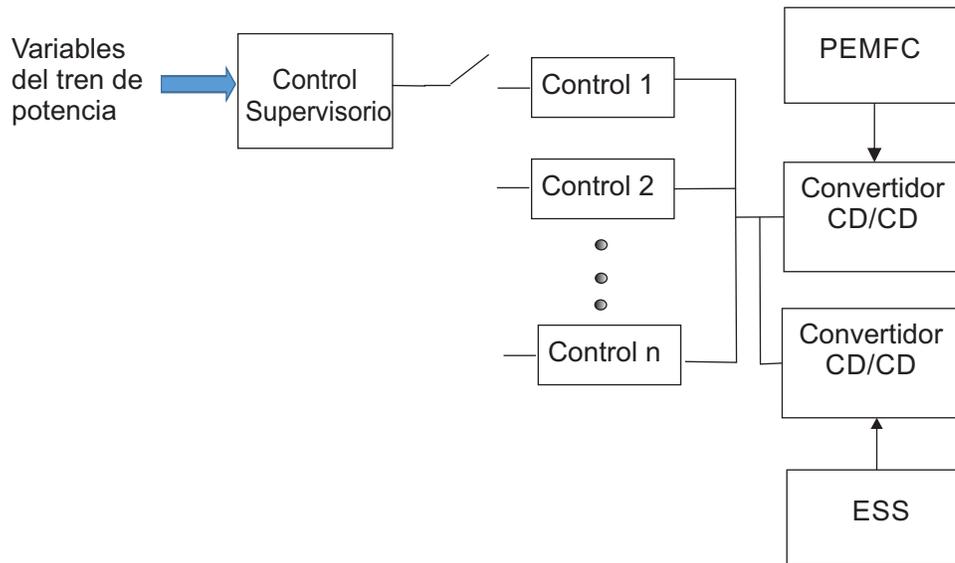


Figura 1.7: Estructura del Control Supervisorio

En otras palabras, la estructura supervisoria de una EME actúa como un generador de potencias de referencia mediante el uso de algoritmos en tiempo o frecuencia, tomando en cuenta las restricciones impuestas a la EME; mientras que la UCE (estructura cascada) da el seguimiento de control dado por dicha referencia. Un diseño de la UCE involucra diseños matemáticos del controlador con sus respectivos actuadores. Cabe mencionar que el control de seguimiento dado por la UCE puede tener también una estructura en cascada (es decir, cuenta con un lazo de control voltaje y corriente del convertidor) o una estructura supervisoria (ver Cuadro 1.3). En esta tesis sólo se diseñará la estructura supervisoria de la EME.

Cuadro 1.3: Literatura clasificada según la estructura de la EME

Control en cascada	Control supervisorio	Combinada
Thounthong P. <i>et al.</i> , 2009 [11]	Kim M-J. y Peng H. , 2007 [14]	Erdinc, O. <i>et al.</i> , 2009 [9]
Erdinc, O. <i>et al.</i> , 2009 [9]	Xu L. <i>et al</i> 2009 [15]	Thounthong P. <i>et al.</i> , 2009 [4]
Jiang W. y Fahimi B., 2010 [13]	Erdinc, O. <i>et al.</i> , 2009 [9]	

## 1.4.2. Métodos para diseño de las EMEs: Heurístico y óptimo

Como se vió anteriormente existen 2 métodos para el diseño de una EME: Heurístico y óptimo. Una EME con enfoque óptimo usa métodos de optimización y la definición de una función objetivo, esta función objetivo generalmente está asociada con la minimización del consumo de combustible, aunque es un tema de investigación la proposición de funciones objetivo que además mejoren el desempeño dinámico del vehículo (ver Sección 2.1.3). Una EME con enfoque heurístico usa reglas booleanas o reglas difusas establecidas por el diseñador. La clasificación anterior se muestra en el Cuadro 1.4.

Cuadro 1.4: Principales enfoques de las EMEs

Enfoque óptimo	Enfoque heurístico
Kim M-J. y Peing, H. 2007 [14]	Kim M. <i>et al.</i> , 2008 [12]
Xu L. <i>et al.</i> , 2009 [15]	Erdinc, O. <i>et al.</i> , 2009 [9]
Xu L. <i>et al.</i> , 2009 [16]	Feroldi D. <i>et al.</i> , 2009 [17]
Feroldi D. <i>et al.</i> , 2009 [17]	
Haito Y. <i>et al.</i> , 2008 [18]	
Arce A. <i>et al.</i> , 2008 [19]	

Como se mencionó, una EME hace la repartición de potencia entre las fuentes de energía de un FCHEV. Esta repartición determina el consumo de combustible (hidrógeno); no obstante, las fuentes de energía tienen limitaciones y no pueden ser usadas de forma arbitraria. Estas limitaciones son tomadas en cuenta de manera diferente en un enfoque óptimo o heurístico como se describe en las siguientes secciones.

### EME con enfoque heurístico.

Las EMEs con enfoque heurístico están principalmente basadas en reglas Boleanas o reglas difusas involucrando variables vehiculares y cuyos umbrales o reglas de membresía son definidas por experiencia ([9], [12],[17]). Por ejemplo, una batería no puede ser cargada más allá del 100% ni descargada más allá de un estado de carga mínimo dado por el fabricante. Para lidiar con estas restricciones usando un enfoque heurístico es posible proponer:

- **Reglas Boleanas.** Una regla Boleana es una sentencia lógica que puede ser verdadera o falsa (tiene solo dos estados posibles). Por ejemplo, en una batería un estado de carga máxima ( $SOC_{max}$ ) y un estado de carga mínima ( $SOC_{min}$ ) son establecidas para operar dicha fuente (el estado de carga ( $SOC$ ) nos da información acerca de que tan cargada está la batería). Un ejemplo de las reglas Boleanas serían: si  $SOC \geq SOC_{max}$  entonces se usa la batería para satisfacer la demanda de carga; si  $SOC \leq SOC_{min}$  entonces no se usa la batería para satisfacer la demanda de carga.
- **Un porcentaje de hibridación deseado.** La hibridación es el porcentaje de entrega de energía definida entre cada una de las fuentes de energía del FCHEV. Por ejemplo, suponga

que tiene que satisfacer una carga de 1kW y que usted tiene dos fuentes de energía; un criterio de repartición de energía es que del 100% de la potencia total el 70% de la carga lo satisface la fuente 1 y el 30% restante lo satisface la fuente 2. A estos porcentajes ya definidos se conoce como porcentaje de hibridación. En vehículos se calcula el tamaño de componentes a partir de un porcentaje de hibridación deseado, algunos trabajos basados en este criterio son [14], [10], [18], para un autobús en [15]. Por otra lado, este criterio también se usa en un sistema estacionario híbrido [13].

- **Lógica difusa.** La lógica difusa es una lógica alternativa a la lógica clásica que pretende introducir un grado de vaguedad en las cosas que evalúa. La lógica difusa a diferencia de la lógica clásica se puede tener más de dos estados de manera simultánea.

Las funciones de membresía son necesarias al usar lógica difusa. Una función de membresía puede tener forma triangular, de campana o trapezoidal y define los valores difusos de la variable a tratar. Por ejemplo, para la operación de una batería dado una demanda de potencia se pueden usar tres funciones tipo triangular de la siguiente forma: La primera función triangular define una región donde el diseñador de la EME considera un nivel bajo de SOC de la batería, la segunda función triangular define un estado medio de SOC de la batería y en la tercera función triangular define la región del SOC alto de la batería (Ver Figura 1.8). Algunos ejemplos de las reglas a través de dichas funciones son: Si el nivel de SOC es alto entonces se usa para satisfacer la demanda de carga, si el nivel de SOC es bajo entonces no se usa para satisfacer la demanda de carga, pero si el nivel del SOC se encuentra entre el nivel bajo y medio entonces la batería no satisface la demanda de carga (estas reglas quedan a criterio del diseñador(a) de la EME).

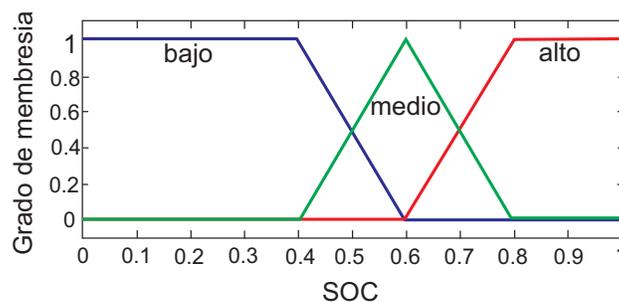


Figura 1.8: Función de membresía para SOC de la batería

Otras características de las EMEs con enfoque heurístico son las siguientes:

- No se requiere el modelo del sistema.

- Las elecciones de los umbrales de las funciones de membresía son elegidas de forma arbitraria.
- Producen buenos resultados si son bien afinados.
- No tienen sustento formal acerca de la obtención de un consumo mínimo de combustible.

### **EME con Enfoque óptimo**

Las EMEs con enfoque óptimo definen una función objetivo generalmente dependiente del consumo de combustible sujeta a restricciones de operación de las fuentes mediante ecuaciones estáticas y/o dinámicas ([15], [16], [17], [14], [18]). La solución al problema de optimización regularmente es resuelto usando la teoría optimización restringida (vea Apéndice A). Algunas características de las EMEs con enfoque óptimo son las siguientes:

- Dependen del modelo del sistema.
- Se puede sustentar formalmente el consumo mínimo de combustible.
- Pueden requerir del conocimiento del ciclo de manejo (optimización dinámica).
- Son complejas en comparación de las heurísticas.
- En general requieren más tiempo y recursos computacionales para su implementación.
- Tienen mayor flexibilidad que las heurísticas respecto a la forma de plantear el problema de manejo de energía.

La repartición de energía en las EMEs con enfoque óptimo sólo puede hacerse si cumplen todas las restricciones impuestas por las fuentes de energía y que se traducen en un problema de optimización restringida.

**Observación 7** *En este trabajo se considera una EME basada en optimización debido a la conveniencia de poder sustentar formalmente el consumo mínimo de combustible a través de la formulación del problema de optimización.*

## 1.5. Estado del arte de las EMEs basadas en optimización

Existen en la literatura una variedad de trabajos relacionados con el diseño de EMEs basadas en optimización. Éstas principalmente se clasifican en optimización dinámica o estática dependiendo del tipo de función objetivo que se utilice. En estos trabajos se resuelve el problema de minimización de combustible sujeto a restricciones de operación de las fuentes de energía de un FCHEV. Estas EMEs además de satisfacer la demanda de carga buscan aumentar el rendimiento de combustible (hidrógeno) y al mismo tiempo cuidar la vida de las fuentes a través de dichas restricciones. Entre estos trabajos se pueden mencionar los siguientes:

En [17], los autores resuelven el problema de optimización instantánea donde las restricciones son basadas en mapas de eficiencia de la operación de la celda de combustible con el fin de operar esta celda en la región de alta eficiencia. Entre las restricciones que toman en cuenta están la definición de velocidades máximas o mínimas de potencia entregada por la PEMFC, con el fin de evitar inundación o secado de la membrana. Además se define un estado de carga máxima y mínima donde la batería tiene buen desempeño.

En [20], los autores presentan una EME de dos etapas donde toman en cuenta la longevidad de la PEMFC. Esta EME se basa en un modelo de tiempo discreto del FCHEV, la solución al problema de minimización de consumo de combustible se basa en el principio de Pontryagin. Este principio reformula un problema de optimización de un ciclo de manejo completo (optimización dinámica) en un problema de optimización instantánea (optimización estática). Sin embargo, el problema de calcular los multiplicadores desconocidos de Lagrange de la función objetivo es resuelto usando un modelo estadístico sobre todos los ciclos de manejo posibles. Los autores muestran la factibilidad de la aplicación por medio de simulaciones numéricas.

En [21], se presenta una EME basada en la solución analítica del problema de optimización dinámico. Este enfoque permite analizar el efecto de la eficiencia de la batería en la solución y la sensibilidad de la solución para parámetros variables.

Los autores de [Ravey A. *et al.*,2012] estudiaron dos EMEs: i) una EME fuera de línea basada en optimización y ii) una EME en línea basada en lógica difusa y control semi-optimizado. Los autores mostraron que la estrategia basada en lógica difusa semi-optimizada tiene un comportamiento cercano a la EME fuera de línea usando optimización, incluso si la predicción del ciclo de manejo no está disponible.

En [15], los autores presentan una estrategia supervisoria adaptable de un autobús equipado con PEMFC y baterías. Se propone una EME basada en optimización donde es resuelto un problema de minimización de consumo equivalente. Este consumo equivalente está relacionado con la cantidad de hidrógeno consumido durante el trayecto así como el estado de carga de la batería. Se propone un control supervisorio adaptable, el cual se basa en: un algoritmo de estimación de potencia real del vehículo, un algoritmo para estimar el estado de carga de la batería y un algoritmo de mínimos cuadrados recursivos para la identificación las variables de la PEMFC, el

cual monitorea el voltaje de la celda y corriente drenada de la celda. Esta EME define una región de operación para el estado de carga de la batería y la celda con el fin de operar en la región de máxima eficiencia.

Los trabajos anteriores no analizan el caso de optimización con incertidumbre paramétrica. En un caso real los parámetros del modelo del FCHEV adoptado pueden llegar a cambiar con el paso del tiempo, inclusive dichos parámetros pueden cambiar en función de la temperatura ambiental, edad de las fuentes, velocidades de demanda de energía; entre otros. Todo esto hace complicado contar con un modelo fiel del sistema para diseño de una EME basada en optimización.

**Observación 8** *Una EME basada en optimización restringida necesita un modelo de FCHEV lo más fiel posible para que la solución tenga sentido; sin embargo esta suposición no puede satisfacerse en la realidad porque el vehículo está interactuando con un ambiente altamente cambiante. Debido a lo anterior, este trabajo se enfoca en el estudio de las limitaciones que la incertidumbre paramétrica en el modelo del vehículo impone en la tarea de diseño de una EME basada en optimización.*

## 1.6. Motivación

La revisión de la literatura nos permite ver que existen diferentes enfoques para el diseño de una EME. Sin embargo, aún no quedan claras las limitaciones que impone la incertidumbre en la solución del problema de manejo de energía óptimo, ni el efecto del diseño del tren de potencia, el ciclo de manejo y el tamaño de la incertidumbre en el consumo de combustible. Esta tesis se enfocará en estos aspectos.

## 1.7. Objetivos

### 1.7.1. Objetivo general

Proponer una estrategia de manejo de energía basada en optimización bajo la suposición de existencia de incertidumbre paramétrica en el modelo del FCHEV.

### 1.7.2. Objetivos particulares

- Estudiar el efecto de la incertidumbre paramétrica en el problema de optimización restringida estableciendo condiciones suficientes para la existencia de la solución.

- Establecer condiciones para que la solución del sistema real y el de parámetros estimados coincidan. Así como establecer que bajo que condiciones las restricciones del sistema estimado cumple la restricciones del sistema real incierto.
- Analizar la influencia del diseño de la tracción del vehículo, condiciones iniciales de la batería y tamaño de incertidumbre presente en la EME, así como ilustrar resultados mediante simulaciones en un caso de estudio.

## 1.8. Aportaciones

Aunque los trabajos mencionados en la Sección 1.5 constituyen importantes avances respecto al diseño de las EMEs, la mayoría de éstas no toma en cuenta la incertidumbre inevitable en el modelado del sistema y mas aún sus consecuencias en la optimización. La aportación de este trabajo va encaminado a esto.

Las aportaciones de esta tesis fueron las siguientes:

- Se establecieron condiciones suficientes para la existencia de la solución del problema de minimización restringido incierto.
- Se estudió la influencia de la incertidumbre paramétrica en una EME basada en optimización.
- Se ilustró el desempeño de la EME propuesta mediante simulaciones numéricas para un tren de potencia dado.
- Se analizó la influencia del diseño de la tracción del vehículo, condiciones iniciales de la batería y tamaño de incertidumbre en la EME propuesta.

## 1.9. Organización

El Capítulo 1 estuvo dedicado a la introducción donde se describe el contexto y estado del arte bajo el cual se propone la aportación de esta tesis. En el Capítulo 2 se introduce el modelo dinámico del FCHEV y de las fuentes, así como la descripción de las fuentes de incertidumbre paramétrica presentes en el modelado. En el Capítulo 3 se plantea el problema de minimización de consumo de combustible incierto y se resuelve el problema de manejo de energía con incertidumbre paramétrica. El Capítulo 4 presenta simulaciones numéricas que ilustran el desempeño de la estrategia de manejo energía y se discute los resultados obtenidos. Finalmente, en el Capítulo 5 se presentan las conclusiones y trabajos futuros de esta tesis.

## Capítulo 2

# Modelado del FCHEV y del sistema de propulsión híbrido

Este capítulo tiene como objetivo obtener la descripción matemática en tiempo discreto para un vehículo eléctrico híbrido con celdas de combustible (FCHEV), el modelo se divide en dos partes, por un lado el modelo de las fuentes de energía del sistema de propulsión mientras la segunda parte está constituido por el modelo dinámico del vehículo. Además se discuten las causas que originan la incertidumbre paramétrica en el sistema.

### 2.1. Modelo del sistema híbrido de propulsión eléctrica con PEMFC

En el capítulo previo, se examinaron los diversos factores que motivan el análisis del sistema de propulsión además se estableció que este trabajo considera un vehículo eléctrico híbrido con celdas de combustible (FCHEV) con sistema de propulsión compuesto de dos fuentes de energía en paralelo: celdas de combustible de intercambio de protones (PEMFC) y baterías de Ion Litio. Esta configuración permite usar las fuentes de manera independiente o conjunta para satisfacer la demanda de carga.

Con el fin de que las fuentes de energía pueden ser administradas con acciones de control es necesario conectarlas a convertidores de potencia (DC/DC). Estos convertidores tienen la finalidad de proporcionar la potencia de salida deseada a la carga. A través de los convertidores el sistema de propulsión del vehículo puede usar energía de la PEMFC y/o baterías para satisfacer la demanda de carga ( $P_{carga}[k]$ ) (ver Figura 2.1). Se usa un convertidor unidireccional para la celda ya que su naturaleza no permite la regeneración de hidrógeno (transformación de energía eléctrica a hidrógeno). En el caso de las baterías se utiliza un convertidor bidireccional para permitir la demanda y el frenado regenerativo.

A partir del tren de potencia anterior se definirán los siguientes modos de operación:

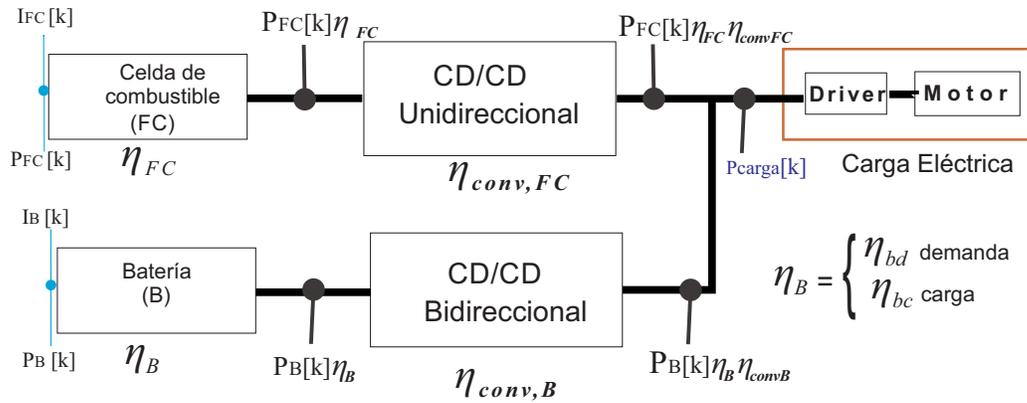


Figura 2.1: Tren de potencia del sistema

**Modo durante la demanda ( $P_{carga} > 0$ ) de carga**

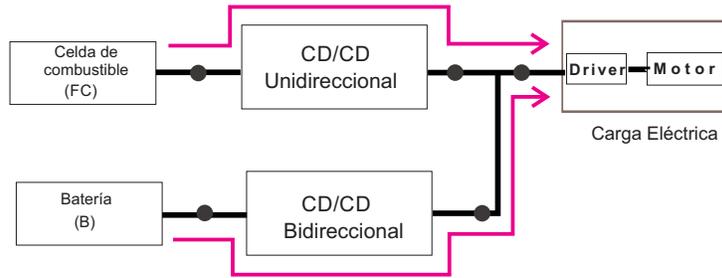


Figura 2.2: Ambas fuentes entregan potencia a la carga

**Modo durante la demanda ( $P_{carga} > 0$ ) de carga**

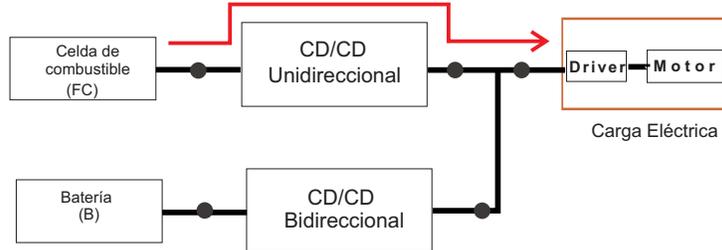


Figura 2.3: La celda entrega potencia a la carga

**Modo durante la demanda ( $P_{carga} > 0$ ) de carga**

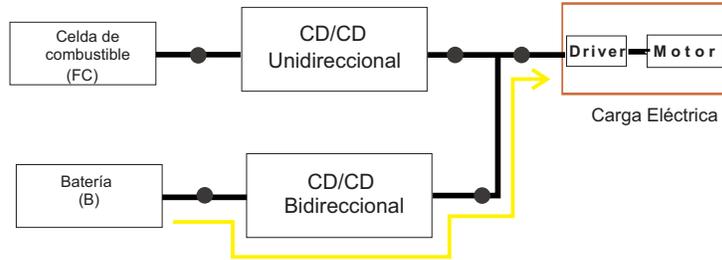


Figura 2.4: La batería entrega potencia a la carga

**Modo durante la regeneración ( $P_{carga} \leq 0$ ) de carga**

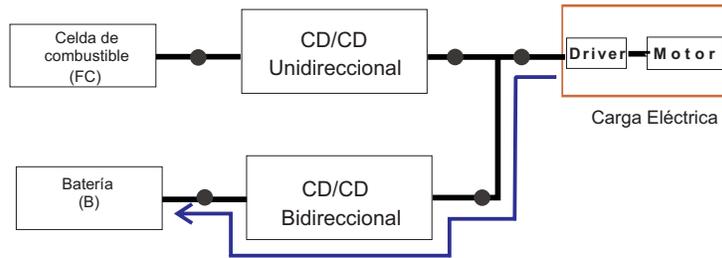


Figura 2.5: La carga entrega potencia a la batería

Estos modos de operación son definidas en la estrategia de manejo de energía propuesta en este trabajo. Para este trabajo cuando la  $P_{carga} > 0$  implica que  $I_{carga} > 0$  dado que el voltaje siempre es positivo y  $P_{carga} = I_{carga}V_{carga}$  y cuando  $P_{carga} \leq 0$  significa que hay una corriente  $i_{carga} \leq 0$ .

Esta tesis utilizará un modelo en tiempo discreto del sistema de tracción principalmente porque simplifica el análisis de optimización y con el fin de obtener una estrategia que pueda ser directamente implementable en dispositivos de monitoreo y controles digitales. Se dispone del valor de las variables cada instante de tiempo y el índice que representa el transcurrir del tiempo es  $k$ , donde  $t = \Delta_T k$  con  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$  y un periodo de muestreo  $\Delta_T$ . El valor instantáneo de la demanda de potencia eléctrica ( $P_{carga}[k]$ ) del vehículo depende de varios factores: i) *factores mecánicos* es decir relacionados con la dinámica del vehículo y con la eficiencia de la transmisión de movimiento; ii) *Factores eléctricos* relacionados con las eficiencias del motor eléctrico, del convertidor de la batería ( $\eta_{conv,B}$ ), del convertidor de la celda ( $\eta_{conv,FC}$ ), y de las fuentes  $\eta_{fuentes}$ :

$$\eta_{fuentes} = \begin{cases} \eta_B \\ \eta_{FC} \end{cases}$$

donde  $\eta_{FC}$  es la eficiencia de la Celda de combustible y  $\eta_B$  es la eficiencia de la batería dada por

la siguiente ecuación:

$$\eta_B = \begin{cases} \eta_{bc} \\ \eta_{bd} \end{cases}$$

donde  $\eta_{bc}$  es la eficiencia si se carga la batería y  $\eta_{bd}$  es la eficiencia si se descarga la batería; y finalmente iii) *Factores relacionados con el patrón de manejo*; es decir las condiciones de tráfico (urbano, semiurbano y carretera) y los hábitos de manejo del chofer del vehículo.

El balance de potencia es la suma de potencias dado por las fuentes para satisfacer la demanda de carga (vea Figura 2.1) :

$$P_{carga}[k] = P_B[k]\tilde{\eta}_B + P_{FC}[k]\tilde{\eta}_{FC} \quad (2.1)$$

donde  $P_{FC}[k] > 0$  y  $P_B[k]$  son las potencias suministradas por la celda y el banco de baterías respectivamente, y  $\tilde{\eta}_B = \eta_{bd}\eta_{conv,B}$ ,  $\tilde{\eta}_{FC} = \eta_{FC}\eta_{conv,FC}$ .

**Observación 9** *En este trabajo se asume que la potencia demandada es conocida en cada instante de tiempo y que no existe conocimiento predictivo del ciclo del manejo. Lo anterior tiene dos implicaciones: primero, no es necesario el conocimiento de la velocidad y aceleración ya que la demanda de potencia eléctrica puede ser medida directamente; segundo, la función objetivo no puede tener dinámica puesto que como no se tiene acceso al conocimiento del ciclo de conducción, por lo que no puede plantearse una integral definida en el problema de optimización dinámica.*

### 2.1.1. Modelo del sistema de PEMFC

Es ampliamente aceptado que el consumo de hidrógeno ( $\Delta m_{H_2}$ ) puede aproximarse a una función proporcional de la corriente demandada a la celda ( $I_{FC}[k]$ ) ([22],[21]) y que ésta está dada por:

$$\Delta m_{H_2}[k] = -\frac{NM_{H_2}I_{FC}[k]}{2F} \quad (2.2)$$

donde  $N$  es el número de celdas en el stack,  $M_{H_2}[k]$  es la masa molar de  $H_2$  y  $F$  es la constante de Faraday, la cual tiene un valor de  $96485,309 \text{ Cmol}^{-1}$ .

Existen pérdidas en el voltaje de la celda que están determinadas por la cinética de las reacciones en los electrodos, por la geometría de la celda y tipo de electrolito. Todas estas pérdidas de voltaje influyen en el desempeño de la celda. Usualmente el voltaje de la celda tomando en cuenta estas pérdidas es proporcionada por el fabricante mediante una curva de polarización [23].

La curva de polarización expresa el voltaje de la celda en función de la corriente demandada. En general, la curva de polarización está compuesta por tres zonas: zona de activación, zona lineal u Óhmica y zona de concentración (Ver Figura 2.6).

La zona de activación se encuentra a bajas corrientes, donde las pérdidas de voltaje están relacionadas con la energía requerida para iniciar las reacciones de oxidación-reducción. En la zona lineal también conocida como zona Óhmica, la pérdida de voltaje está relacionada con la resistencia Óhmica del electrolito y la resistencia externa de los electrodos y conexiones eléctricas ([3],[23]). Finalmente, la zona de concentración, presente en altas corrientes donde la tendencia decreciente del voltaje es además influenciada por los procesos limitantes de difusión en los electrodos; es decir, en la reacción electroquímica, la caída de la concentración de los gases y el crecimiento de los productos tienen relación directa con estas pérdidas.

Se recomienda operar la PEMFC en la zona lineal para evitar el secado e inundación de la membrana ([17],[9]). Lo anterior es importante tomarlo en cuenta porque la membrana debe hidratarse, requiriendo evaporar el agua casi en la misma medida en que ésta es producida. Si el agua se evapora demasiado rápido, la membrana se seca, se agrieta y la resistencia a través de ella aumenta. Si el agua se evapora demasiado lento, los electrodos se inundarán evitando que los reactivos puedan alcanzar el catalizador y se parará la reacción.

Un stack cuenta con componentes auxiliares que constituyen el balance de planta (BoP por sus siglas en inglés de balance of plant) [24]. Estos componentes auxiliares consumen cierta cantidad de corriente que puede ser suministrada por el stack y que hacen que la celda no opere a circuito abierto.

Es importante señalar que operar a la celda en las zonas de concentración o activación por periodos largos de tiempo traerá como consecuencia un bajo desempeño; dicho de otra manera existirá degradación del desempeño dado por el fabricante reduciendo la potencia entregada por la celda.

**Observación 10** *En esta tesis se utilizará una aproximación lineal de la potencia de la celda, ya que en la zona Óhmica se evita que la membrana de la PEMFC se inunde o seque y afecte el desempeño de la celda.*

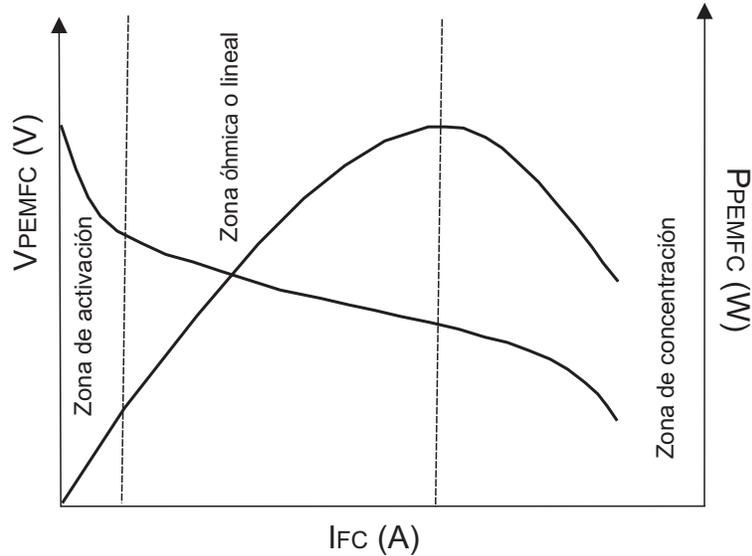


Figura 2.6: Zonas de una curva de polarización típica de una PEMFC

Con base en lo anterior, la potencia instantánea de la PEMFC puede ser expresada como:

$$P_{FC}[k] = I_{FC}[k]V_{FC}[k] \quad (2.3)$$

donde

$$V_{FC}[k] = -\tilde{a}_1 I_{FC}[k] + \tilde{b}_1 \quad (2.4)$$

donde  $\tilde{a}_1 > 0$  y  $\tilde{b}_1 > 0$  son constantes aproximadas obtenidas a partir de la curva de polarización. Sustituyendo la Ecuación 2.4 en la Ecuación 2.3 se tiene:

$$P_{FC}[k] = I_{FC}[k] [-\tilde{a}_1 I_{FC}[k] + \tilde{b}_1] \quad (2.5)$$

### 2.1.2. Modelo dinámico de las baterías

El modelo dinámico de las baterías que se usará, será completamente eléctrico ya que para diseñar la EME son sólo necesarias las variables eléctricas de la batería. Este tipo de modelo se representa con ecuaciones diferenciales ordinarias y no parciales. Además, el modelo eléctrico [25] depende sólo de las variables eléctricas de la batería por lo que no necesitan la estimación de variables y parámetros electroquímicos [26], las cuales son difíciles de obtener cuando la batería está siendo usada, es decir, durante el trayecto del vehículo.

El modelo eléctrico utilizado en esta tesis proporciona información de la dinámica del estado de carga, voltaje y potencia de la batería. Las ecuaciones que describen su dinámica son las siguientes:

$$SOC[k+1] = SOC[k] - I_B[k]/C_B \quad (2.6)$$

donde  $SOC$  es el estado de carga de la batería,  $C_B$  es la capacidad de la batería en  $Ah$  e  $I_B$  es la corriente de la batería.

$$V_B[k] = d1 + d2(SOC[k]) \quad (2.7)$$

donde  $V_B$  es el voltaje de la batería,  $d1$  y  $d2$  son las constantes obtenidas a partir de la hoja de especificaciones de la batería [27]. La potencia de la batería queda definida por:

$$P_B[k] = V_B[k]I_B[k] \quad (2.8)$$

**Observación 11** *En este trabajo se considera un modelo eléctrico dado por las Ecuaciones 2.6, 2.7 y 2.8 que representan el comportamiento de la batería durante la carga y descarga.*

### 2.1.3. Demanda energética del sistema híbrido de propulsión

Para diseño de una EME es necesario conocer la demanda de potencia del vehículo. Las fuerzas que interactúan con el vehículo son: fuerza aerodinámica ( $F_a$ ), resistencia al rodamiento ( $F_r$ ), fuerzas gravitacionales ( $F_g$ ) y la fuerza de tracción ( $F_t$ ); entre las más importantes (Figura 2.7).

El movimiento de un vehículo está determinado por el conjunto de fuerzas resistivas que se oponen al avance. La ecuación que describe la dinámica longitudinal de un vehículo en carretera tiene la siguiente forma ([28],[2]):

$$m_v \frac{v[k+1] - v[k]}{\Delta T} = F_t - (F_a[k] + F_r[k] + F_g[k]) \quad (2.9)$$

donde  $m_v$  es la masa del vehículo en  $[Kg]$ ,  $v$  es la velocidad de desplazamiento del vehículo  $[m^2/s^2]$  y todas estas fuerzas son expresados en Newtons  $[N]$ .

La fuerza aerodinámica es la fuerza necesaria para desplazarse dentro de la atmósfera, sin tener en cuenta el rozamiento con el suelo. En un vehículo, la mayor cantidad de resistencia aerodinámica se debe a la necesidad de desplazar el aire y a las diferencias de presión que se forman debido a ello. La depresión que se forma en la parte posterior del coche es la principal causa de resistencia aerodinámica. La fuerza necesaria para desplazarse en la atmósfera es proporcional a la superficie frontal ( $A_f$ ) en  $[m^2]$ , al coeficiente de arrastre ( $C_d$ ), a un medio de la densidad del aire ( $\beta_{aire}$ ) en  $kg/m^3$  y el cuadrado de la velocidad del viento ( $v[k]^2$ ), donde  $v[k]$

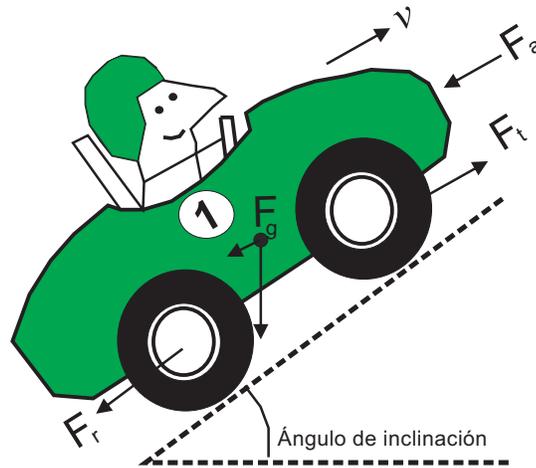


Figura 2.7: Fuerzas actuando sobre el vehículo

es la velocidad instantánea del vehículo ). La ecuación que describe la fuerza aerodinámica esta dada como sigue:

$$F_a[k] = (1/2)\rho_{aire}A_fC_d(v[k]^2) \quad (2.10)$$

La fuerza de fricción de rotación o resistencia al rodamiento ( $F_r$ ) se debe al peso concentrado sobre las ruedas que ejercen presión sobre el terreno, esta presión hace que el neumático no se apoye en un sólo punto, sino sobre una superficie más o menos grande que origina el rozamiento con el terreno y por lo tanto una resistencia al movimiento. La fuerza de resistencia al rodamiento la describe la siguiente ecuación:

$$F_r[k] = m_v[k]C_rgCos(\alpha) \quad (2.11)$$

donde  $m_v$  es la masa del vehículo en  $[Kg]$ ,  $C_r$  es el coeficiente de rodamiento del vehículo,  $g$  es la constante de gravedad en la tierra en  $[m/s^2]$ ,  $\alpha$  es el ángulo de inclinación del terreno en radianes (ver Figura 2.7).

Las fuerzas gravitatorias ( $F_g$ ) están presentes cuando el vehículo se encuentra en un plano inclinado, una parte del peso ejerce una fuerza en contra al sentido de la marcha que se opone a la fuerza de tracción; en consecuencia hay que aumentar la fuerza de tracción para poder desplazar el vehículo. La fuerza debido a la gravedad depende del peso del vehículo y del ángulo de la pendiente.

$$F_g[k] = m_v[k]gSen(\alpha) \quad (2.12)$$

La fuerza de tracción ( $F_t$ ) es la fuerza transmitida por el motor a través de una transmisión mecánica de engranajes a las ruedas, cuando la fuerza de tracción es mayor a las fuerzas que presentan resistencia al movimiento, se traduce en un desplazamiento del vehículo. De la Ecuación 2.9, tenemos que  $F_t$  está dado como sigue:

$$F_t = m_v \frac{v[k+1] - v[k]}{\Delta T} + (F_a[k] + F_r[k] + F_g[k]) \quad (2.13)$$

Para determinar la demanda de potencia mecánica instantánea del vehículo se utiliza la siguiente expresión ([2], [29]):

$$P_v[k] = v[k]F_t[k] \quad (2.14)$$

Observe que en la Ecuación 2.14 la fuerza de tracción dependerá crucialmente de los perfiles de velocidades y aceleraciones del vehículo; es decir, del ciclo de manejo<sup>1</sup>. Sustituyendo la Ecuación 2.13 en la Ecuación 2.14 se obtiene:

$$P_v = v[k] \left( m_v \frac{v[k+1] - v[k]}{\Delta T} + F_a[k] + F_r[k] + F_g[k] \right) \quad (2.15)$$

donde  $v[k]$  está determinada por el ciclo de manejo y  $\sin(\alpha)$  por la inclinación del camino. Por otro lado, se sabe que la transmisión de movimiento presenta pérdidas de potencia debido a la existencia del embrague, de los engranes y de otros auxiliares de transmisión de movimiento. Además de estas pérdidas es necesario considerar pérdidas eléctricas debidas a la eficiencia del motor eléctrico y de su etapa de potencia. Para considerar estas pérdidas se divide  $P_v$  por una eficiencia de la transmisión mecánica-eléctrica [29]. De esta manera, la potencia eléctrica instantánea requerida por el vehículo está dada por:

$$P_{carga}[k] = P_v[k] / \eta_{dem,reg} \quad (2.16)$$

donde  $\eta_{dem,reg}$  es la eficiencia total de la transferencia mecánica-eléctrica.

**Observación 12** *La dinámica de traslación del vehículo está dada por la Ecuación 2.9 donde se consideran: la fuerza aerodinámica, resistencia de rodamiento, fuerza de tracción y fuerzas gravitacionales. La potencia eléctrica (Ec. 2.16) necesaria para trasladar el vehículo a cierta velocidad por medio de un motor eléctrico, depende de la eficiencia de la transmisión mecánica-eléctrica.*

<sup>1</sup>Debido a que en esta tesis se pretende estudiar el efecto del ciclo de manejo en el ahorro de combustible se utilizarán ciclos de manejo estándares aceptados por la comunidad de investigación y publicados por la EPA (ciclo de pruebas de emisiones, en inglés Emission Test Cycles)

## 2.2. Efecto y causas de la incertidumbre en el modelado de un FCHEV

La tarea del modelado de un sistema dinámico busca encontrar ecuaciones diferenciales y algebraicas que representen la dinámica real. No obstante, los parámetros del modelo adoptado pueden llegar a cambiar con el paso del tiempo, con la temperatura ambiental, uso de las fuentes, velocidades de demanda de energía, entre otros. Todo esto hace complicado contar con un modelo fiel del FCHEV para diseño de la EME.

### 2.2.1. Incertidumbre en los parámetros del modelo de la batería

Los parámetros del modelo eléctrico de la batería Ion Litio dado por las Ecuaciones 2.6, 2.7 y 2.8 pueden ser obtenidos a partir de la hoja de datos proporcionada por el fabricante. Esta hoja de datos proporciona información de la curva del voltaje respecto al estado de carga (*SOC*) y la capacidad de la batería. Sin embargo, estos datos pueden cambiar ante diferentes condiciones de operación; por ejemplo temperatura, ciclo de vida (número de veces de carga y descarga que ha sido sometida la batería) y la velocidad de drenado de la batería, la cual afecta su capacidad.

Un ejemplo de cómo el comportamiento de una batería puede cambiar, se muestra en la Figura 2.8, la cual ilustra el comportamiento del voltaje de una batería Ion Litio ante diferentes condiciones de operación. La Figura 2.8 a) muestra el voltaje está relacionado con el estado de carga (*SOC*). Note también que a medida que el *SOC* disminuye el voltaje decrece. La Figura 2.8 b) muestra la variación de voltaje de la batería en función de la temperatura de operación; se puede observar que la temperatura ejerce una influencia significativa en el nivel de voltaje, siendo menor a temperaturas bajas.

La capacidad de una batería representa la energía específica en Ah, este dato es proporcionado por el fabricante. La Figura 2.8 c) ilustra la variación de voltaje de la batería en función de la corriente demandada dada una capacidad de batería. En la Figura 2.8 c) la caída de voltaje es más evidente cuando se le demanda una corriente mayor a la nominal. Por ejemplo, suponga que una batería tiene una capacidad de  $C=40$  Ah, quiere decir que la batería le puede entregar 40 Amperes en una hora y lo está usando a una capacidad 1C, sin embargo si usted le demanda 80A lo estará usando al doble de su capacidad (2C).

**Observación 13** *El nivel de voltaje de la batería depende de la temperatura, corriente de demanda y estado de carga. Los fenómenos asociados a estas variables son la causa de incertidumbre paramétrica en las Ecuaciones 2.6, 2.7 y 2.8.*

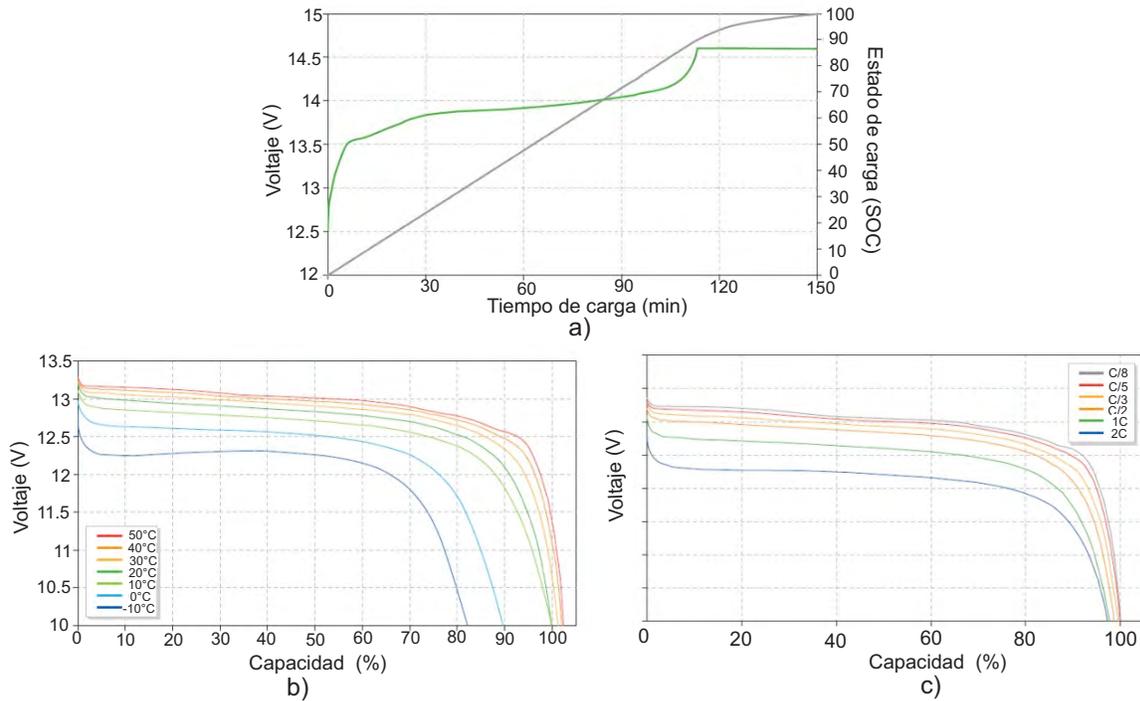


Figura 2.8: SOC y Voltaje de una batería Ión Litio valence.

## 2.2.2. Incertidumbre paramétrica en el modelo de la celda de combustible

Usualmente se utiliza una curva de polarización para describir el comportamiento de voltaje de una PEMFC (Sección 2.1.1). A continuación se presenta un ejemplo de una curva de polarización experimental de la celda de combustible Horizon 2000 en la Figura 2.9. La curva se obtuvo mediante una variación de carga de corriente desde y hasta el circuito abierto a modo de barrido. La dirección de este barrido se denota con flechas en la Figura 2.9, la cual se obtuvo a una presión de 0.55 bares a una velocidad de demanda de 0.13 V/s.

Se sabe que el voltaje de la celda puede variar dependiendo de las condiciones de operación [3]. La temperatura, la presión y la velocidad a la que suministra corriente, afectan el nivel de voltaje de la celda. Además estas condiciones de operación determinan la cantidad de agua en la membrana, que a su vez afecta el desempeño de la celda. En el diseño de una EME basada en modelo es necesario tomar en cuenta estas variaciones de voltaje.

En la Figura 2.10 se ilustran los diferentes comportamientos obtenidos experimentalmente de la PEMFC Horizon 2000. Las condiciones para obtener las curvas de polarización fueron:

- Se varió el voltaje de la celda a una velocidad de 0.13 y 1.3 v/s con una presión de hidrógeno de 0.55 bares (Figuras 2.10 y 2.11).

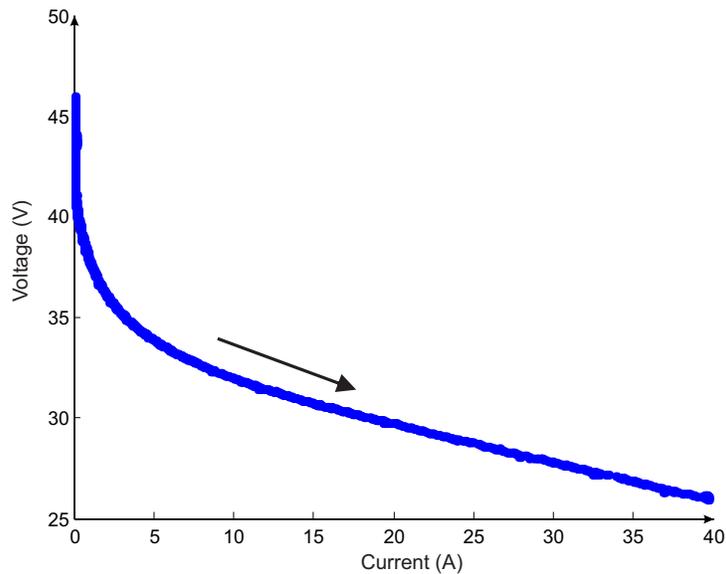


Figura 2.9: Curva de polarización experimental para una celda Horizon 2000 a una presión de 0.55 bares a una velocidad de 0.13 V/s

- Las curvas se obtuvieron una tras de otra, es decir se terminaba una prueba de barrido de bajas a altas corrientes y viceversa y se repetía la prueba de forma inmediata.

Los diferentes colores de las curvas de polarización de la Figura 2.10 indican el orden en la que fueron obtenidas. Las diferencias en la variación de voltaje radican en la humedad de la membrana y en las fluctuaciones de temperatura en la celda para pruebas sucesivas de operación.

Otro factor que afecta el desempeño de la celda es la velocidad con la que se drena la corriente. La Figura 2.11 ilustra las curvas de polarización obtenidas bajo las mismas condiciones que los experimentos anteriores excepto que en este caso, la velocidad a la que se drena la corriente fue de 1.3 V/s.

Observe que el comportamiento de las curvas mostradas en la Figura 2.10 se asemeja al ilustrado en la Figura 2.11 pero con la particularidad de que la cantidad de corriente que se le puede drenar a la celda es mucho menor, que cuando se drena a una velocidad de 1.3 V/s (ver Figura 2.10). Con base en estos experimentos es posible concluir que entre más grande es la velocidad a la que drena la corriente menor es la cantidad de corriente que se le puede extraer.

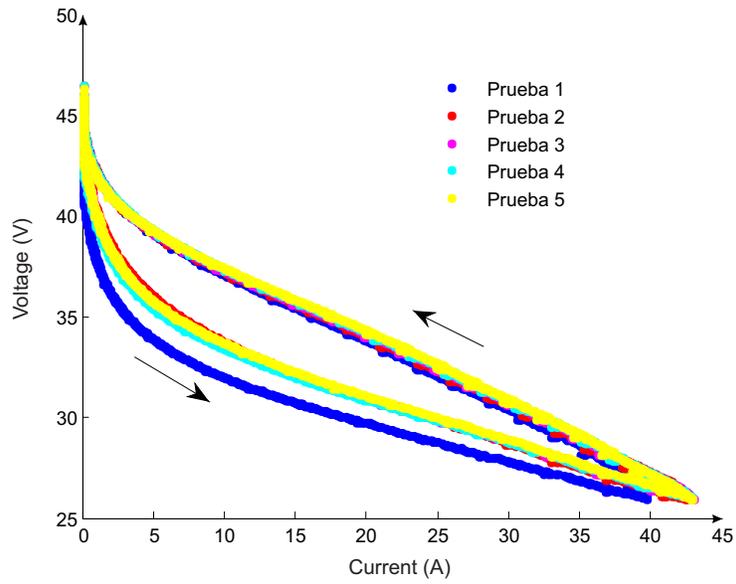


Figura 2.10: Curvas de Polarización experimental del sistema de celda Horizon 2000 a 0.13 V/s.

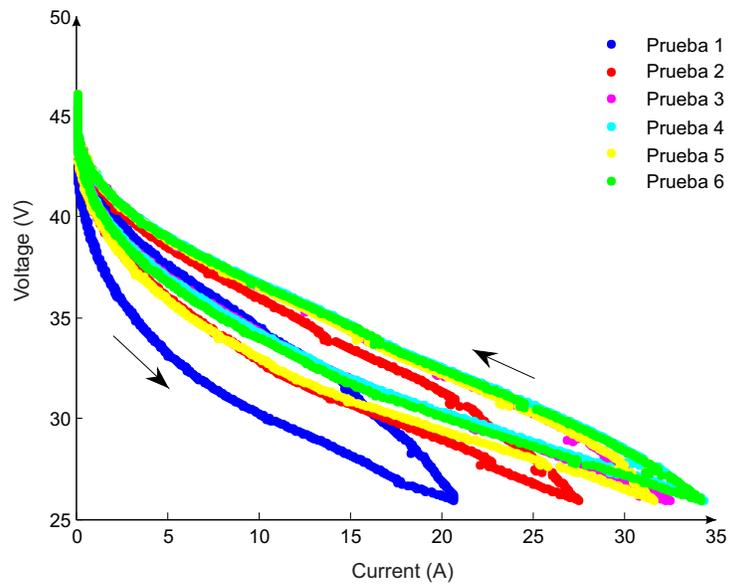


Figura 2.11: Varias curvas de polarización experimental del sistema de celda Horizon 2000 a 1.3 V/s.

**Observación 14** La temperatura de operación, la velocidad de demanda y la humedad de la membrana ([29], [3]) (ver Figuras 2.10 y 2.11) afectan el voltaje de la celda originando que los parámetros de la celda cambien y son el origen de la incertidumbre paramétrica de la celda dando lugar al fenómeno de histéresis que presentan las curvas de polarización.

### 2.2.3. Incertidumbre paramétrica en los convertidores de potencia

Un convertidor de potencia es un sistema electrónico que tiene por objetivo la conversión de energía eléctrica entre dos formatos diferentes. Por ejemplo, obtener corriente continua (se usa las siglas DC del inglés Current Direct) a partir de corriente alterna; aumentar o disminuir el voltaje de una fuente de DC.

Es ampliamente aceptado que la ley de Kirchhoff establece la conservación de la potencia eléctrica, de esta manera si la eficiencia del convertidor ( $\eta_{conv}$ ) es igual a 1, la potencia de entrada es igual a la potencia de salida [30]. Sin embargo, la eficiencia de un convertidor de potencia se ve afectada por el ciclo de trabajo, frecuencia de operación del dispositivo conmutador y la disposición de sus elementos, los cuales pueden disminuir sensiblemente la eficiencia. La esquematización de lo anterior se encuentra en la Figura 2.12

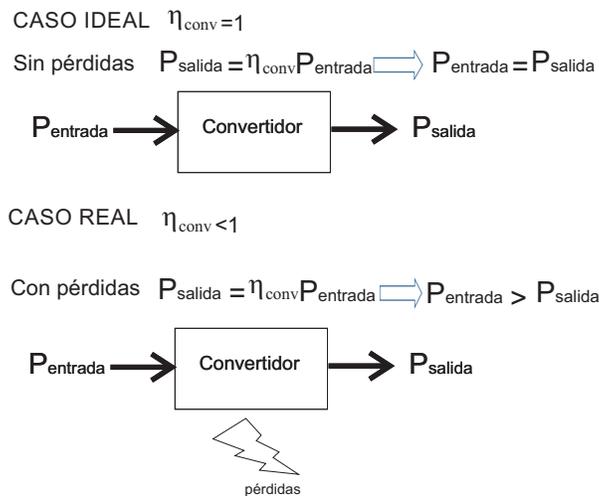


Figura 2.12: Esquema de variación de la eficiencia del convertidor

**Observación 15** *Es importante observar que dado que la EME sólo necesita la demanda de potencia eléctrica, se pueden utilizar las leyes de Kirckoff para deducir la repartición de las potencias entre las fuentes. Debido a lo anterior, no es necesario conocer el modelo dinámico del convertidor, sino sólo su eficiencia.*

En la siguiente sección se usarán los modelos y conceptos revisados aquí para diseñar una EME óptima con modelos con incertidumbre paramétrica.

# Capítulo 3

## Planteamiento del problema de optimización bajo incertidumbre paramétrica para diseño de la EME

Este capítulo tiene como objetivo plantear y resolver el problema de optimización de consumo de combustible bajo incertidumbres paramétricas para diseñar una EME. Se plantea los problemas incierto y nominal de minimización de combustible con el fin de calcular la repartición de potencia entre la PEMFC y el banco de baterías. Se propone un criterio de elección del sistema nominal con base en las cotas de las incertidumbres.

### 3.1. Planteamiento del problema

Se introduce un parámetro  $\beta[k]$  para hacer repartición de potencia entre la celda y batería como sigue: considere un tiempo discreto ( $k$ ); a partir de la Ecuación 2.1 puede ser introducida una parametrización convexa <sup>1</sup> de  $\beta[k]$  con el fin de proponer una función objetivo para el problema de minimización. Sea  $\beta[k]$  con  $0 \leq \beta[k] \leq 1$ , tal que si  $\beta[k] = 1$  toda la potencia requerida por la carga es proporcionada por la baterías y si  $\beta[k] = 0$  toda la potencia es dada por la PEMFC, mientras para  $0 < \beta[k] < 1$ , la potencia es dada por las dos fuentes.  $\beta[k]$  es también llamado factor de hibridación.

Con esta parametrización, las potencias proporcionadas por la PEMFC y las baterías están dadas como:

$$P_B[k]\tilde{\eta}_B[k] = \beta[k]P_{carga}[k] \quad (3.1)$$

$$P_{FC}[k]\tilde{\eta}_{FC}[k] = (1 - \beta[k])P_{carga}[k] \quad (3.2)$$

Note que la suma de las Ecuaciones 3.1 y 3.2 es igual a la potencia demandada por la carga. Para el problema de minimización no requiere el conocimiento del ciclo de manejo porque sólo

---

<sup>1</sup>vea definiciones en el Anexo A

requiere de la corriente instantánea de la celda; además, en virtud de la Ecuación 3.2 existe una correspondencia entre la corriente instantánea de la celda y la potencia demandada. Con base en lo anterior, el problema de minimización de combustible con base en el modelo de consumo de hidrógeno dado por la Ecuación 2.2 es la siguiente:

$$\begin{aligned}\Delta m_{H_2}[k] &= \sqrt{c} I_{FC}[k] \\ \min_{\beta} J &= \min_{I_{FC}} c I_{FC}^2[k]\end{aligned}\quad (3.3)$$

donde  $c = \frac{k_1 N^2 M_{H_2}^2}{4F^2} > 0$ ,  $k_1 > 0$  es una constante dada por el diseñador. Observe que la Ecuación 3.3 es proporcional al consumo cuadrático de combustible y se elige así para garantizar la convexidad de la función con respecto a la corriente de la celda, lo que a su vez garantiza la existencia de un mínimo global sobre el parámetro  $\beta$  [31]. Este problema de minimización está sujeto a las siguientes restricciones del sistema:

$$SOC[k] - SOC_{max} \leq 0 \quad \text{con} \quad SOC_{max} \leq 1 \quad (3.4)$$

$$SOC_{min} - SOC[k] \leq 0 \quad \text{con} \quad SOC_{min} > 0 \quad (3.5)$$

$$SOC[k+1] = SOC[k] - c_1 I_B[k] \quad \text{con} \quad c_1 > 0 \quad (3.6)$$

$$I_B[k] - I_{B,max} \leq 0 \quad \text{con} \quad I_{B,max} > 0 \quad (3.7)$$

$$-I_{B,max} - I_B[k] \leq 0 \quad (3.8)$$

$$P_{FC}[k] - P_{FC,max} \leq 0 \quad \text{con} \quad P_{FC,max} > 0 \quad (3.9)$$

$$P_{FC,min} - P_{FC}[k] \leq 0 \quad \text{con} \quad P_{FC,min} > 0 \quad (3.10)$$

$$\Delta P_{FC}[k] - \Delta P_{FC,max} \leq 0 \quad \text{con} \quad \Delta P_{FC,max} > 0 \quad (3.11)$$

$$\Delta P_{FC,min} - \Delta P_{FC}[k] \leq 0 \quad \text{con} \quad \Delta P_{FC,min} < 0 \quad (3.12)$$

donde  $SOC$  es el estado de carga del banco de baterías,  $P_{FC}[k]$  es la potencia suministrada por la PEMFC,  $\Delta P_{FC}$  es la velocidad de cambio de  $P_{FC}[k]$ . Note que el tiempo discreto  $k$  es usado para describir el tiempo de evolución del sistema. Observe también que las restricciones deben ser satisfechas a cada  $k > 0$  donde i) Estas restricciones pueden ser vistas como restricciones operación y terminales del sistema<sup>2</sup> y ii) pueden haber corrimiento en el tiempo por cualquier entero mayor que cero sin detrimento de las restricciones.

Las restricciones dadas por las Ecuaciones 3.4-3.5 son restricciones sobre el estado de carga de la batería, tal que no puede ser descargada mas allá del  $SOC_{min}$  o cargada mas allá de  $SOC_{max}$ , mientras la restricción dada por la Ecuación 3.6 relaciona la corriente de la batería con el estado de carga (SOC) y constituye una restricción dinámica de la batería, la cual define las trayectorias del SOC a lo largo del tiempo. En esta ecuación  $c_1 = \frac{\Delta_T}{C} A^{-1}$ , con  $\Delta_T$  el tiempo de muestreo  $\Delta_T = 1$  y  $C$  la capacidad de la batería (usualmente dada en  $Ah$ ). Las restricciones dadas por las Ecuaciones 3.7-3.8 son restricciones sobre la corriente de la batería tal que no se puede exceder

<sup>2</sup>vea definiciones en el Anexo A

de una corriente máxima absoluta.

Las restricciones dadas por las Ecuaciones 3.9- 3.10 constituyen los límites del rango de operación de la celda de combustible y las Ecuaciones 3.11- 3.12 son los límites de velocidad de cambio de potencia de la celda de combustible, los cuales como se vió en la sección anterior están limitados por la dinámica lenta de la celda.

Basada en los argumentos dados en la Sección 2.1.1, se excluye la zona de activación y concentración de la celda, por lo tanto la potencia entregada por la celda puede ser expresada como:

$$P_{FC}[k] = I_{FC}[k]V_{FC}[k] = I_{FC}[k][-\tilde{a}_1 I_{FC}[k] + \tilde{b}_1] \quad (3.13)$$

donde  $-\tilde{a}_1 < 0$  y  $\tilde{b}_1 > 0$  son la pendiente de la zona lineal y el voltaje a circuito abierto de la curva de polarización; de aquí en adelante se considera que  $-\tilde{a}_1$ ,  $\tilde{b}_1$  y  $\tilde{\eta}_{FC}$  varía en cada instante de tiempo  $k$  debido a la temperatura, velocidad de demanda y cantidad de agua en la membrana y se denotará como  $-\tilde{a}_1[k]$ ,  $\tilde{b}_1[k]$  y  $\tilde{\eta}_{FC}[k]$  respectivamente. Para el caso de la batería la restricción dada por 3.6 de aquí en adelante se considera que  $c_1$  y  $\tilde{\eta}_B$  esta variando debido a temperatura de operación y cantidad de corriente demandada y se denotará como  $c_1[k]$  y  $\tilde{\eta}_B[k]$ .

Usando la Ecuación 3.6 la Restricción 3.4 puede ser escrita como sigue:

$$SOC[k] - SOC_{max} - c_1[k]I_B[k] \leq 0 \quad (3.14)$$

Usando las Ecuaciones 2.1 y 3.13 se tiene:

$$\begin{aligned} P_{carga}[k] &= P_B[k]\tilde{\eta}_B[k] + P_{FC}[k]\tilde{\eta}_{FC}[k] \\ P_{carga}[k] &= V_B[k]I_B[k]\tilde{\eta}_B[k] + P_{FC}[k]\tilde{\eta}_{FC}[k] \end{aligned}$$

De la ecuación anterior se despeja  $I_B$  y se tiene:

$$I_B[k] = \frac{P_{carga}[k] + \tilde{a}_1[k]\tilde{\eta}_{FC}[k]I_{FC}^2[k] - \tilde{b}_1[k]\tilde{\eta}_{FC}[k]I_{FC}[k]}{\tilde{\eta}_B[k]V_B[k]} \quad (3.15)$$

donde  $V_B[k]$  es el voltaje de la batería. Sin embargo, usando las Ecuaciones 3.14 y 3.15, la restricción de la batería del  $SOC_{max}$  puede ser derivado como sigue:

$$\begin{aligned} SOC[k] - SOC_{max} - c_1[k]I_B[k] &\leq 0 \\ SOC[k] - SOC_{max} - c_1[k] \left( \frac{P_{carga}[k] + \tilde{a}_1[k]\tilde{\eta}_{FC}[k]I_{FC}^2[k] - \tilde{b}_1[k]\tilde{\eta}_{FC}[k]I_{FC}[k]}{\tilde{\eta}_B[k]V_B[k]} \right) &\leq 0 \end{aligned}$$

$$-\tilde{a}_1[k]\tilde{\eta}_{FC}[k]I_{FC}^2[k] + \tilde{b}_1[k]\tilde{\eta}_{FC}[k]I_{FC}[k] - P_{carga}[k] + \frac{(SOC[k] - SOC_{max})\tilde{\eta}_B[k]V_B[k]}{c_1[k]} \leq 0 \quad (3.16)$$

Usando 3.15 la restricción de la batería del  $SOC_{min}$  puede ser derivado como sigue:

$$SOC_{min} - SOC[k] + c_1[k]I_B[k] \leq 0$$

$$SOC_{min} - SOC[k] + c_1[k]\left(\frac{P_{carga}[k] + \tilde{a}_1[k]\tilde{\eta}_{FC}[k]I_{FC}^2[k] - \tilde{b}_1[k]\tilde{\eta}_{FC}[k]I_{FC}[k]}{\tilde{\eta}_B[k]V_B[k]}\right) \leq 0$$

de lo anterior se tiene:

$$\tilde{a}_1[k]\tilde{\eta}_{FC}[k]I_{FC}^2[k] - \tilde{b}_1[k]\tilde{\eta}_{FC}[k]I_{FC}[k] + P_{carga}[k] + \frac{(SOC_{min} - SOC[k])\tilde{\eta}_B[k]V_B[k]}{c_1[k]} \leq 0 \quad (3.17)$$

La restricción de la batería dado por la restricción 3.7 es derivado como sigue usando 3.15

$$I_B[k] - I_{B,max} \leq 0$$

$$\frac{P_{carga}[k] + \tilde{a}_1[k]\tilde{\eta}_{FC}[k]I_{FC}^2[k] - \tilde{b}_1[k]\tilde{\eta}_{FC}[k]I_{FC}[k]}{\tilde{\eta}_B[k]V_B[k]} - I_{B,max} \leq 0$$

la restricción anterior también queda expresado como:

$$\tilde{a}_1[k]\tilde{\eta}_{FC}[k]I_{FC}^2[k] - \tilde{b}_1[k]\tilde{\eta}_{FC}[k]I_{FC}[k] + P_{carga}[k] - I_{B,max}V_B[k]\tilde{\eta}_B[k] \leq 0 \quad (3.18)$$

La restricción de la batería dado por la restricción 3.8 es derivado como sigue usando 3.15

$$-I_{B,max} - I_B[k] \leq 0$$

$$-I_{B,max} - \frac{P_{carga}[k] + \tilde{a}_1[k]\tilde{\eta}_{FC}[k]I_{FC}^2[k] - \tilde{b}_1[k]\tilde{\eta}_{FC}[k]I_{FC}[k]}{\tilde{\eta}_B[k]V_B[k]} \leq 0$$

la restricción anterior también queda expresado como:

$$-\tilde{a}_1[k]\tilde{\eta}_{FC}[k]I_{FC}^2[k] + \tilde{b}_1[k]\tilde{\eta}_{FC}[k]I_{FC}[k] - P_{carga}[k] - I_{B,max}V_B[k]\tilde{\eta}_B[k] \leq 0 \quad (3.19)$$

la restricción dada por la Restricción 3.9 usando 3.13 queda como:

$$P_{FC}[k] - P_{FC,max} \leq 0$$

$$-\tilde{a}_1[k]I_{FC}^2[k] + \tilde{b}_1[k]I_{FC}[k] - P_{FC,max} \leq 0 \quad (3.20)$$

la restricción dada por la Restricción 3.10 usando 3.13 queda como:

$$P_{FC,min} - P_{FC}[k] \leq 0$$

$$\tilde{a}_1[k]I_{FC}^2[k] - \tilde{b}_1[k]I_{FC}[k] + P_{FC,min} \leq 0 \quad (3.21)$$

usando 3.13 las restricciones 3.11 y 3.12 se pueden expresar como:

$$\Delta P_{FC}[k] - \Delta P_{FC,max} \leq 0$$

se sabe que  $\Delta P_{FC}[k] = P_{FC}[k] - P_{FC}[k-1]$  entonces la restricción anterior queda como:

$$P_{FC}[k] - P_{FC}[k-1] - \Delta P_{FC,max} \leq 0$$

$$-\tilde{a}_1[k]I_{FC}^2[k] + \tilde{b}_1[k]I_{FC}[k] - P_{FC}[k-1] - \Delta P_{FC,max} \leq 0 \quad (3.22)$$

la restricción 3.12 queda como:

$$\begin{aligned} \Delta P_{FC,min} - \Delta P_{FC}[k] &\leq 0 \\ \Delta P_{FC,min} - (P_{FC}[k] - P_{FC}[k-1]) &\leq 0 \\ \Delta P_{FC,min} - P_{FC}[k] + P_{FC}[k-1] &\leq 0 \end{aligned}$$

$$\tilde{a}_1[k]I_{FC}^2[k] - \tilde{b}_1[k]I_{FC}[k] + P_{FC}[k-1] + \Delta P_{FC,min} \leq 0 \quad (3.23)$$

Se puede observar que las restricciones 3.20 y 3.22 están ligadas entre sí, es decir no puede ocurrir una sin afectar a la otra por lo que es necesario ponerlas en una sola restricción con el fin de acotarla obteniendo así una restricción más conservadora; en este mismo sentido las restricciones 3.21 y 3.23 también están ligadas entre sí, por lo cual se acotan obteniendo una restricción más conservadora. Las restricciones 3.20-3.23 pueden ser escritas entonces como sigue:

$$-\tilde{a}_1[k]I_{FC}^2[k] + \tilde{b}_1[k]I_{FC}[k] - \tilde{P}_{FC,max}[k] \leq 0 \quad (3.24)$$

$$\tilde{a}_1[k]I_{FC}^2[k] - \tilde{b}_1[k]I_{FC}[k] + \tilde{P}_{FC,min}[k] \leq 0 \quad (3.25)$$

donde  $\tilde{P}_{FC,min}[k] = \max\{P_{FC,min}, P_{FC}[k-1] + \Delta P_{FC,min}\}$ ,  $\tilde{P}_{FC,max}[k] = \min\{P_{FC,max}, P_{FC}[k-1] + \Delta P_{FC,max}\}$ .

La restricción 3.24 se obtiene a partir de 3.20 y 3.22. Observe que cuando la Restricción 3.22 está activa puede ser escrita como  $P_{FC}[k] = P_{FC}[k-1] + \Delta P_{FC,max}$  no obstante,  $P_{FC}[k]$  no puede ser más grande que  $P_{FC,max}$  por virtud de la Restricción 3.20; por lo que la restricción debe satisfacer ambas cotas. Se escoge la menor de las dos con este fin, siendo la siguiente  $\tilde{P}_{FC,max}[k] = \min\{P_{FC,max}, P_{FC}[k-1] + \Delta P_{FC,max}\}$ . Usando el mismo procedimiento la cota mínima de potencia demandada por la celda es derivada donde  $\tilde{P}_{FC,min}[k] = \max\{P_{FC,min}, P_{FC}[k-1] + \Delta P_{FC,min}\}$ .

Para la batería se observa que las restricciones 3.16 y 3.19 están ligadas entre sí, es decir no puede ocurrir una sin afectar a la otra por lo que es necesario ponerlas en una sola restricción con el fin de acotarla obteniendo así una restricción más conservadora; en este mismo sentido las restricciones 3.17 y 3.18 también están ligadas entre sí, por lo cual se acotan obteniendo una restricción más astringente. Debido a lo anterior, las restricciones 3.16-3.19 pueden ser escritas como sigue:

$$-\tilde{a}_1[k]\tilde{\eta}_{FC}[k]I_{FC}^2[k] + \tilde{b}_1[k]\tilde{\eta}_{FC}[k]I_{FC}[k] - P_{load}[k] - L_{max}[k] \leq 0 \quad (3.26)$$

$$\tilde{a}_1[k]\tilde{\eta}_{FC}[k]I_{FC}^2[k] - \tilde{b}_1[k]\tilde{\eta}_{FC}[k]I_{FC}[k] + P_{load}[k] - L_{min}[k] \leq 0 \quad (3.27)$$

donde:

$$L_{min}[k] \triangleq \min\left\{-\frac{(SOC_{min} - SOC[k])\tilde{\eta}_B[k]V_B[k]}{c_1[k]}, I_{B,max}V_B[k]\tilde{\eta}_B[k]\right\}$$

$$L_{max}[k] \triangleq \max\left\{-\frac{(SOC[k] - SOC_{max})\tilde{\eta}_B[k]V_B[k]}{c_1[k]}, I_{B,max}V_B[k]\tilde{\eta}_B[k]\right\}$$

La restricción 3.26 se obtiene a partir de 3.16 y 3.19. Observe que cuando la Restricción 3.16 está activa puede ser escrita como  $L_{max} = -\frac{(SOC[k] - SOC_{max})\tilde{\eta}_B[k]V_B[k]}{c_1[k]}$  no obstante,  $P_{FC}[k]$  no puede ser más grande que  $I_{B,max}V_B[k]\tilde{\eta}_B[k]$  por virtud de la Restricción 3.19; por lo que la restricción debe satisfacer ambas cotas. Se escoge la mayor de las dos con este fin, siendo la siguiente  $L_{max}[k] \triangleq \max\left\{-\frac{(SOC[k] - SOC_{max})\tilde{\eta}_B[k]V_B[k]}{c_1[k]}, I_{B,max}V_B[k]\tilde{\eta}_B[k]\right\}$ . Usando el mismo procedimiento la restricción 3.27 puede ser derivada donde  $L_{min}[k] \triangleq \min\left\{-\frac{(SOC_{min} - SOC[k])\tilde{\eta}_B[k]V_B[k]}{c_1[k]}, I_{B,max}V_B[k]\tilde{\eta}_B[k]\right\}$ .

Las restricciones dadas por las Ecuaciones 3.24-3.27 está dado por:

$$h(I_{FC}[k], P_{carga}[k]; \gamma[k]) \leq 0 \quad (3.28)$$

donde

$$h(I_{FC}[k], P_{carga}[k]; \gamma[k]) = \begin{bmatrix} \gamma_2[k]\gamma_4[k]I_{FC}^2[k] - \gamma_3\gamma_4I_{FC}[k] + P_{carga}[k] - L_{min}[k] \\ -\gamma_2[k]\gamma_4[k]I_{FC}^2[k] + \gamma_3\gamma_4I_{FC}[k] - P_{carga}[k] - L_{max}[k] \\ -\gamma_2[k]I_{FC}^2[k] + \gamma_3[k]I_{FC}[k] - \gamma_6[k] \\ \gamma_2[k]I_{FC}^2[k] - \gamma_3[k]I_{FC}[k] + \gamma_7[k] \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

donde los parámetros que se han agrupado en un sólo vector están dados por:

$$\gamma = (c_1[k], \tilde{a}_1[k], \tilde{b}_1[k], \tilde{\eta}_{FC}[k], \tilde{\eta}_B[k], \tilde{P}_{FCmax}[k], \tilde{P}_{FCmin}[k])^T$$

$$L_{min}[k] \triangleq \min\left\{-\frac{(SOC_{min} - SOC[k])\gamma_5[k]V_B[k]}{\gamma_1}, I_{B,max}V_B[k]\gamma_5\right\}$$

$$L_{max}[k] \triangleq \max\left\{-\frac{(SOC[k] - SOC_{max})\gamma_5[k]V_B[k]}{\gamma_1}, I_{B,max}V_B[k]\gamma_5\right\}$$

Note que los parámetros  $\gamma[k]$  pueden ser variantes en tiempo, mientras que  $\leq$  denota en la Expresión 3.29 desigualdad por elemento. Sea  $h_j$  los elementos de  $h(I_{FC}[k]; \gamma[k])$ . Se asegura que  $h_1$  tiene solución real si  $\gamma_3^2[k]\gamma_4[k] \geq 4\gamma_2[k](P_{load}[k] - L_{max}[k])$ , lo que significa que  $\frac{\tilde{b}_1^2[k]\tilde{\eta}_{FC}[k]}{4\tilde{a}_1[k]} \geq P_{load}[k] - L_{max}[k]$ , la cual constituye una restricción relacionada con el diseño de la celda de combustible y baterías. Lo que quiere decir que la potencia de la celda debe dar la potencia demandada.

Por otro lado, considere las últimas dos desigualdades de 3.29 que relacionan la corriente de la celda con su potencia máxima y mínima. Cuando estas expresiones son resueltas en la igualdad se tienen las siguientes expresiones:

$$-\gamma_2[k]I_{FC}^2[k] + \gamma_3[k]I_{FC}[k] - \gamma_6[k] = 0 \quad (3.30)$$

$$\gamma_2[k]I_{FC}^2[k] - \gamma_3[k]I_{FC}[k] + \gamma_7[k] = 0 \quad (3.31)$$

Note que dado que los valores de  $I_{FC}$  necesariamente están dados por números reales  $\gamma_3^2[k] > 4\gamma_2[k]\gamma_6[k]$  (el caso  $\gamma_3^2[k] < 4\gamma_2[k]\gamma_6[k]$  no tiene significado físico). Note que la potencia entregada por la celda tiene un comportamiento cuadrático, la misma potencia puede ser obtenida con dos diferentes corrientes (ver Figura 2.6). En este trabajo la solución de alta corriente no se utilizará, ya que tales corrientes permiten a la celda trabajar en la zona de concentración.

## 3.2. Planteamiento del problema de optimización incierto y su solución

### Problema Incierto de Minimización de Consumo de Combustible (PIMCC)

Considere la Función Objetivo 3.2 sujeta a 3.29 con los parámetros  $\gamma_i$  con  $i = 1, \dots, 7$  desconocidos, se le denominará problema incierto de minimización de consumo de Combustible:

$$\min_{\beta} J = \min_{I_{FC}} I_{FC}^2[k] = \min_{\beta} \mathfrak{G}(\beta[k]; \gamma[k])$$

sujeto a:

$$f(\beta[k], P_{carga}[k]; \gamma[k]) \leq 0 \quad (3.32)$$

### Problema Nominal de Minimización de Consumo de Combustible (PNMCC)

Sea el valor nominal de los parámetros  $\bar{\gamma}$  y sea la máxima incertidumbre permisible acotada por  $\Delta\gamma_{max}$ , entonces el problema nominal de minimización de consumo de combustible es:

$$\min_{\beta} J = \min_{I_{FC}} I_{FC}^2[k] = \min_{\beta} \mathfrak{G}(\beta[k]; \bar{\gamma}[k])$$

sujeto a:

$$f(\beta[k], P_{carga}[k]; \bar{\gamma}) \leq 0 \quad (3.33)$$

**Observación 16** *Observe que el problema incierto de minimización de combustible no se puede resolver ya que no se sabe el valor de los parámetros reales; el único que si se puede resolver es el problema nominal siempre y cuando se tenga un estimado del valor de parámetros y una cota máxima de su incertidumbre.*

Debido a la observación anterior en esta Tesis se resolverán los siguientes problemas:

**Problema 1** Encontrar la solución de el PNMCC y establecer las condiciones para que la solución coincida con la solución de PIMCC.

**Problema 2** Establecer una metodología para elegir los parámetros nominales para satisfacer las restricciones del PIMCC.

### 3.2.1. La solución del PNMCC y el problema incierto de optimización

En lo siguiente se analizará el papel de la incertidumbre paramétrica en el problema de optimización.

Considere el problema de minimización sin restricciones dado por:

$$\min_{\beta} J = \min_{I_{FC}} I_{FC}^2[k]$$

Note que si el parámetro  $c > 0$  es incierto el mínimo no se verá afectado ya que sólo aparece multiplicando la función objetivo. En otras palabras, la función objetivo tendrá un mínimo valor en  $I_{FC}[k] = 0$  independientemente del valor del parámetro  $c$ ; esto es, la incertidumbre multiplicativa no afecta la solución del problema incierto de minimización sin restricciones.

**Observación 17** *La multiplicación de la incertidumbre no tiene efecto en el problema de minimización no restringida donde la función objetivo esta descrita por la Ecuación 3.2. Sin embargo, cuando se introducen restricciones que contengan términos con incertidumbres paramétricas se tiene que analizar los efectos de éstas en la solución del problema minimización restringida.*

Para analizar el problema incierto de minimización de combustible con restricciones considere la parametrización convexa que se introdujo en las Ecuaciones 3.1 y 3.2 las cuales se reescriben a continuación con fines de claridad:

$$P_B[k]\tilde{\eta}_B[k] = \beta[k]P_{carga}[k] \quad (3.34)$$

$$P_{FC}[k]\tilde{\eta}_{FC}[k] = (1 - \beta[k])P_{carga}[k] \quad (3.35)$$

donde  $0 \leq \beta[k] \leq 1$ . Recuerde que si  $\beta[k] = 1$  toda la potencia requerida por la carga es dada por al batería y si  $\beta[k] = 0$  toda la potencia requerida es dada por celda. Utilizando las ecuaciones anteriores, es posible reescribir las Restricciones 3.29 como:

$$f(\beta[k], P_{carga}[k]; \gamma[k]) \leq 0 \quad (3.36)$$

donde

$$f(\beta[k], P_{carga}[k]; \gamma[k]) = \begin{bmatrix} -\beta[k] - \frac{L_{max}[k]}{P_{carga}[k]} \\ \beta[k] - \frac{L_{min}[k]}{P_{carga}[k]} \\ -\beta[k] + 1 - \frac{\gamma_6[k]\gamma_4[k]}{P_{carga}[k]} \\ \beta[k] - 1 + \frac{\gamma_7[k]\gamma_4[k]}{P_{carga}[k]} \\ \beta[k] - 1 \\ -\beta[k] \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

### Solución del problema de minimización de combustible sin incertidumbre

En lo siguiente se calculará la solución del problema de minimización de combustible cuando se conocen los parámetros, los cuales se denotarán como  $\hat{\gamma}$  para evitar confusión. En la literatura existe una variedad de métodos numéricos para dar solución al problema de optimización. No obstante, la relativa simplicidad de las restricciones como función de la demanda de potencia

$P_{carga}$  permite ilustrar gráficamente la solución. Esta solución debe pertenecer al conjunto factible, es decir al conjunto donde todas las restricciones se satisfacen, para encontrarla considere lo siguiente. Sea

$$\min_{\beta} J = \min_{I_{FC}} I_{FC}^2[k] = \min_{\beta} \mathfrak{G}(\beta[k], P_{carga}[k]; \hat{\gamma}[k])$$

sujeto a:

$$f(\beta[k], P_{carga}[k]; \hat{\gamma}[k]) \leq 0 \quad (3.38)$$

Además de la restricción dinámica de la batería dada por la Ecuación 3.6. Las restricciones activas son aquellas que se satisfacen en la igualdad. Las restricciones activas  $f_1 = 0$  y  $f_2 = 0$  se ilustran en la Figura 3.1 como las curvas A y B respectivamente para un  $SOC[k] = SOC_{max}$ . Estas restricciones están dadas por  $\beta[k] = -\frac{L_{max}[k]}{P_{load}[k]}$  y  $\beta[k] = \frac{L_{min}[k]}{P_{load}[k]}$ , las cuales dependen del  $SOC$  y de  $I_{B,max}$ . Entre mayores sean los valores de  $SOC$  e  $I_{B,max}$  mayor será el valor de  $\beta[k]$ . Esto significa que a medida que la batería se descarga,  $\beta[k]$  decrece, se consume más combustible y se utiliza menos la batería.

Las restricciones  $f_3 = 0$  y  $f_4 = 0$  son ilustradas en la Figura 3.1 mediante las curvas D y C respectivamente, mientras que la línea punteada negra representa la curva de descarga actual de la batería (dinámica). Note que la solución del problema de optimización nominal es factible sólo en la región sombreada, donde todas las restricciones se satisfacen. La solución del problema restringido es coincidente con algunos de los límites de la región factible, siendo la solución, la que está en el límite que tiene el valor más grande de  $\beta[k]$ ; es decir, el consumo de combustible disminuye a medida que el valor de  $\beta[k]$  aumenta. En otras palabras, la solución está sobre la curva de la restricción de potencia mínima de la celda ( $f_4$ ) y para un nivel bajo de  $SOC$ , la solución se mueve sobre la curva de la restricción ( $f_2$ ) a medida que la potencia de demanda aumenta.

Una ventaja del análisis anterior es que la solución del problema de optimización puede ser ilustrada de forma directa en la Figura 3.1; es decir, se puede ver que la solución se mueve a lo largo de la curva C para niveles bajos de  $SOC$ . En este punto, el valor de  $\beta[k]$  se mueve a lo largo de la curva actual de la restricción de corriente de la batería (línea punteada negra) hasta que cruza la curva de la restricción de potencia máxima de la FC (curva D).

En la Figura 3.1 se observa la existencia de la demanda de potencia máxima  $P_{opt,max}$  donde la repartición de potencia aún es factible. La distancia  $P_{opt,max} - P_{FC,max} \tilde{\eta}_{FC}[k]$  depende del  $SOC$  de la batería y de la máxima corriente a la que puede ser descargada.

En general se satisface  $P_{opt,max} \geq P_{FC,max} \tilde{\eta}_{FC}[k]$  debido a que se cuenta con la energía de las baterías, siendo  $P_{opt,max} = P_{FC,max} \tilde{\eta}_{FC}[k]$  sólo cuando la batería alcanza su mínimo valor (recuerde que las curvas A,B,C,D están variando en tiempo). Note que si el nivel del  $SOC$  es alto, la solución de  $\beta[k] = 1$  puede ser factible (la solución del problema no restringido). Una vez que se alcanza la curva D para un valor bajo de  $SOC$ , la única opción es utilizar la celda como única fuente de energía y el combustible no puede ser economizado. Para este caso es necesario que la

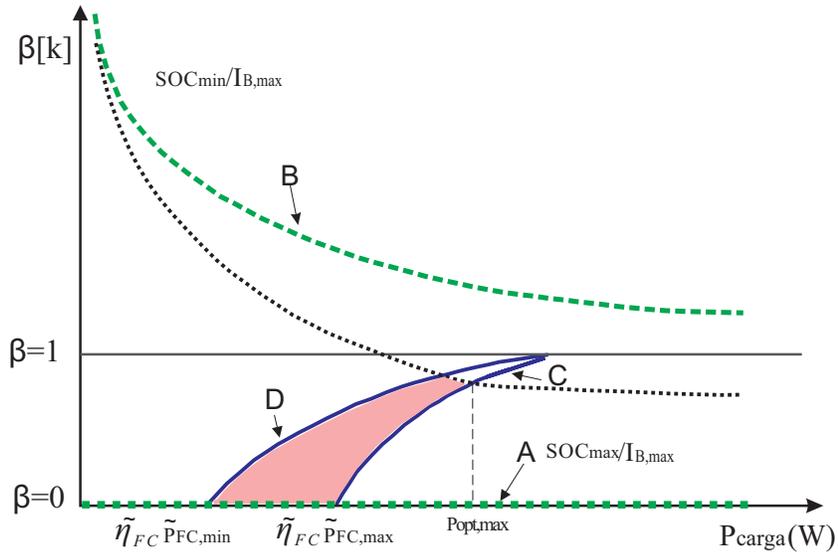


Figura 3.1: Ilustración de las restricciones para  $SOC[k] = SOC_{max}$ . La región sombreada es la región factible donde se satisfacen todas las restricciones.

celda pueda proveer toda la potencia requerida por la demanda.

**Observación 18** *La solución del problema de optimización puede ser calculada fuera de línea y su implementación es idéntica a una estrategia de manejo de energía heurística. Es decir, cada vez que la región factible es diferente del conjunto vacío, la solución existe y está dada por las restricciones  $f_4 = 0$  ó  $f_2 = 0$ .*

**Observación 19** *Observe que la repartición de potencia entre la celda y baterías usando optimización solo tiene sentido dentro de la región factible, es decir donde todas las restricciones se cumplen, fuera de esa región no se pueden hacer repartición de potencia por optimización. Debido a lo anterior en esta tesis se considera usar reglas heurísticas cuando la optimización no es posible.*

### 3.2.2. Conexiones con la solución de PIMCC

En este punto, la solución del problema de optimización cuando se conocen los parámetros se ha encontrado, pero todavía no son claras las condiciones bajo las cuales la solución del PNMCC,  $\bar{\beta}_{min}$ , satisficará las restricciones reales dada por la Ecuación 3.36. Es decir, aún quedan abiertas dos preguntas: i) ¿Cuándo las soluciones de PNMCC y PIMCC son las mismas? (*i.e.*  $\bar{\beta}_{min} = \beta_{min}$ ), ii) ¿Cómo el vector de parámetros nominales  $\bar{\gamma}$  puede ser elegido para satisfacer las restricciones reales?.

Las restricciones del problema de optimización nominal (ver Ecuación 3.37) sobre la potencia de la celda de combustible, así como sobre la corriente y el nivel de carga de la batería se han traducido, con base en la parametrización convexa, en un conjunto de restricciones sobre una sola variable escalar ( $\beta$ ). Debido a lo anterior, la región en la cual se satisfacen estas restricciones toma lugar dentro de un intervalo (escalar). Con base en lo anterior, note la existencia de los siguientes conjuntos:

$$\Omega^{incierto} = \{\beta[k] | f(\beta[k], P_{carga}[k]; \gamma[k]) \leq 0\} \quad (3.39)$$

$$\Omega^{nom} = \{\beta[k] | f(\beta[k], P_{carga}[k]; \bar{\gamma}) \leq 0\} \quad (3.40)$$

donde  $\Omega^{incierto}$  denota la región factible del PIMCC, es decir, el conjunto donde todas las restricciones inciertas se cumplen (región factible del PIMCC).  $\Omega^{nom}$  denota la región factible del PNMCC; es decir donde todas las restricciones evaluadas en los parámetros nominales se cumplen.

$$\partial\Omega^{nom} = \{\beta[k] | f(\beta[k], P_{carga}[k]; \bar{\gamma}) = 0\} \quad (3.41)$$

Se denotarán las soluciones del problema nominal e incierto como  $\bar{\beta}_{min}$  y  $\beta_{min}$  respectivamente.

**Observación 20** Si las soluciones del PIMCC y PNMCC coinciden,  $\beta_{min} \in \Omega^{nom}$  y  $\beta_{min} \notin \partial\Omega^{nom}$ .

Para ver claramente la implicación anterior, recuerde que  $\beta$  es escalar y por lo tanto, las Restricciones (3.36) pueden ser reducidas a restricciones máximas y mínimas sobre dicho escalar.

$$\Omega^{incierto} = \{\beta[k] | \beta[k] \leq \beta_{real,max} \wedge \beta[k] \geq \beta_{real,min}\} \quad (3.42)$$

$$\partial\Omega^{incierto} = \{\beta[k] | \beta_{real,max}, \beta_{real,min}\} \quad (3.43)$$

Las Restricciones (3.36) al ser continuas y junto con el conocimiento de los límites mínimo y máximo de incertidumbre hacen posible encontrar los siguientes conjuntos sobre el conjunto nominal:

$$\Omega^{nom} = \{\beta[k] \mid \beta[k] \leq \beta_{nom,max} \wedge \beta[k] \geq \beta_{nom,min}\} \quad (3.44)$$

$$\partial\Omega^{nom} = \{\beta[k] \mid \beta_{nom,max}, \beta_{nom,min}\} \quad (3.45)$$

con el conocimiento de los límites máximo y mínimo de incertidumbre se tiene:

$$\beta_{max,min} \leq \beta_{real,max} \leq \beta_{max,max} \quad (3.46)$$

$$\beta_{min,min} \leq \beta_{real,min} \leq \beta_{min,max} \quad (3.47)$$

Note que  $\Omega^{incierto} \cap \Omega^{nom} \neq \emptyset$  es una condición necesaria para  $\bar{\beta}_{min} = \beta_{min}$  ya que las soluciones no pueden pertenecer a dos conjuntos diferentes y desconectados entre sí. Aún más para que las soluciones coincidan es necesario que la solución del sistema incierto se encuentre dentro de la región factible del nominal, esto es  $\beta_{min} \in \Omega^{nom}$ , que constituye la segunda condición de la observación.

Sea

$$\beta_{nom,max} = \beta_{max,min} \quad (3.48)$$

$$\beta_{nom,min} = \beta_{min,max} \quad (3.49)$$

entonces  $\Omega^{incierto} \supseteq \Omega^{nom}$  (ver Figura 3.2). Recordemos que de la Sección 3.2.1, la solución al problema de optimización reside en el límite del conjunto factible; es decir  $\beta_{min} \in \partial\Omega^{incierto}$  mientras que  $\bar{\beta}_{min} \in \partial\Omega^{nom}$ . Lo cual significa que mientras exista la incertidumbre, las soluciones de los PIMCC y PNMCC no coincidirán. Por otra parte, existe una incertidumbre máxima donde todavía la optimización tiene sentido (*i.e.*  $\beta_{nom,max} < \beta_{nom,min}$ , ya que  $\beta_{nom,max} = \beta_{nom,min}$  implica que la región factible es un punto). Para límites más grandes la solución es nula. Esto se ilustra en el Capítulo 4.

**Observación 21** Debido a que las soluciones de PIMCC y PNMCC nunca coincidirán en presencia de incertidumbre, lo único que se puede tomar en cuenta para diseñar la EME con incertidumbres paramétricas es satisfacer las restricciones del PIMCC (incierto) garantizando al mismo tiempo un consumo de combustible mínimo para el peor escenario de incertidumbre dado.

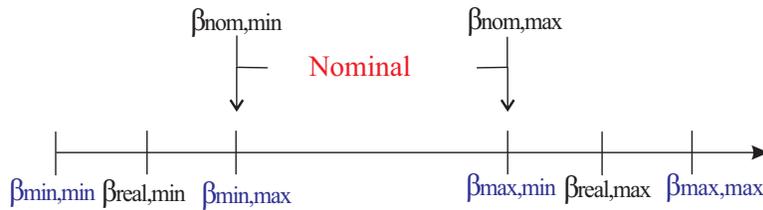


Figura 3.2: Elección del valor nominal de los parámetros para satisfacer las restricciones reales (no conocidas).

En este punto vale la pena observar dos cosas: Primero, la solución de la PNMCC dependerá de los límites de la incertidumbre paramétrica; y segundo las restricciones dadas por las Ecuaciones 3.48-3.49 pueden ser elegidas para satisfacer las restricciones reales (incierto). Es decir, los parámetros pueden ser elegidos como sea  $\bar{\gamma} = \tilde{\gamma} + \Delta\gamma$  ó  $\bar{\gamma} = \tilde{\gamma} - \Delta\gamma$ , donde  $\tilde{\gamma}$  es el parámetro estimado, tal que las restricciones dadas por las Ecuaciones 3.48-3.49 se satisfacen.

Las Ecuaciones 3.48-3.49 constituyen el peor de los casos de incertidumbre y por tanto las restricciones reales se satisfacen (ver Figura 3.2) haciendo la región factible más pequeña. Si se eligieran  $\beta_{nom,max} < \beta_{max,min}$  y  $\beta_{nom,min} < \beta_{min,max}$  sólo satisfecerían algunos casos con incertidumbre del PIMCC. La palabra robusta para una EME basada en optimización debe entonces entenderse como una garantía de obtener un ahorro de combustible mínimo para un escenario de incertidumbre dada.

**Observación 22** Debido a la existencia de incertidumbre en el sistema real y a que se quiere satisfacer las restricciones del PIMCC, la región factible del PNMCC se reduce, lo que implica que existirán regiones donde no se puede aplicar la optimización. Por lo anterior, en este trabajo, se propone el uso de un control supervisor constituido de optimización y reglas heurísticas que permita la operación del tren de potencia cuando la optimización no sea posible. Esta situación es diferente del caso sin incertidumbre, donde el uso de reglas heurísticas podría no ser necesario.

En vista de estos resultados, se puede concluir que el diseño del sistema de propulsión inherentemente limita los valores óptimos de  $\beta$ . Entre más grande es: i) la capacidad del ESS, ii) la corriente  $I_{B,max}$ ; y entre más pequeña es la  $P_{FC,min}$ , se hace la región factible más grande y por ende se ahorra más combustible. Este aspecto será ilustrado en el Capítulo 4 mediante simulaciones numéricas.

### 3.3. Control Supervisorio Propuesto

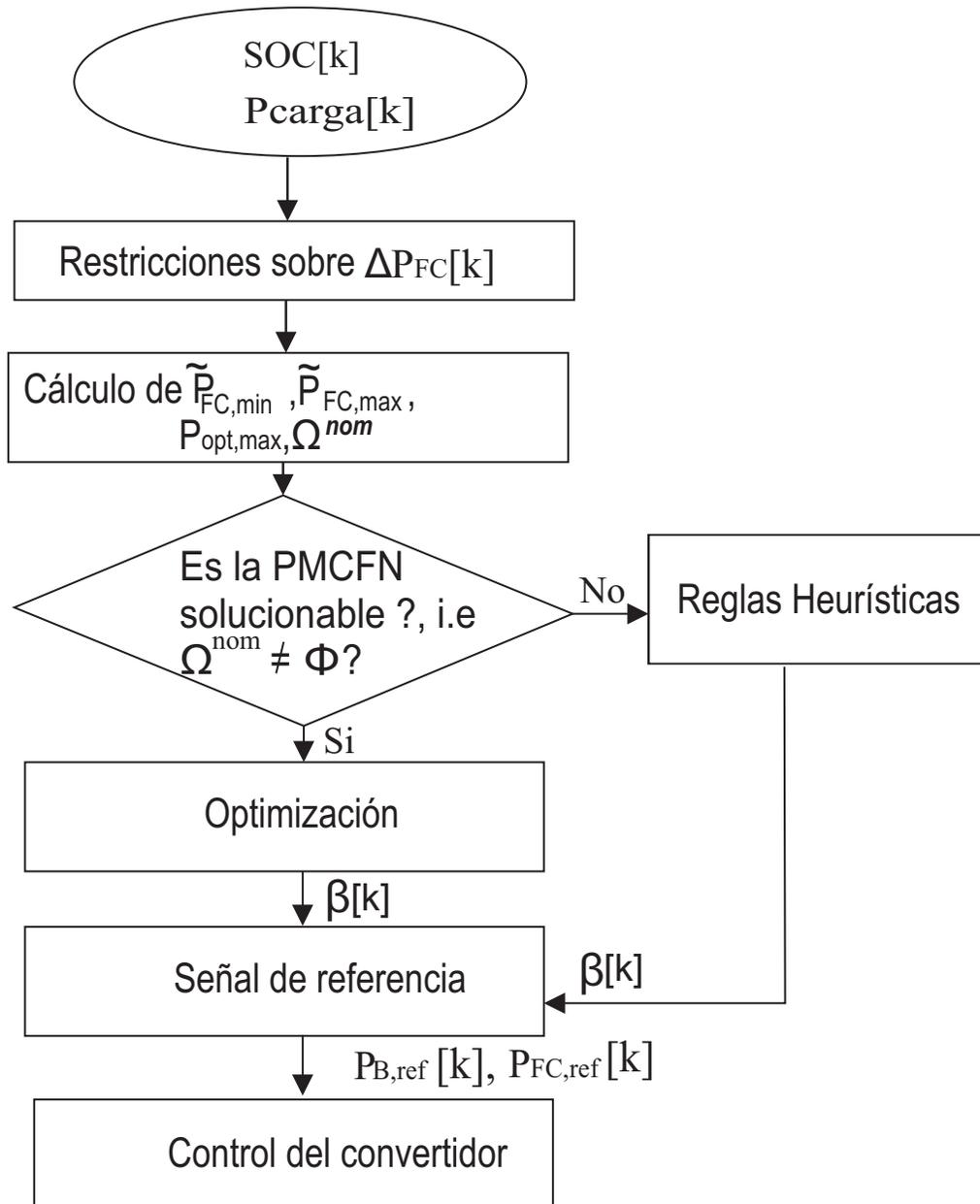


Figura 3.3: Estrategia de manejo de energía propuesta.

Con base en los resultados discutidos en la sección anterior la EME propuesta para repartición de potencia está compuesta por dos partes: optimización y reglas heurísticas. En el diagrama

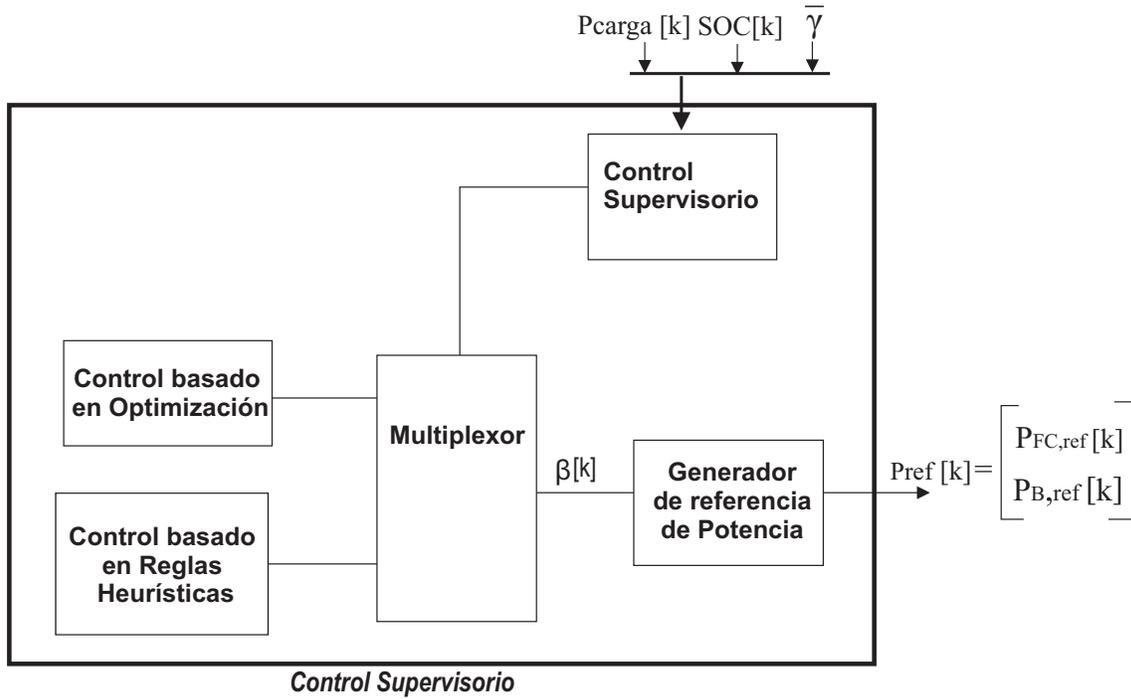


Figura 3.4: Estructura del control supervisorio.

de flujo de la Figura 3.3 y el esquema ilustrado en la Figura 3.4 se muestra la EME propuesta.

Por otro lado, los modos del control supervisorio son establecidos en el siguiente cuadro:

En el cuadro anterior la  $P_{aux}$  es la potencia consumida por el sistema auxiliar del balance de planta de la celda de combustible,  $\beta^* = 1 - \frac{P_{FC,max}\tilde{\eta}_{FC}}{P_{load}}$ , *Reg* toma en cuenta el modo de regeneración de energía y *Desp* es para el modo de desperdicio de energía (*i.e.* cuando la energía desde el frenado regenerativo no se puede almacenar y el exceso se debe tirar); por otra parte  $P_{FC,lim}$  es el límite superior de seguridad de operación de la celda de combustible.

Observe que en los Modos 5, 8 y 9, el balance de potencia no puede satisfacerse ya que la energía es desperdiciada o no es suficiente para satisfacer la demanda de carga.

Cuadro 3.1: Modos del control supervisorio

<b>Modo</b>	$\beta$	<b>Condiciones</b>
0	0	$P_{carga}[k] \in [0, P_{aux})$
1	1	$P_{carga}[k] \in [P_{aux}, \tilde{P}_{FC,min}\tilde{\eta}_{FC})$ y $SOC[k] \geq SOC_{min}$
2	0	$P_{carga}[k] \in [P_{aux}, \tilde{P}_{FC,min}\tilde{\eta}_{FC})$ y $SOC[k] < SOC_{min}$
3	$\bar{\beta}_{min}[k]$	$P_{carga}[k] \in [\tilde{P}_{FC,min}\tilde{\eta}_{FC}, P_{opt,max}]$
4	$\beta^*$	$P_{carga}[k] \in (P_{opt,max}, P_{FC,lim})$ y $SOC[k] > SOC_{min}$ y $I_B < I_{B,max}$
5	$P_{FC} = P_{FC,max}$	$P_{carga}[k] \in (P_{opt,max}, P_{FC,lim})$ y $SOC[k] > SOC_{min}$ y $I_B = I_{B,max}$
6	0 ( $P_{FC} = P_{FC,max}$ )	$P_{carga}[k] \in (P_{opt,max}, P_{FC,lim})$ y $SOC[k] < SOC_{min}$
7	Reg	$P_{carga}[k] \leq 0$ y $SOC[k] < SOC_{max}$ y $I_B \geq -I_{B,max}$
8	Reg & Desp	$P_{carga}[k] \leq 0$ y $SOC[k] < SOC_{max}$ y $I_B < -I_{B,max}$
9	Desp	$P_{carga}[k] \leq 0$ y $SOC[k] \geq SOC_{max}$

**Observación 23** *El control supervisorio tiene nueve modos de operación y su funcionamiento se resume a continuación:*

- *Modo 0. Es un modo auxiliar se considera un consumo del balance de planta de la celda  $P_{aux}$ , esta potencia a la vez evita que la FC trabaje en la zona de activación.*
- *Modo 1  $\beta = 1$  ha sido elegido para reducir el consumo de combustible, ya que se busca ahorrar la mayor cantidad de hidrógeno.*
- *Modo 2.  $\beta = 0$  ha sido elegido puesto que la batería no puede satisfacer la demanda de potencia porque se encuentra descargada.*
- *Modo 3. La repartición de potencia resolviendo el problema de optimización cuando optimización tiene sentido, es decir, la región factible existe.*
- *Modo 4. Este modo es definido para que la celda entregue su máxima potencia y la batería entrega la potencia restante, dicha repartición está dado por  $\beta^* = 1 - \frac{P_{FC,max}\tilde{\eta}_{FC}}{P_{load}}$ .*
- *Modo 5. En este modo la celda de combustible entrega su máxima potencia y las baterías entregan el resto de la potencia siempre y cuando  $SOC[k] > SOC_{min}$  y  $I_B = I_{B,max}$ .*

- *Modo 6. En este modo las baterías están descargadas y la única opción para satisfacer la demanda de potencia es usando la celda de combustible. Note que si el vehículo demanda más potencia de lo que la celda pueda entregar ya no nada que se pueda hacer.*
- *Modo 7. Es el modo de regeneración de energía y ocurre cuando  $P \leq 0$  siempre y cuando  $I_B \geq -I_{B,max}$ ; esto significa que la carga entrega potencia a las baterías.*
- *Modo 8. Es el modo de regeneración y desperdicio de energía y ocurre cuando  $P \leq 0$  siempre y cuando  $I_B < -I_{B,max}$ ; esto significa que la carga entrega potencia a las baterías para recargarlas y una parte de esta potencia es desperdición en forma de calor.*
- *Modo 9. Es el modo de desperdicio de energía. En este modo las baterías están totalmente cargadas así que la energía entregada por la carga se desperdicia en forma de calor.*

*Finalmente vale la pena señalar que dado que el problema de optimización se resolvió de manera exacta, este puede ser implementado exactamente igual que una estrategia de manejo de energía heurística. Esto es, la EME puede implementarse completamente fuera de línea y se calcula en tiempo real, usando las actualizaciones del SOC de las baterías, la potencia demandada y la potencia suministrada por la celda de combustible.*

**Observación 24** *La estabilidad del control supervisorio es garantizado por los siguientes hechos: i) no puede ocurrir chattering o castaño por la naturaleza de tiempo discreto del control, ii) los valores de  $\beta[k]$  están acotados inferior y superiormente, iii) la velocidad de cambio de  $\beta[k]$  está acotada superior e inferiormente. Además, ii) y iii) garantizan que las trayectorias descritas por el control supervisorio son positivamente invariantes en  $0 \leq \beta[k] \leq 1$ .*

# Capítulo 4

## Simulación de la estrategia de manejo de energía ante incertidumbres paramétricas

El objetivo de este capítulo es evaluar la robustez y desempeño del control supervisorio propuesto. En particular, se pretende: i) mostrar que la prevalencia de la optimización conduce a ahorros significativos de combustible, así como a la satisfacción de las restricciones de operación de la celda y el ESS, ii) mostrar que la incidencia de optimización depende del tamaño de la región factible, que a su vez depende del ciclo de manejo, las condiciones iniciales del ESS y el diseño del tren de potencia y iii) mostrar que la incertidumbre afecta la incidencia en la optimización ya que la región factible se hace más estrecha puesto que garantiza la satisfacción de las restricciones reales de operación.

### 4.1. Descripción de las condiciones de simulación

La curva de polarización [32] considerada en este trabajo se aproximó a una ecuación lineal ( $-\tilde{a}_1 I_{FC}[k] + \tilde{b}_1$ ) ilustrada por la Figura 4.1.

Para evaluar el desempeño de la EME se propuso el tren de potencia para un vehículo utilitario muy parecido al Citroën Berlingo [33]. La dinámica del vehículo se describe usando las Ecuaciones 2.9, 2.10, 2.11 y 2.12 con los siguientes parámetros:  $\rho_{aire} = 1.18$ ,  $c_r = 0.014$ ,  $r_{trasm} = 3$  (relación de transmisión),  $c_d = 0.5$ ,  $A_f = 3.225m^2$ ,  $m_v = 1000Kg$ ,  $g = 9.8m/s^2$  y  $r_w = 0.2651m$  (radio de las llantas).

Por otro lado, con fin de satisfacer la demanda mecánica se utiliza un tren de potencia eléctrico constituido por una celda de combustible, un paquete de baterías Ion Litio y convertidores de potencia con los siguientes parámetros:  $P_{FC,min} = 280W$ ,  $P_{FC,max} = 2800W$ ,  $P_{FC,lim} = 3000W$ ,  $\tilde{a}_1 = 0.25V/A$ ,  $\tilde{b}_1 = 80V$ ,  $c = 1$  (i.e.  $c$  es el parámetro de la función objetivo),  $SOC_{min} = 0.25$ ,  $SOC_{max} = 1$ ,  $\Delta P_{FC,min} = -1500W$ ,  $\Delta P_{FC,max} = 1500W$ ,  $\eta_{FC} = 0.59$ ,  $\eta_{bc} = \eta_{bd} = 0.99$ ,  $\eta_{conv,B} = \eta_{conv,FC} = 0.91$ . El dimensionamiento del tren de potencia se hizo de la siguiente manera. Prime-

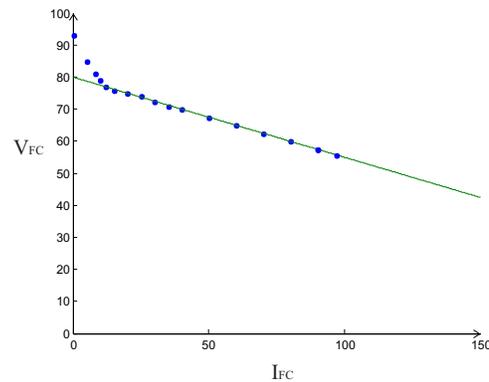


Figura 4.1: Aproximación de la curva de polarización

ro, se analizó la frecuencia de la demanda de potencia para el ciclo de manejo NEDC parte I (New European Driving Cycle). Este ciclo de manejo no involucra altas velocidades y aceleraciones por lo que puede considerarse como apto para describir el uso utilitario. Segundo, se calcularon desviaciones respecto al promedio de la potencia consumida y se integraron tales desviaciones para estimar la energía mínima requerida para satisfacerlas; lo anterior dimensionó la energía que debe de estar disponible en el ESS y con ello su capacidad. Tercero, la potencia promedio consumida se consideró como la potencia nominal de la celda de combustible.

En las simulaciones el tiempo discreto  $kT$  tiene un tiempo de muestreo de  $T = 1s$ ; lo anterior debido a que la dinámica de demanda no puede ser más rápido que el proceso más lento del motor. Las especificaciones de las baterías son las correspondientes al modelo U24-12XP [27] con una  $I_{B,max} = 150A$  y una capacidad de  $110Ah$ . Con el propósito de mostrar de manera rápida (durante un ciclo de manejo) la reducción de la región factible se eligió un arreglo en serie de 9 baterías con una capacidad equivalente de  $C = 12.2Ah$  (*i.e.*  $c_1 = 0.0811/A$ ) con la misma restricción de corriente máxima.

En estas simulaciones se analizará el efecto del ciclo de manejo usando los siguientes patrones: dos ciclos urbanos: a) City II b) UDSS (Urban Dynamometer Driving Schedule), un semi-urbano: c) NEDC (New European Driving Cycle) y finalmente d) un ciclo de autopista (HWFET: Highway Fuel Economy Driving Schedule). La energía que se consume en cada ciclo así como la potencia máxima y mínima de éstos se muestra en el Cuadro 4.1

Como primer paso en el análisis del control supervisorio, se implementa el algoritmo mostrado en la Figura 3.3 donde a cada instante de tiempo  $kT$  son calculadas las cotas de potencia  $\tilde{P}_{FC,min}$ ,  $\tilde{P}_{FC,max}$  en función de la demanda actual de potencia de la carga y de la potencia anterior de la celda como en la Ecuación 3.35. Aún más con el fin de cuantificar el desempeño de la estrategia de manejo de energía, se define el ahorro de combustible como sigue:

$$Ahorro(H2) = \sum_{k=0}^{ns} \frac{\Delta m_{H_2,FC}[k] - \Delta m_{H_2}[k]}{\Delta m_{H_2,FC}[k]} \times 100\% \quad (4.1)$$

donde  $\Delta m_{H_2,FC}[k]$  es el hidrógeno consumido por el vehículo si sólo utiliza la celda como fuente de energía (la suma se realiza sobre todo el ciclo de manejo). El ahorro de hidrógeno definido en la Ecuación 4.1 es diferente a la utilizada por los productores de vehículos o la EPA (Environmental Protection Agency). La definición de ahorro de combustible de la Ecuación 4.1 tiene la intención de medir el ahorro de combustible para un escenario extremo, en el que la celda proporciona toda la potencia [J. Bernard, *et. al.*, 2009].

Cuadro 4.1: Energía total consumida y potencias máximas y mínimas de los ciclos de manejo

	UDDS	NEDC	City II	HWFET
Energía consumida (Wh)	1818	1781	732	3900
Potencia mínima (W)	-9876	-9745	-8907	-12950
Potencia máxima (W)	36640	65860	18670	37490
Distancia recorrida (m)	12020	7949	6221	16508
Energía consumida para un recorrido de 6221 m (Wh)	1166	1276	732	1288

Finalmente, en estas simulaciones se analizan tres escenarios de incertidumbre constituidos por 1) sin incertidumbre, 2) con 10. % de incertidumbre y 3) con 20. %; siendo los últimos dos los siguientes: **Escenario (i)**  $\Delta\gamma_1 = 0.1\hat{c}_1$ ,  $\Delta\gamma_2 = 0.1\hat{a}_1$ ,  $\Delta\gamma_3 = 0.1\hat{b}_1$ ,  $\Delta\gamma_4 = 0.1\hat{\eta}_{FC}$ ,  $\Delta\gamma_5 = 0.1\hat{\eta}_B$ ,  $\Delta\gamma_6 = 0.1P_{FC,max}$ ,  $\Delta\gamma_7 = 0.1P_{FC,min}$ , donde  $\hat{x}$  es el valor estimado de  $x$  (*i.e.* la cota de incertidumbre constituye un 10 % del valor estimado). **Escenario (ii)**  $\Delta\gamma_1 = 0.2\hat{c}_1$ ,  $\Delta\gamma_2 = 0.2\hat{a}_1$ ,  $\Delta\gamma_3 = 0.2\hat{b}_1$ ,  $\Delta\gamma_4 = 0.2\hat{\eta}_{FC}$ ,  $\Delta\gamma_5 = 0.2\hat{\eta}_B$ ,  $\Delta\gamma_6 = 0.2P_{FC,max}$ ,  $\Delta\gamma_7 = 0.2P_{FC,min}$  (*i.e.* la cota de incertidumbre constituye 20 % del valor estimado). Los escenarios con incertidumbres fueron elegidos como sigue, primeramente se estimó la variación más grande de los parámetros, la cual con base en experimentos fue estimada en 19.8 % (El parámetro corresponde a la pendiente de la curva de polarización). De acuerdo a lo anterior se eligieron los escenarios (i) y (ii) como posibles (pero arbitrarios) casos de incertidumbre para los parámetros *gamma*.

El efecto de los parámetros  $\tilde{P}_{FC,max}[k]$  y  $\tilde{P}_{FC,min}[k]$  en el ahorro de combustible puede ser observado en las Secciones 4.5 y 4.7, donde el efecto del diseño de tren de potencia y ciclo de manejo es analizado. Los parámetros nominales que satisfacen las restricciones reales (*i.e.* 3.48, 3.49) son los siguientes:  $\hat{c}_1 - \Delta c_1$ ,  $\hat{a}_1 + \Delta a_1$ ,  $\hat{b}_1 + \Delta b_1$ ,  $\hat{\eta}_B - \Delta\eta_B$ ,  $\hat{P}_{FCmax} - \Delta P_{FCmax}$ ,  $\hat{P}_{FCmin} + \Delta P_{FCmin}$ ,  $\hat{\eta}_{FC} + \Delta\eta_{FC}$  para  $(\tilde{P}_{FC,min}\tilde{\eta}_{FC})$  y  $\hat{\eta}_{FC} - \Delta\eta_{FC}$  para  $(\tilde{P}_{FC,max}\tilde{\eta}_{FC})$ .

## 4.2. Evolución en el tiempo

Las simulaciones siguientes (dado un diseño de vehículo) se hace con la intención de mostrar el desempeño de la EME al encarar incertidumbres (10 % de incertidumbre y 20 % de incertidumbre y sin incertidumbre,), dicho desempeño se puede ver a través del consumo de combustible y estado de carga ( $SOC[k]$ ) a lo largo del ciclo de manejo City II.

La siguiente figura muestra la dinámica del  $SOC[k]$  y  $\Delta m_{H_2}[k]$  a lo largo del ciclo de manejo City II con un  $SOC(0) = 1$ , esto significa que la batería esta cargada al 100%.

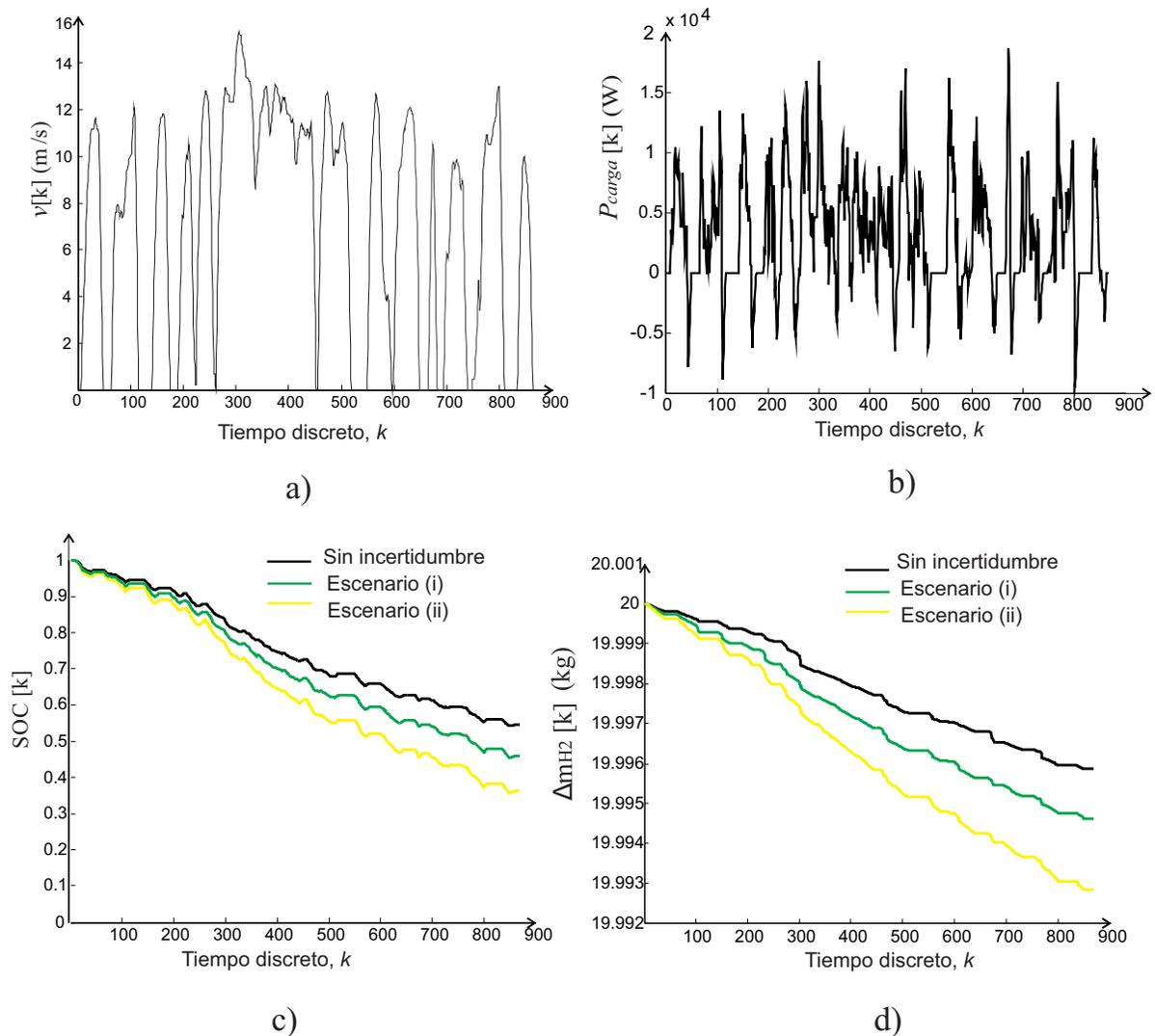


Figura 4.2: Evolución en el tiempo de la Estrategia de Manejo de Energía para el ciclo de manejo City II con  $SOC[0] = 1$ . a) Ciclo de manejo City II, b) Potencia demandada del vehículo, c) Estado de carga de la batería, d) Consumo de hidrógeno

La evolución en el tiempo de la EME se puede observar en la Figura 4.2 donde el consumo de combustible y el SOC de la batería puede observarse como una función de la incertidumbre (escenarios (i) y (ii)) para el ciclo de manejo City II y  $SOC[0] = 1$ . En esta figura se puede observar el ciclo de manejo y su correspondiente demanda de carga.

Observe también el efecto del frenado regenerativo en la batería (Figura 4.2) donde es posible observar el proceso de carga y descarga de la batería en el nivel del SOC, aumentando los estadios de frenado. En estas simulaciones el proceso de carga de la celda de combustible a baterías no está presente debido a que en tal situación no es óptima (ya que más energía es desperdiciada en el proceso de carga de la celda a la batería que en el uso directo de la celda debido a que las eficiencias de la celda y batería) si se desea tal régimen de operación de carga se puede definir como una parte de las reglas heurísticas del control supervisorio.

Note también que el proceso óptimo inevitablemente permitirá que la energía de la batería baje a un nivel mínimo de SOC ya que cualquier ahorro de combustible depende del uso de la batería. Finalmente, observe en la Figura 4.2 entre más grande sea la incertidumbre el consumo de combustible aumenta, esto pasa debido a que las restricciones son más estrictas que debe satisfacer el problema de optimización.

### 4.3. Tamaño de la región factible

Las simulaciones siguientes (dado un diseño de vehículo) se hacen con la intención de mostrar el desempeño de la EME, dicho desempeño se puede ver a través del tamaño de la región factible, la cual depende de la incertidumbre paramétrica, este fenómeno se puede ver a través de la demanda de corriente de la celda y baterías.

La siguiente figura 4.3 muestra la dinámica del  $I_{FC}[k], I_B[k]$  y  $\Delta\beta[k]$  (tamaño de la región factible) a lo largo del ciclo de manejo City II con un  $SOC(0) = 1$ , esto significa que la batería esta cargada al 100 %.

Como se discutió en la Sección 3.2.2, debido a que  $\beta[k]$  es un escalar, la región factible toma valores en un intervalo. El tamaño de dicho intervalo se denota como  $\Delta\beta[k]$ . Tal cantidad es una medida del tamaño de la región factible y nos proporciona información acerca de la prevalencia de la optimización (la frecuencia con la cual la optimización es usada en la estrategia de manejo de energía).

En la Figura 4.3 se observa la evolución de  $\Delta\beta[k]$ , la corriente de la batería y de la celda de combustible como función del tiempo como función de la incertidumbre paramétrica. Observe que cuando la cota de la incertidumbre aumenta, el tamaño de la región factible decrece. Este comportamiento permite inferir la existencia de una cota de incertidumbre máxima donde el proceso de optimización tiene sentido. Note que la restricción de la corriente máxima de la batería, así como la presencia de incertidumbre (ver  $I_B$  en las zonas de aumento A y B de la Figura 4.3),

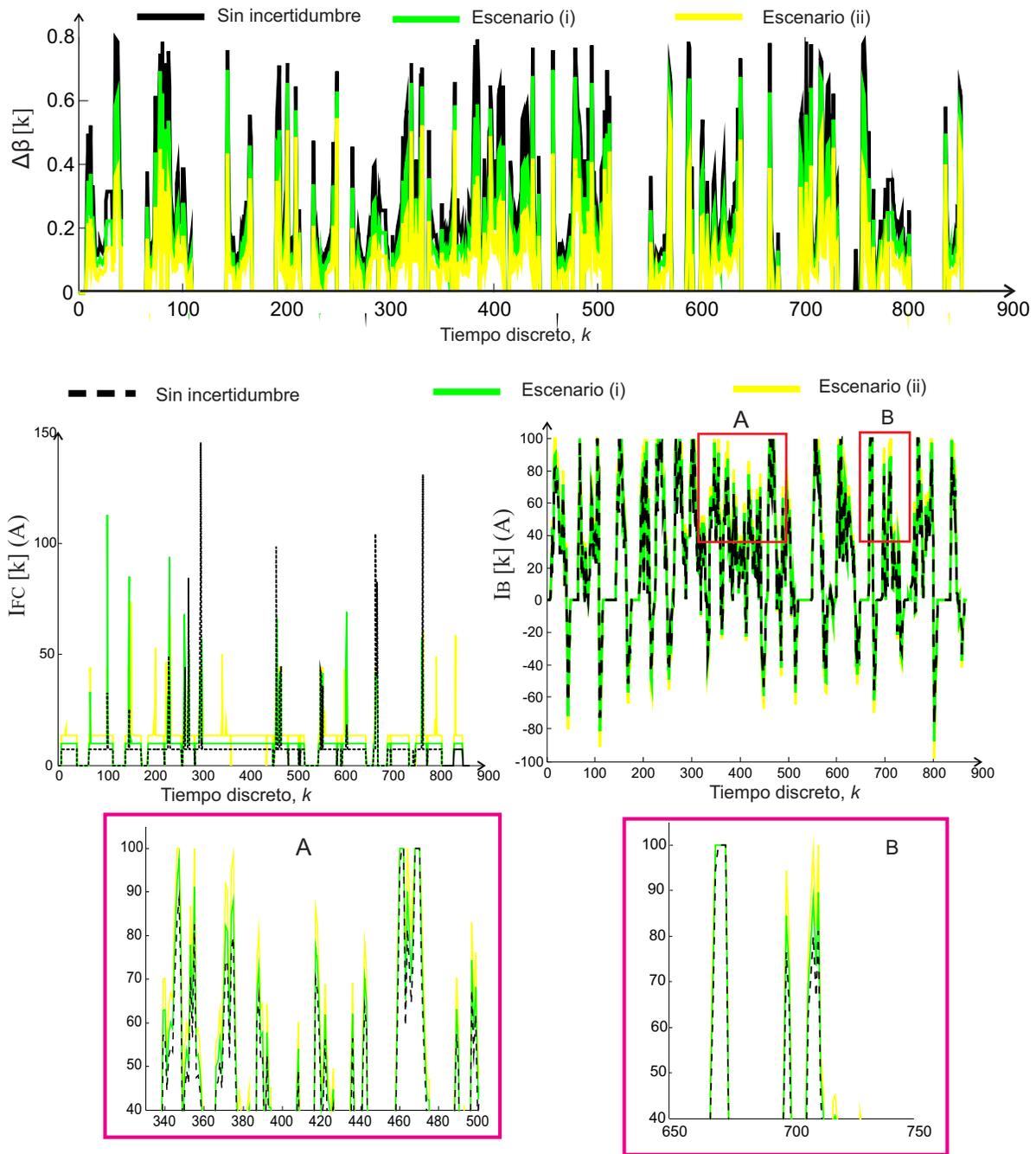


Figura 4.3: Evolución en el tiempo del tamaño de la región factible y distribución de corriente como función de la incertidumbre para el ciclo de manejo City II y  $SOC[0] = 1$  donde A representa una zona de aumento desde 340 a 500 seg de la corriente  $I_B$  y B representa una zona de aumento de 650 a 750 seg de la de la corriente  $I_B$ .

lleva a un incremento en el uso de la celda (ver  $I_{FC}$  de la Figura 4.3). Los picos de corriente de la celda están limitados por las restricciones relacionadas con la velocidad de cambio máximo y mínimo de la potencia de la celda dado por las restricciones 3.11, 3.12.

No es posible observar diferencias drásticas en la corriente de la batería como función de la incertidumbre en la Figura 4.2 debido a que: i) en niveles altos de SOC, la incertidumbre que más afecta es la de la celda (ver Capítulo 3) y en estos casos la estrategia es preponderantemente heurística ii) a diferencia del caso sin incertidumbre, la EME está constituida por optimización y reglas heurísticas, donde ésta última no es basada en un modelo y por lo tanto no le afecta la incertidumbre. Finalmente, iii) cuando la restricción de la corriente de la batería está activa, la única información que se necesita son los parámetros de la celda y la limitación de la corriente de la batería. Los argumentos anteriores también explican la falta de sensibilidad de la respuesta de la EME hacia la incertidumbre en la prevalencia de la optimización de la Figura 4.4 para  $SOC = 1$ .

#### 4.4. Efecto de las condiciones iniciales del ESS

En esta sección se pretende mostrar que la incidencia de optimización de la EME depende del tamaño de la región factible, que a su vez depende de las condiciones iniciales del ESS. Adicionalmente se pretende exhibir que la incertidumbre afecta la incidencia en la optimización ya que la región factible se hace más estrecha puesto que garantiza la satisfacción de las restricciones reales de operación.

La siguiente figura muestra el tamaño de la región factible  $\Delta\beta[k]$  a lo largo del ciclo de manejo City II con un  $SOC(0) = 0.26$ , esto significa que la batería esta cargada al 26%.

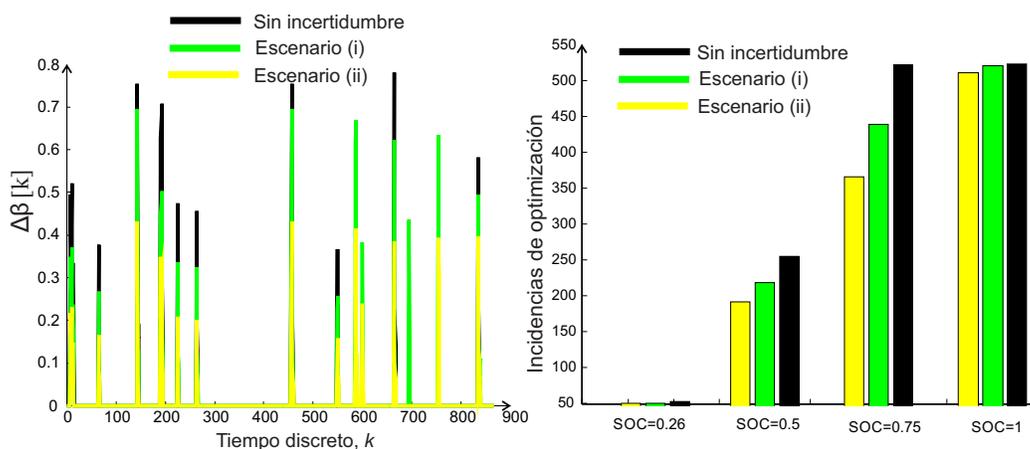


Figura 4.4: Izquierda. Evolución en el tiempo del tamaño de la región factible para el ciclo de manejo City II y  $SOC[0] = 0.26$ . Derecha. Prevalencia de la optimización en el control supervisorio como una función del SOC.

Como se ha discutido anteriormente, el tamaño de la región factible depende también de las condiciones iniciales del  $SOC$  de la batería. En la Figura 4.4 (a la izquierda), la evolución en el tiempo del tamaño de la región factible para el ciclo de manejo City II y  $SOC[0] = 0.26$  se visualiza ( $SOC_{min} = 0.25$ ). Se puede observar que el tamaño de la región factible es considerablemente más pequeña que la mostrada en la Figura 4.3. Este comportamiento induce un efecto adverso en la prevalencia de la optimización en el control supervisorio. La prevalencia o incidencia de la optimización es el número de veces que la optimización es usada en todo el ciclo de manejo, o de manera equivalente, al número de veces que el tamaño de la región factible es diferente al conjunto vacío. En otras palabras, cuando las baterías han llegado a su nivel mínimo de  $SOC$  de operación, el proceso de optimización no tiene sentido.

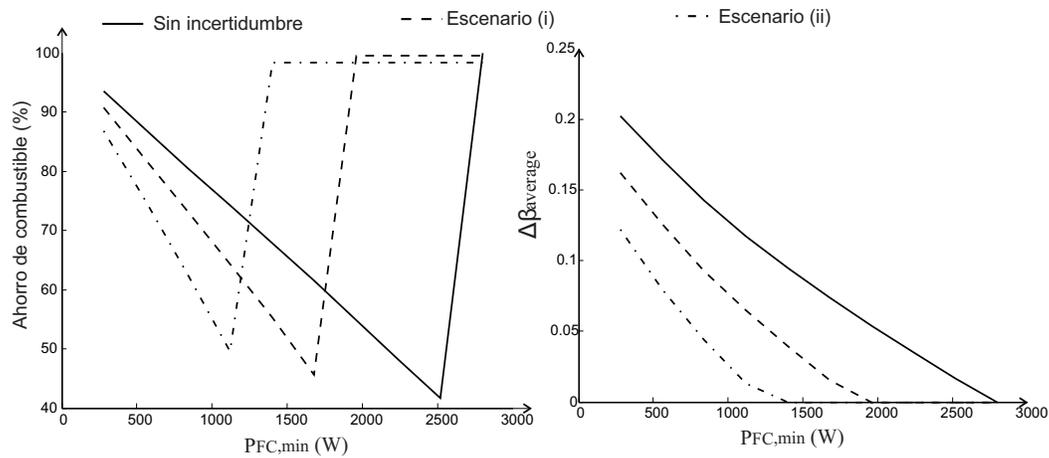
## 4.5. Efecto del diseño del tren de Potencia

En estas simulaciones pretenden mostrar el desempeño de la EME en relación al tamaño de la celda y baterías. Con dichos dimensionamientos la EME tendrá un desempeño con relación al ahorro de combustible (4.5 y 4.6). Este ahorro de combustible está en función del tamaño de la región factible donde dicho tamaño está relacionado con la incidencia de la EME usando optimización o reglas heurísticas para hacer repartición de potencia así como las condiciones iniciales del  $SOC$  (Ver Figura 4.6). La elección de  $P_{fc,max}$  fue hecha a propósito pequeña para poder ilustrar en una sola simulación el efecto de la reducción de la región factible; sin embargo, también se pueden usar celdas más grandes.

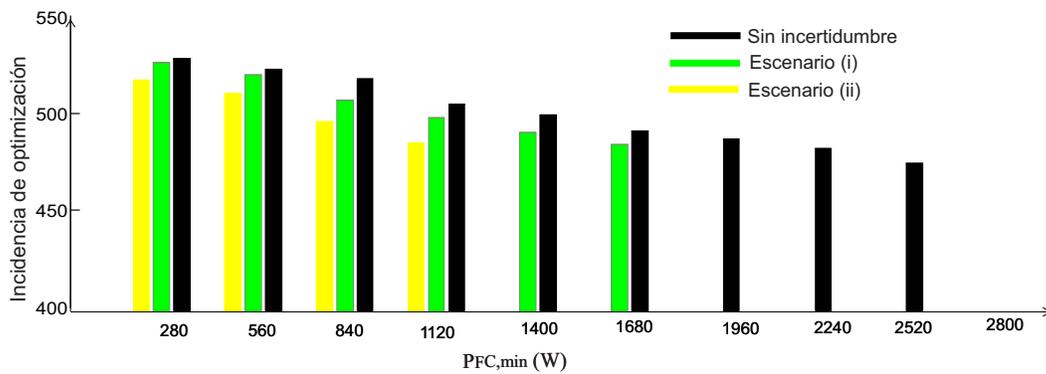
Se ha establecido que la prevalencia de la optimización depende del tamaño de la región factible, pero también existe una correspondencia entre ésta y el diseño del tren de potencia. Para aclarar lo anterior, se define la media aritmética de la región factible  $\Delta\beta[k]$  a lo largo del ciclo de manejo como  $\Delta\beta_{average}$ . La Figura 4.5 muestra el ahorro de combustible, el tamaño promedio de la región factible y la prevalencia del proceso de optimización como función  $P_{FC,min}$ . Se observa que cuando la incidencia de la optimización decrece existe un incremento en la incidencia de las reglas heurísticas.

Observe que ahorros de combustible pueden ser obtenidos mediante optimización o reglas heurísticas, pero a diferencia de la optimización, el uso de reglas heurísticas puede implicar la operación crítica de la celda (operación anómala), ya que no existe garantía de la satisfacción de las restricciones de operación respecto a la rapidez con la se le demanda potencia a la celda (*e.g.* los Modos 2, 4 y 6 del Cuadro 3.1, las cuales son modos de operación de emergencia).

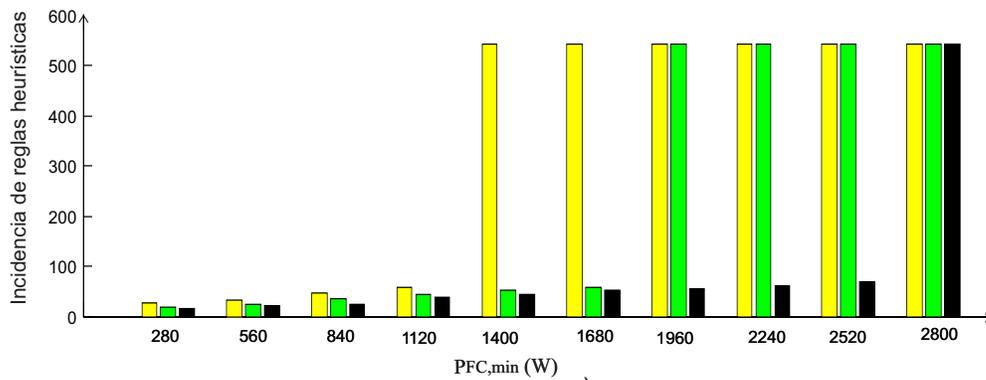
Por otro lado, el tamaño de la batería tiene un efecto significativo en el ahorro de combustible. En general entre más grande es la capacidad de la batería  $C$  los ahorros de combustible se incrementan mediante el proceso de optimización; esto es debido a la disponibilidad de la energía de la batería. Cuando  $C$  es decrementada (*i.e.*  $c_1$  decrece) la región factible es más pequeña y el ahorro de combustible decrece como se puede observar en la Figura 4.7. En esta figura, las capacidades de la batería se obtuvieron usando un arreglo serial de 9 baterías de  $C = 110Ah$  y



a)



b)



c)

Figura 4.5: a). Izquierda: Ahorro de combustible y  $\Delta\beta_{average}$  como función de  $P_{FC,min}$ . Derecha: Tamaño promedio de la región factible. b). Incidencia de la optimización como función de  $P_{FC,min}$  y c). Incidencia en reglas heurísticas como función de  $P_{FC,min}$  para un ciclo de manejo City II y  $SOC[0] = 1$ .

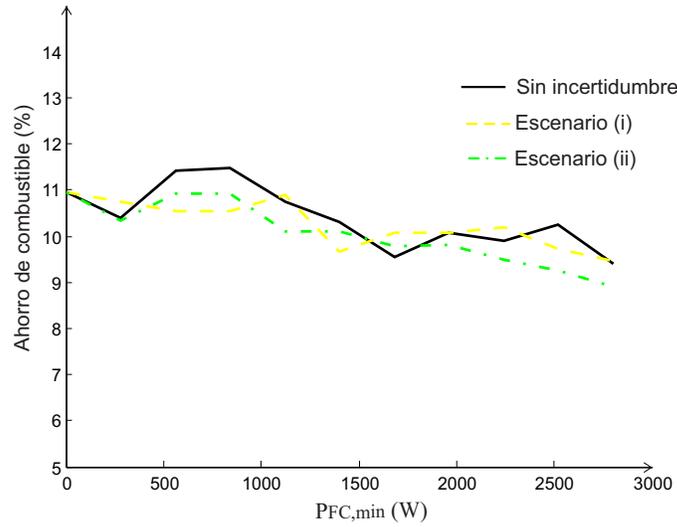


Figura 4.6: Ahorro de combustible como función de  $P_{FC,min}$  para un ciclo de manejo City II y  $SOC[0] = 0.26$ .

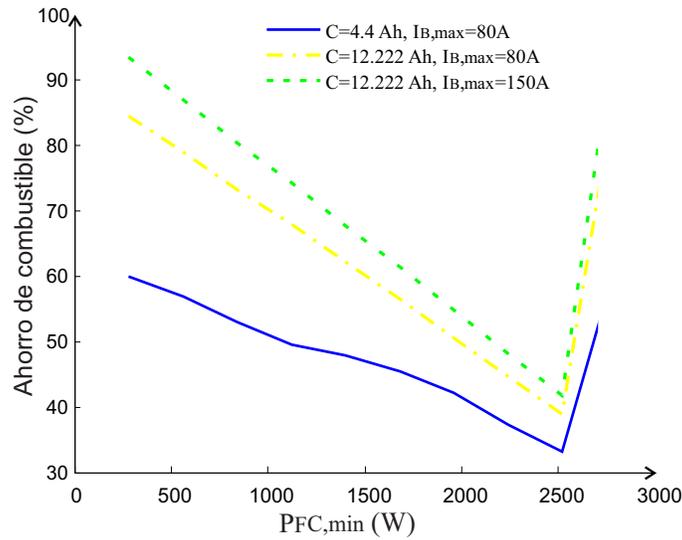


Figura 4.7: Ahorro de combustible como función de  $P_{FC,min}$  ante diferentes capacidades de la batería y restricciones respecto a su corriente máxima usando el ciclo de manejo City II.

$C = 40Ah$  respectivamente. Note que el mismo fenómeno de obtener bajos ahorros de combustible está presente para la misma capacidad de la batería pero en presencia de una restricción de corriente máxima más astringente (vea Figura 4.7).

## 4.6. Efecto del ciclo de manejo

En particular en esta simulación se usa el sistema de tren de potencia diseñado para el ciclo de manejo City II. Como se dijo anteriormente el sistema del tren de potencia tiene que ser diseñado de acuerdo al ciclo de manejo donde se desea operarlo. En particular para propósitos de optimización el diseño debe pensarse para obtener una región factible grande. Los parámetros del tren de potencia corresponden a un diseño para un ciclo de manejo urbano, por lo que se espera observar algunas diferencias en el ahorro de combustible para otros ciclos de manejo y el tamaño promedio de la región factible con la EME propuesta.

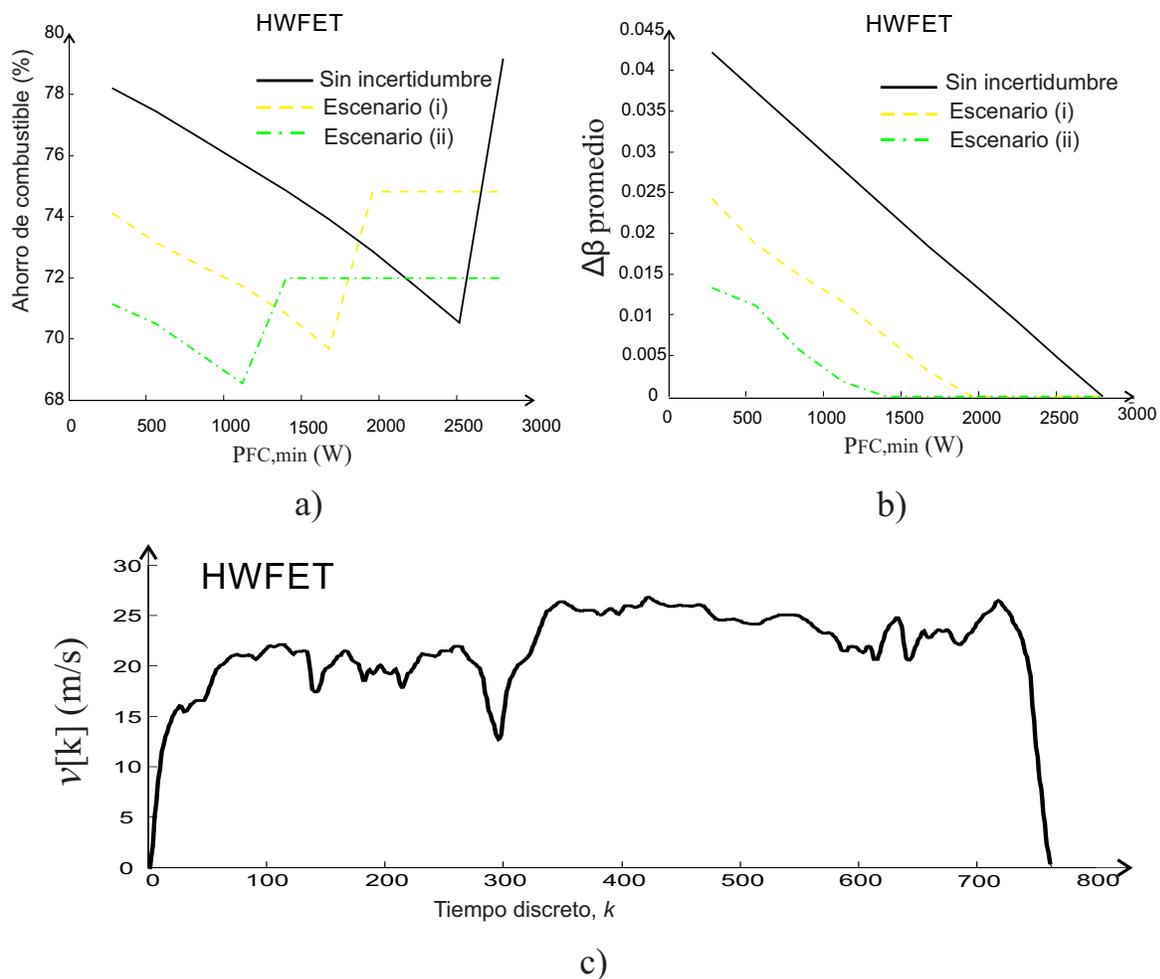


Figura 4.8: Ahorro de combustible y tamaño de la región factible como una función  $P_{FC,min}$  e incertidumbres acotadas para ciclo de manejo HWFET. a) Ahorro de combustible de HWFET como una función  $P_{FC,min}$  b) Tamaño promedio de la región factible, c) Ciclo de manejo HWFET

En esta sección se estudiarán las diferencias en el ahorro de combustible cuando se usan

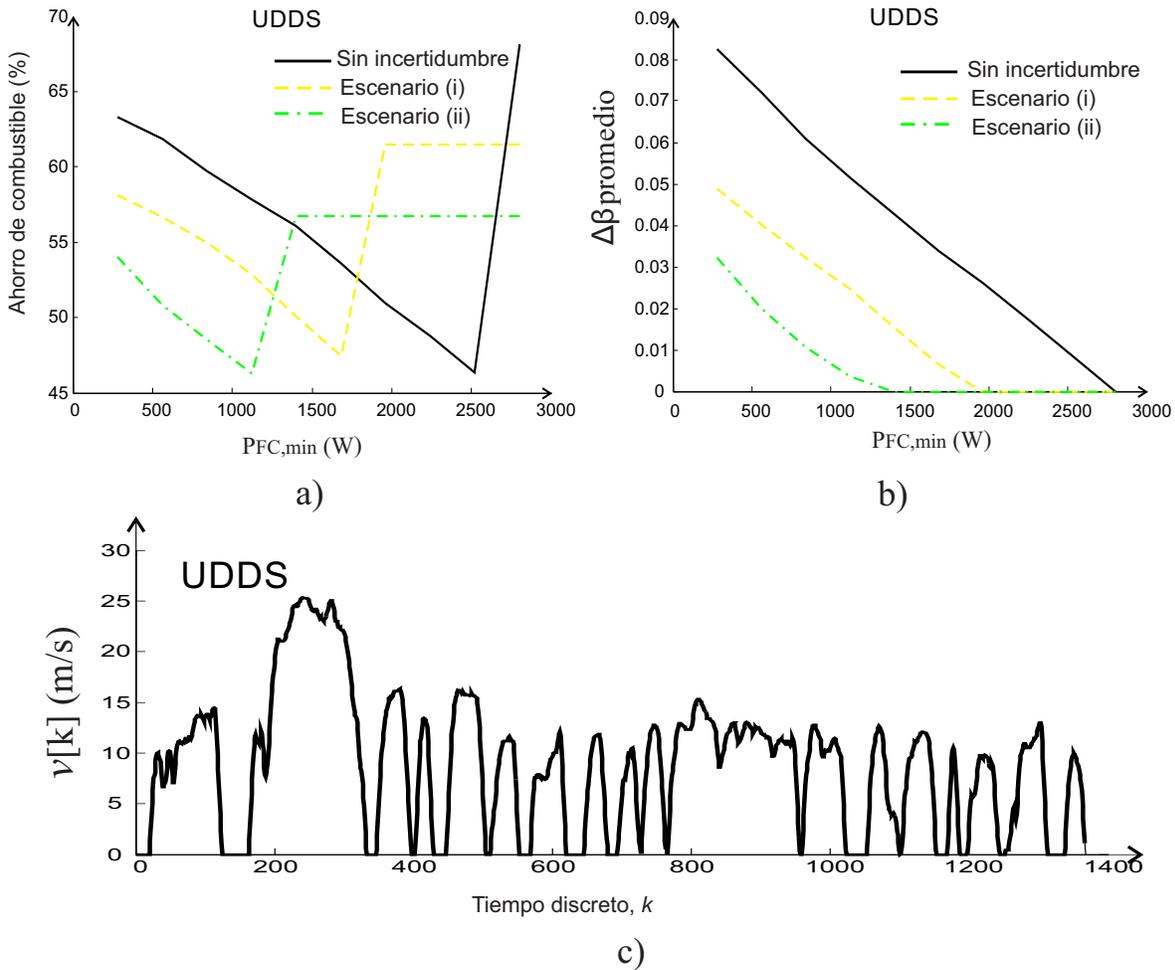


Figura 4.9: Ahorro de combustible y tamaño de la región factible como una función  $P_{FC,min}$  e incertidumbres acotadas para ciclo de manejo UDDS. a) Ahorro de combustible de UDDS como una función  $P_{FC,min}$  b) Tamaño promedio de la región factible, c) Ciclo de manejo UDDS

ciclos de manejo como HWFET, UDDS y NEDC. De la Figura 4.8 se observa el ahorro de combustible y  $\Delta\beta_{average}$  ( $SOC = 1$ ) para tales ciclos de manejo. El ahorro de combustible más bajo se tiene al utilizar el ciclo de manejo HWFET, el cual es un ciclo de manejo para carretera. Tal resultado se esperaba ya que el ahorro de combustible está limitado por la capacidad de la batería y la ausencia virtual de frenado regenerativo. Observe también que el tamaño de la región factible decrece cuando  $P_{FC,min}$  se incrementa, lo que limita la incidencia de la optimización en la EME.

El ahorro de combustible para  $P_{FC,min} \in [1000, 2500]W$  en los escenarios (i) y (ii) es debido al aumento del uso de reglas heurísticas (*i.e.*  $\Delta\beta_{average} = 0$ ). Este hecho también se puede observar para los ciclos de manejo UDDS y NEDC (Figuras 4.9y 4.10 ). Finalmente, el ahorro más grande de estos tres ciclos de manejo es dado por ciclo NEDC, en este caso coincide con el

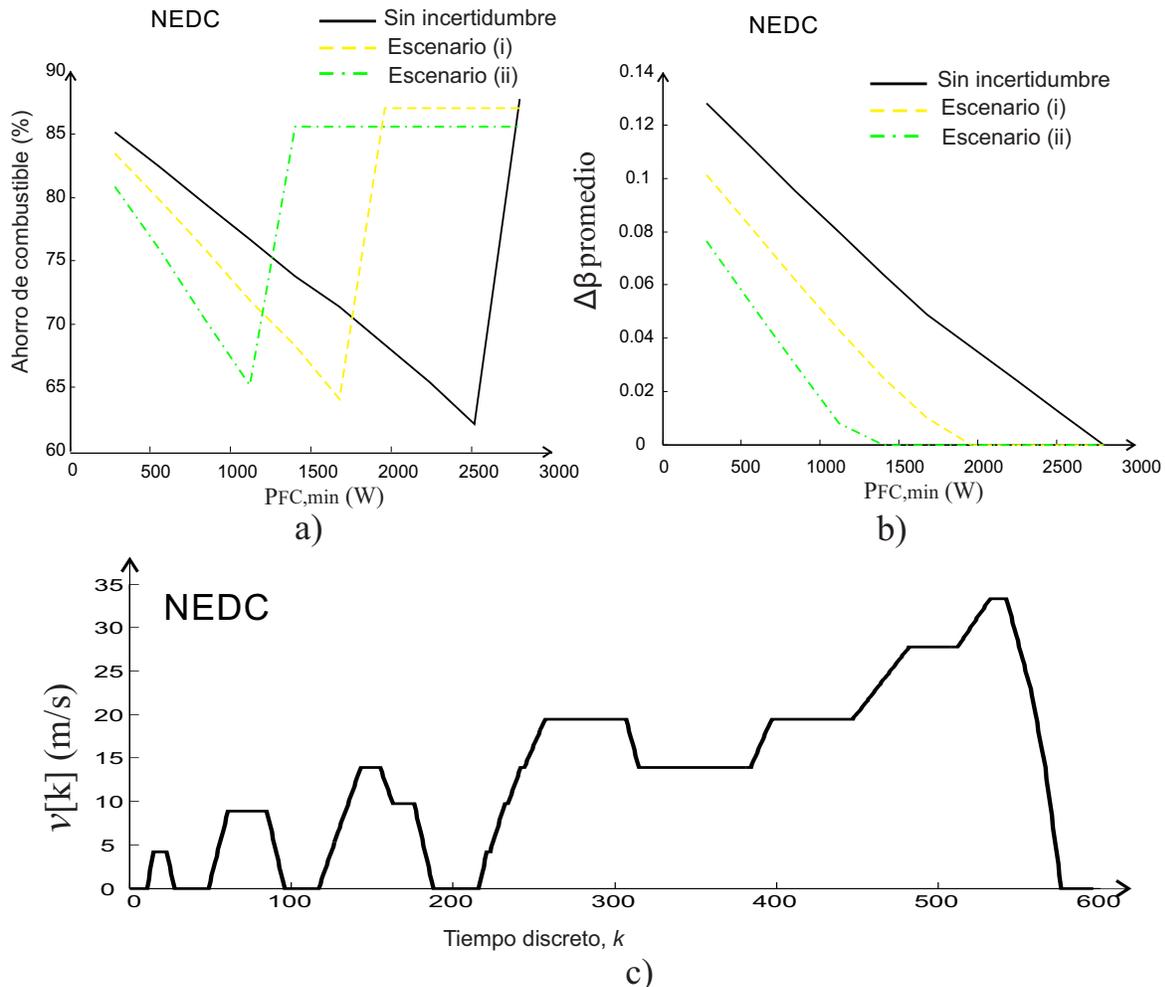


Figura 4.10: Ahorro de combustible y tamaño de la región factible como una función  $P_{FC,min}$  e incertidumbres acotadas para ciclo de manejo NEDC. a) Ahorro de combustible de NEDC como una función  $P_{FC,min}$  b) Tamaño promedio de la región factible, c) Ciclo de manejo NEDC

hecho de tener más grande la región factible y un diseño *ad hoc* del tren de potencia (Figura 4.10).

Resumiendo, se mostró el rol de la incertidumbre en una estrategia basada en optimización y se estableció que en presencia de la incertidumbre paramétrica acotada, las restricciones reales pueden satisfacerse. En las simulaciones se mostró que el ahorro de combustible para los casos de optimización y de reglas heurísticas pueden ser comparables para algunas condiciones iniciales del ESS. Sin embargo, la repartición obtenida mediante optimización es la única que garantiza la satisfacción de las restricciones de operación de la celda y la batería. Además, el diseño del sistema de propulsión tiene un papel crucial en la incidencia del uso de optimización ya que para algunos casos de diseño, el uso de optimización no es viable.

## 4.7. Autonomía del vehículo usando la EME

Para estimar la autonomía con los diferentes ciclos de manejo bajo la acción de la EME propuesta, así como para estimar este desempeño en relación a los escenarios extremos donde sólo se ocupa la celda de combustible o las baterías, se hicieron simulaciones con 20% de incertidumbre (el peor escenario posible) y un tren de potencia más grande que en las simulaciones presentadas en la secciones anteriores. Lo anterior debido a que el tren de potencia utilizada anteriormente fue delveradamente pequeño para ver fenomenos de carga y descarga de la batería en un sólo ciclo de manejo. En particular se uso el siguiente tren de potencia para estimar la autonomía:

- Una celda de 5kw con una  $P_{FC,min} = 560w$  y una  $P_{FC,max} = 5000$
- 8 baterías Ion Litio de 40 Ah conectadas en paralelo donde cada batería tiene una corriente máxima de 80 Amperes de descarga y carga.
- Con un tanque de hidrógeno de 0.523 kg.
- los convertidores y las fuentes tienen las mismas eficiencias anteriores.

Las simulaciones se llevaron a cabo para los diferentes tipos de manejo de la siguiente manera: Se repitió el ciclo de manejo hasta que se acabó el combustible y el nivel de carga de las baterías llegó a su mínimo permitido (*i.e.*  $SOC = 0.25$ ), luego se estimó la autonomía alcanzada. Esta autonomía se presenta en la siguiente tabla.

Cuadro 4.2: Autonomía del vehículo con  $SOC(0) = 1$  y  $\Delta m_{h_2}(0) = 0.523kg$

		UDDS	NEDC	City II	HWFET
Estrategia $0 \leq \beta \leq 1$	Autonomía(km)	103.8	120.2	97.1	137
Sólo baterías	Autonomía(km)	31.4	31.7	30	33
Sólo FC	Autonomía(km)	60.1	55.6	56	91.2

Como se puede ver en el cuadro anterior, la autonomía más baja es la del ciclo de manejo urbano City II, mientras que la autonomía más alta es del ciclo de manejo de carretera HWFET. Esto se explica por tres razones diferentes 1) el tren de potencia es diferente del de las secciones anteriores y por lo tanto los ahorros son diferentes; 2) la misma distancia recorrida por cada ciclo de manejo puede implicar diferentes perfiles de demanda y 3) la energía demandada por cada ciclo de manejo es diferente para misma distancia, tal como se muestra en el Cuadro 4.1. En el Cuadro 4.2 también se muestra la autonomía del vehículo, para el caso en que sólo se usan las baterías y FC; es posible ver como la estrategia de manejo de energía aumenta la autonomía del vehículo en todos los casos, dando evidencia de las ventajas del uso de la estrategia.

# Capítulo 5

## Conclusiones

### 5.1. Conclusiones de la tesis

A pesar de que se han hecho esfuerzos para proponer estrategias de manejo de energía en la literatura, aún no se había definido una estrategia de manejo de energía (EME) que tome en cuenta incertidumbres paramétricas. Este tesis trata de llenar este vacío. El objeto de estudio en este trabajo se ha centrado en un sistema híbrido de propulsión eléctrica con PEMFC (FCHEV), debido a que este tipo de vehículos está teniendo auge en el sector transporte.

Las contribuciones de esta tesis son las siguientes:

- Se establecieron condiciones suficientes para la elección de los parámetros del sistema nominal de manera que satisfagan las restricciones reales (inciertas).
- Se estudió la influencia de la incertidumbre paramétrica en una EME basada en optimización.
- Se ilustró el desempeño de la EME propuesta mediante simulaciones numéricas para un diseño de tren de potencia dado.
- Se analizó la influencia de las condiciones iniciales en el *SOC* de la batería y tamaño de incertidumbre en la EME propuesta.

En particular se ha propuesto una estrategia de manejo de energía robusta ante incertidumbres paramétricas. Donde a través de un control supervisorio se ha propuesto una EME usando optimización y reglas heurísticas para satisfacer la demanda de energía de la carga cuando es posible. Para el caso en que la estrategia de manejo de energía usa optimización, se ha mostrado que se puede satisfacer las restricciones del sistema real (incierto) al establecer las condiciones suficientes para la elección de los parámetros del sistema nominal.

Además la estabilidad del control supervisorio es garantizada por los siguientes hechos: *i)* no puede ocurrir chattering por la naturaleza de tiempo discreto del control, *ii)* los valores de  $\beta[k]$  están acotados inferior y superiormente, *iii)* la velocidad de cambio de  $\beta[k]$  está también acotada superior e inferiormente. *ii)* y *iii)* garantizan que las trayectorias descritas por el control supervisorio son positivamente invariantes en  $0 \leq \beta[k] \leq 1$ .

Finalmente se estudió la influencia del ahorro de combustible ante incertidumbres paramétricas donde se encontró lo siguiente:

- El comportamiento del ahorro de combustible es influenciado por:
  - La incertidumbre paramétrica
  - Condiciones iniciales del SOC del ESS
  - Diseño del sistema tracción (tamaño de batería y celda)
  - Ciclo de manejo
- El tamaño de la región factible (es decir donde hay repartición de energía mediante la optimización) es dependiente de la condiciones iniciales del SOC y diseño del tren de potencia.
- Respecto a la incertidumbre existe una cota máxima donde el proceso de optimización tiene sentido.
- Es necesario tomar en cuenta el ciclo de manejo al diseñar el sistema de tren de potencia ya que tiene incidencia sobre la optimización.

El rol de la incertidumbre en una estrategia de manejo de energía basada en optimización fue mostrada en los capítulos anteriores donde se estableció que en presencia de incertidumbres paramétricas acotadas, las restricciones pueden satisfacerse para el caso real. Además, se propuso un control supervisorio que usa optimización y reglas heurísticas para hacer frente a las limitaciones que surgen de manera natural en el problema de optimización con restricciones. La incidencia de la optimización se basa en el tamaño de la región factible. Por lo tanto, la robustez de una EME basada en optimización está ligada con un ahorro mínimo de combustible y además puede ser garantizado para el peor escenario de incertidumbre paramétrica.

Respecto a la autonomía de vehículo propuesto depende de 1) el tren de potencia 2) del ciclo de manejo ya que la misma distancia recorrida por cada ciclo puede implicar diferentes perfiles de demanda y 3) la energía demandada por cada ciclo de manejo ya que es diferente para la misma distancia. Se observó que la estrategia de manejo de energía propuesta aumenta la autonomía del vehículo dando evidencia de las ventajas del uso de la estrategia.

## 5.2. Trabajo futuro

Tomando en cuenta los resultados obtenidos en este trabajo, es posible extender estos resultados a los casos donde es requerido la predicción del comportamiento del conductor y del patrón de manejo; es decir, se puede extender los resultados de este trabajo hacia optimización dinámica. Además todavía hace falta estudiar la influencia del ahorro de combustible ante diferentes topologías del sistema de tracción de potencia.

Es importante mencionar que la estrategia de control propuesta en el Capítulo 3 se puede implementar de manera experimental donde se tienen otras fuentes de energía como pueden ser supercondensadores.

## 5.3. Publicaciones

De esta tesis resultaron los siguientes documentos:

### Artículos de Revista

- Morales-Morales Josefa; Cervantes Ilse; Cano-Castillo Ulises “On the Design of Robust Energy Management Strategies for FCHEV”, IEEE Transactions on Vehicular Technology. 2014.

### Artículos de Congreso

-Internacionales

- Ilse Cervantes, Josefa Morales-Morales, Angelica Mendoza-Torres and Irwin Allen Diaz-Diaz “Switched Control for Power Management in Hybrid Propulsion Schemes”. En Proc. of IEEE Int. Vehicle Power and Propulsion Conference. Dearborn, Michigan, USA. Del 6-9 de Septiembre del 2011, Pp. 1-6.

-Nacionales

- Cervantes Ilse, Morales-Morales J., Cano Ulises “Energy Management Strategies for Electric Vehicles under Uncertainties”. En el Congreso Nacional 2013 de la Asociación de México de Control Automático (AMCA) que se llevó a cabo del 16-18 de Octubre del 2013 en Ensenada, Baja California.

# Apéndice A

## A.1 Conjuntos convexos [34]

Sea  $\{x_1, \dots, x_m\}$  un conjunto finito de puntos de  $\mathbb{R}^d$  donde  $\mathbb{R}^d$  es el espacio Euclidiano. Un punto está definido como:

$$x = \sum_{i=1}^m \alpha_i x_i$$

donde  $\sum_{i=1}^m \alpha_i = 1$  con  $\alpha_i \geq 0$  para  $i = 1, \dots, m$  es llamado combinación convexa de  $x_1, \dots, x_m$ . Dado dos puntos distintos  $x, y \in \mathbb{R}^d$ , el conjunto de todas las combinaciones convexas de  $x$  y  $y$  es llamado intervalo con puntos finales de  $x$  y  $y$  y está definido como:

$$[x, y] = \{\alpha x + (1 - \alpha)y : 0 \leq \alpha \leq 1\}$$

$A$  es un subconjunto de  $\mathbb{R}^d$  ( $A \subset \mathbb{R}^d$ ) y es llamado convexo si y sólo si para 2 puntos está contenida en el intervalo que los conecta. Un conjunto vacío es convexo. Para  $A \subset \mathbb{R}^d$ , el conjunto de todas las combinaciones es llamado envoltura convexa de  $A$  y se denota como  $\text{conv}(A)$ . Se verá que la  $\text{conv}(A)$  es el conjunto más pequeño donde está contenido  $A$ . Algunos ejemplos interesantes se muestran en la siguiente figura:

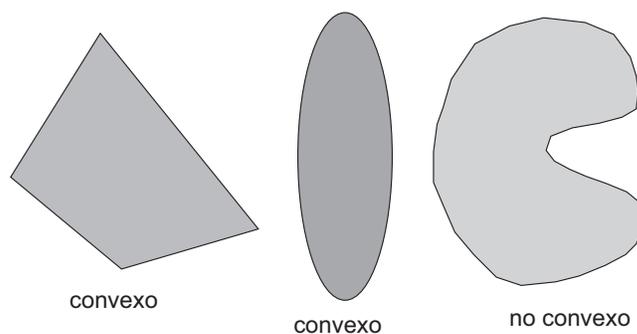


Figura 1: Dos conjuntos convexos y uno no convexo

### A.1.1 Funciones convexas [35]

Una función  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  es convexa si el  $\text{dom}$  de  $f$  es un conjunto convexo y si para todas

las  $x, y \in \text{dom}f$ , con  $0 \leq \theta \leq 1$ , se tiene que:

$$f(\theta x + (1 - \theta)y) \leq \theta f(x) + (1 - \theta)f(y) \quad (1)$$

Esta desigualdad geoméricamente representa una línea del segmento entre  $(x, f(x))$  y  $(y, f(y))$ , la cual es la cuerda de  $x$  para  $y$ . Una función es estrictamente convexa si la desigualdad se mantiene al cumplir la restricción 1, cualquier  $x \neq y$  y  $0 \leq \theta \leq 1$ . Se dice que  $f$  (ver Figura 2) es concava si  $-f$  es estrictamente convexa. Una función es convexa si y solo si es convexa cuando está restringida para alguna línea que intersecta su dominio.

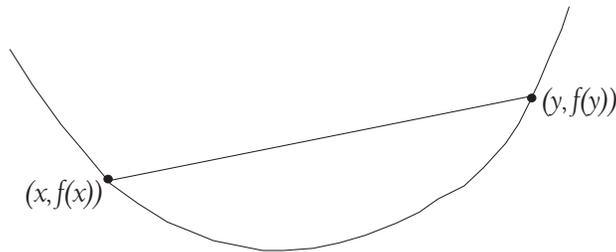


Figura 2: Gráfica de una función convexa, la cuerda (*i.e.*, segmento de línea) está entre dos puntos de la gráfica)

## A.2 Problema de optimización convexa [35]

El problema de optimización está expresado como sigue:

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} && f_0(x) && (2) \\ &\text{sujeto a} && f_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m \\ &&& h_i(x) = 0, i = 1, \dots, p \end{aligned}$$

La Ecuación 2 describe el problema de encontrar un  $x$  que minimice  $f_0(x)$  entre todas las  $x$  que satisfacen las condiciones  $f_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m$  y  $h_i(x) = 0, i = 1, \dots, p$ ; la variable de optimización  $x \in \mathbb{R}^n$  y la función objetivo (función de costo) está definida como:  $f_0(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ . Las desigualdades  $f_i(x) \leq 0$  son llamadas restricciones de desigualdad y las funciones de correspondencia  $f_i(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  son llamadas funciones restrictivas de desigualdad. Las ecuaciones  $h_i(x) = 0$  son restricciones de igualdad y las funciones  $h_i(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  son llamadas funciones restrictivas de igualdad. Si no hay restricciones de (*i.e.*,  $m = p = 0$ ) entonces se dice que el

problema 2 es no restringido. El conjunto de puntos donde todas las funciones de restricción está definido como sigue:

$$\mathcal{D} = \bigcap_{i=0}^m \text{dom} f_i \cap \bigcap_{i=1}^p \text{dom} h_i$$

donde  $\mathcal{D}$  es llamado dominio del problema de optimización de la Ecuación 2. A cada punto  $x \in \mathcal{D}$  es factible si satisface las restricciones  $f_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m$  y  $h_i(x) = 0, i = 1, \dots, p$ . El problema descrito por la Ecuación 2 se dice que es factible si existe por lo menos un punto factible y se dice no factible si no se cumple lo anterior. El conjunto de todos los puntos factibles es llamado conjunto factible o conjunto de restricciones que definen una región donde el problema de optimización tiene sentido.

El valor óptimo  $p^*$  del problema 2 se define como:

$$p^* = \inf \{f_0(x) | f_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m, h_i(x) = 0, i = 1, \dots, p\} \quad (3)$$

donde  $p^*$  toma valores de  $\pm\infty$ . Si el problema de optimización no es factible se dice que  $p^* = \infty$  (siguiendo la convención estándar que el ínfimo de un conjunto vacío es  $\infty$ ). Si existen puntos factibles  $x_k$  con  $f_0(x_k) \rightarrow -\infty$  cuando  $k \rightarrow \infty$ , entonces  $p^* = -\infty$ , y se dice que el problema de la ecuación 2 no está acotada por abajo.

## A.2.1 Puntos óptimos y localmente óptimos

se dice que  $x^*$  es un punto óptimo o resuelve el problema de la Ecuación 2, si  $x^*$  es factible y  $f(x^*) = p^*$ . El conjunto de todos los puntos óptimos está denotado como sigue:

$$X_{opt} = \{x | f_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m, h_i(x) = 0, i = 1, \dots, p, f_0(x) = p^*\} \quad (4)$$

Si existe un punto óptimo para que resuelva el problema de la Ecuación 2, se dice que valor óptimo es logrado o alcanzado y que el problema tiene solución. Si  $X_{opt}$  es vacío, se dice que el valor óptimo no es logrado o alcanzado (esto siempre ocurre cuando el problema no esta acotado por abajo). Un punto factible  $x$  con  $f_0(x) \leq p^* + \varepsilon$  (donde  $\varepsilon > 0$ ) es llamado punto sub-óptimo  $-\varepsilon$  y el conjunto de todos los puntos de sub-óptimos- $\varepsilon$  es llamado conjunto sub-óptimos- $\varepsilon$  para del problema descrito por la Ecuación 2.

Se dice que un punto sub-óptimo  $x$  es localmente óptimo si existe un  $\mathbb{R} > 0$  tal que:

$$f_0(x) = \inf \{f_0(z) | f_i(z) \leq 0, i = 1, \dots, m, h_i(z) = 0, i = 1, \dots, p, \|z - x\|_2 \leq \mathbb{R}\} \quad (5)$$

En otras palabras  $x$  resuelve el problema de optimización al plantearlo como sigue:

$$\text{minimizar } f_0(z) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{sujeto a } f_i(z) &\leq 0, i = 1, \dots, m \\ h_i(z) &= 0, i = 1, \dots, p \\ \|z - x\|_2 &\leq \mathbb{R} \end{aligned}$$

con la variable  $z$ . En términos generales, esto significa  $x$  minimiza  $f_0$  sobre puntos cercanos en el conjunto factible. El término *óptimo global* se utiliza a veces para distinguir el *óptimo* y para distinguir entre *localmente óptimo* y *óptimo*.

Si  $x$  es factible y  $f_i(x) = 0$  se dice que la restricción  $i$ -ésima  $f_i(x) \leq 0$  está activa en  $x$ . Si  $f_i(x) < 0$  se dice que la restricción  $f_i(x) \leq 0$  está inactiva.

# Bibliografía

- [1] C. Zhang and A. Vahidi, “Route preview in energy management of plug-in hybrid vehicles,” *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, vol. 20, no. 2, pp. 546–553, 2012.
- [2] L. Guzzella and S. Antonio, *Vehicle Propulsion System: Introduction to Modeling and Optimization*. Berlin Heidelberg, New York, USA: Springer, 2007.
- [3] J. Larminie and A. Dicks, *Fuel Cell Systems Explained*. England: John Wiley & Sons Ltd, 2003.
- [4] P. Thounthong, V. Chunkag, P. Sethakul, B. Davat, and M. Hinaje, “Comparative study of fuel-cell vehicle hybridization with battery or supercapacitor storage device,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 58, no. 8, pp. 3892–3904, 2009.
- [5] A. R. Garcia-Cuevas, “Diseño y modelado matemático de una microcelda de combustible líquido,” Master’s thesis, Instituto Potosino de Investigación Científica Y Tecnológica, A.C., 2012.
- [6] X. Zhang, C. Chunting-Mi, A. Masrur, and D. Daniszewski, “Wavelet-transform-based power management of hybrid vehicles with multiple on-board energy sources including fuel cell, battery and ultracapacitor,” *Journal of Power Sources*, vol. 185, no. 2, pp. 1533 – 1543, 2008.
- [7] A. Ravey, N. Watrin, B. Blunier, D. Bouquain, and A. Miraoui, “Energy-source-sizing methodology for hybrid fuel cell vehicles based on statistical description of driving cycles,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 60, no. 9, pp. 4164–4174, 2011.
- [8] M. Kim, Y.-J. Sohn, W.-Y. Lee, and C.-S. Kim, “A wavelet-fuzzy logic based energy management strategy for a fuel cell/battery/ultra-capacitor hybrid vehicular power system,” *Journal of Power Sources*, vol. 178, no. 2, pp. 706 – 710, 2008.
- [9] O. Erdinc, B. Vural, and M. Uzunoglu, “A wavelet-fuzzy logic based energy management strategy for a fuel cell/battery/ultra-capacitor hybrid vehicular power system,” *Journal of Power Sources*, vol. 190, pp. 369–380, 2009.
- [10] C.-Y. Li and G.-P. Liu, “Optimal fuzzy power control and management of fuel cell/battery hybrid vehicles,” *Journal of Power Sources*, vol. 192, no. 2, pp. 525–533, 2009.

- [11] P. Thounthong, S. Raël, and B. Davat, “Energy management of fuel cell/battery/supercapacitor hybrid power source for vehicle applications,” *Journal of Power Sources*, vol. 193, no. 1, pp. 376–385, 2009.
- [12] M. Kim, Y.-J. Sohn, W.-Y. Lee, and C.-S. Kim, “Fuzzy control based engine sizing optimization for a fuel cell/battery hybrid mini-bus,” *Journal of Power Sources*, vol. 178, no. 2, pp. 706 – 710, 2008.
- [13] W. Jiang and B. Fahimi, “Active current sharing and source management in fuel cell-battery hybrid power system,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 57, no. 2, pp. 752–761, 2010.
- [14] M.-J. Kim and H. Peng, “Power management and design optimization of fuel cell/battery hybrid vehicles,” *Journal of Power Sources*, vol. 165, no. 2, pp. 819–832, 2007.
- [15] L. Xu, J. Li, J. Hua, X. Li, and M. Ouyang, “Adaptive supervisory control strategy of a fuel cell/battery-powered city bus,” *Journal of Power Sources*, vol. 194, no. 1, pp. 360–368, 2009.
- [16] L. Xu, J. Li, J. Hua, X. Li, and M. Ouyang, “Optimal vehicle control strategy of a fuel cell/battery hybrid city bus,” *International Journal of Hydrogen Energy*, vol. 34, no. 17, pp. 7323–7333, 2009.
- [17] D. Feroldi, M. Serra, and J. Riera, “Energy management strategies based on efficiency map for fuel cell hybrid vehicles,” *Journal of Power Sources*, vol. 190, no. 2, pp. 387–401, 2009.
- [18] Y. Haitao, Z. Yulan, S. Zechang, and W. Gang, “Model-based power control strategy development of a fuel cell hybrid vehicle,” *Journal of Power Sources*, vol. 180, no. 2, pp. 821–829, 2008.
- [19] A. Arce, A. J. del Real, and C. Bordons, “{MPC} for battery/fuel cell hybrid vehicles including fuel cell dynamics and battery performance improvement,” *Journal of Process Control*, vol. 19, no. 8, pp. 1289 – 1304, 2009.
- [20] B. Geng, J. Mills, and D. Sun, “Two-stage energy management control of fuel cell plug-in hybrid electric vehicles considering fuel cell longevity,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 61, no. 2, pp. 498–508, 2012.
- [21] E. Tazellar, B. Veenhuizen, P. van den Bosch, and M. Grimminck, “Analytical solution of the energy management for fuel cell hybrid propulsion systems,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 61, no. 5, pp. 1986–1998, 2012.
- [22] A. Ravey, B. Blunier, and A. Miraoui, “Control strategies for fuel-cell-based hybrid electric vehicles: From offline to online and experimental results,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 61, no. 6, pp. 2452– 2457, 2012.

- [23] Z. Qi, *Proton Exchange Membrane Fuel Cells. Electrochemical Energy Storage and Conversion*. CRC Press, 2013.
- [24] J. T. Pukrushpan, A. Stefanopoulou, and H. Peng, *Control of Fuel Cell Power Systems: Principles, Modeling, Analysis and Feedback Design*. Springer, 2005.
- [25] M. Einhorn, F. Conte, C. Kral, and J. Fleig, “Comparison, selection, and parameterization of electrical battery models for automotive applications,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 28, no. 3, pp. 1429–1437, 2013.
- [26] S. Moura, J. Stein, and H. Fathy, “Battery-health conscious power management in plug-in hybrid electric vehicles via electrochemical modeling and stochastic control,” *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, vol. 21, no. 3, pp. 679–694, 2013.
- [27] Valence U-Charge XP Battery Modules Datasheet. August 2012 ([www.valence.com](http://www.valence.com)).
- [28] J. M. Correa-Sanchez, “Modelo y simulación dinámica de vehículos de competición,” Master’s thesis, Universidad Politecnica de Valencia, 2010.
- [29] M. Ehsani, Y. Gao, and A. Emadi, *Modern Electric, Hybrid, and Fuel Cells Vehicles: Fundamentals, theory, and desing*. CRC Press, 2010.
- [30] D. W. Hart, *Electrónica de Potencia*. Madrid: Prentice Hall, 2001.
- [31] M. Hanson, “On sufficiency of the kuhn-tucker conditions,” *Journal of Mat. Anal. Appl*, vol. 80, pp. 545–550, 1981.
- [32] H. Jensen, E. Schaltz, P. Koustrup, S. Andreasen, and S. Kaer, “Evaluation of fuel-cell range extender impact on hybrid electrical vehicle performance,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 62, no. 1, pp. 50–60, 2013.
- [33] J. Bernard, S. Delprat, F. Buchi, and T. Guerra, “Fuelcell hybrid powertrain: Toward minimization of hydrogen consumption,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 58, no. 7, pp. 3168–3176, 2009.
- [34] A. Barvinok, *A Course in Convexity*. USA: American Mathematical Society, 2002.
- [35] S. Boyd and L. Vandenbergue, *Convex Optimization*. New York, USA: Cambrige, 2004.