INSTITUTO POTOSINO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA A.C.

POSGRADO EN CIENCIAS APLICADAS

MODELADO DE UN CONVERTIDOR CUADRÁTICO ELEVADOR CONSIDERANDO EL EFECTO DEL ESR DE LOS CAPACITORES

TESIS QUE PRESENTA:

I. M. E. JUAN MANUEL GARCIA IBARRA

PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN CIENCIAS APLICADAS

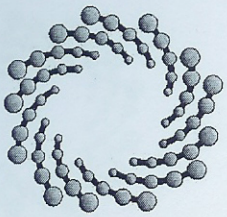
EN LA OPCIÓN DE:

CONTROL Y SISTEMAS DINÁMICOS

DIRECTOR DE TESIS:

DR. JESÚS LEYVA RAMOS

SAN LUIS POTOSÍ, S.L.P. **JUNIO DEL 2008**



INSTITUTO POTOSINO
DE INVESTIGACIÓN
CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA, A.C.

IPICYT

Constancia de aprobación de la tesis

La tesis **Modelado de un Convertidor Cuadrático Elevador Considerando el Efecto del ESR de los Capacitores** presentada para obtener el Grado de Maestro en Ciencias Aplicadas en la Opción de Control y Sistemas Dinámicos fue elaborada por el Ing. Juan Manuel García Ibarra y aprobada en Junio de 2008 por los suscritos, designados por el Colegio de Profesores de la División de Matemáticas Aplicadas del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica.

Dr. Jesús Leyva Ramos
(Director de tesis)

Dra. Ilse Cervantes Camacho
(Sinodal)

Dr. Alejandro Ricardo Femat Flores
(Sinodal)

Dr. Jorge Alberto Morales Saldaña
(Sinodal)

Esta tesis fue elaborada en el Laboratorio de Electrónica de Potencia y Sistemas de Control de la División de Matemáticas Aplicadas del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C. bajo la dirección del Dr. Jesús Leyva Ramos.

Durante la realización del trabajo el autor recibió una beca académica del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT - 202455) y del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica A.C.

IPICYT

Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C.

Acta de Examen de Grado

El Secretario Académico del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C., certifica que en el Acta 016 del Libro Primero de Actas de Exámenes de Grado del Programa de Maestría en Ciencias Aplicadas en la opción de Control y Sistemas Dinámicos está asentado lo siguiente:

En la ciudad de San Luis Potosí a los 18 días del mes de junio del año 2008, se reunió a las 13:20 horas en las instalaciones del Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, A.C., el Jurado integrado por:

Dra. Ilse Cervantes Camacho	**Presidenta**	**IPICYT**
Dr. Jesús Leyva Ramos	**Secretario**	**IPICYT**
Dr. Jorge Alberto Morales Saldaña	**Sinodal externo**	**UASLP**

a fin de efectuar el examen, que para obtener el Grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS APLICADAS
EN LA OPCIÓN DE CONTROL Y SISTEMAS DINÁMICOS

sustentó el C.

Juan Manuel García Ibarra

sobre la Tesis intitulada:

Modelado de un Convertidor Cuadrático Elevador Considerando el Efecto del ESR de los Capacitores

que se desarrolló bajo la dirección de

Dr. Jesús Leyva Ramos

El Jurado, después de deliberar, determinó

APROBARLO

Dándose por terminado el acto a las 14:40 horas, procediendo a la firma del Acta los integrantes del Jurado. Dando fé el Secretario Académico del Instituto.

A petición del interesado y para los fines que al mismo convengan, se extiende el presente documento en la ciudad de San Luis Potosí, S.L.P., México, a los 18 días del mes de junio de 2008.

Dr. Marcial Bonilla Marín
Secretario Académico

L.C.C. Ivonne Lizette Cuevas Velez
Jefa del Departamento de Asuntos Escolares

INSTITUTO POTOSINO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA, A.C.
IPICYT
SECRETARIA ACADEMICA

A mi madre, padre y hermanas por su apoyo incondicional.

AGRADECIMIENTOS

A Dios por permitirme alcanzar esta meta.

A mi familia por su apoyo incondicional.

Al Dr. Jesús Leyva Ramos, por aceptar ser mi director de tesis, por su conocimiento y apoyo brindado.

Al Dr. Alejandro Ricardo Femat Flores, Dr. Jesús Leyva Ramos, Dra. Ilse Cervantes Camacho y Dr. Jorge Morales Saldaña, por participar y evaluar mi trabajo de tesis, por sus recomendaciones y sugerencias para mejorar este trabajo.

A CONACYT por la beca de maestría otorgada.

Al M. en C. Luis Humberto Diaz Saldierna, encargado del laboratorio de Electrónica de Potencia, por su experiencia brindada en la obtención de resultados experimentales y a la Dra. Ma. Guadalupe Ortiz y el Dr. E. Enrique Carbajal G. por los conocimientos y experiencia compartidos.

A los profesores investigadores de las clases de Maestría, Dr. Jesús Leyva Ramos, Dr. Ricardo Femat Flores, Dr. David Lizárraga, Dra. Ilse Cervantes, Dr. Gerardo Escobar, Dr. Daniel Melchor, Dr. Hugo Cabrera, Dr. Arturo Zavala, Dra. Elisabeth Huber – Sanwald y al Dr. Fernando Jaime Rodríguez Macías por los conocimientos brindados.

A mis amigos Felipe, José, Josué, Pedro, Jorge, Sosa, Bety, Gris, Aurora, Perla, César, Chen, Nayeli, Daniela, Andrés, Ruby Angélica, Claudia, Frank, Olga, Jaime, Misael, Tello, Ray, Gerson, Víctor Mata, Clara, Margarita.

Glosario de símbolos y acrónimos

u	Ciclo de trabajo del convertidor conmutado
CA	Corriente alterna
CD	Corriente directa
CD-CD	Conversión de corriente directa a corriente directa
LVK	Ley de voltajes de Kirchhoff
LCK	Ley de corrientes de Kirchhoff
MCC	Modo de conducción continua
$\prod$	Producto
ΔI_{L_i}	Rizo en la corriente del i-ésimo inductor
ΔV_{C_i}	Rizo en el voltaje del i-ésimo capacitor
MOSFET	Transistor de efecto de campo con tecnología MOS
ESR	Resistencia equivalente serie (por sus siglas en inglés)

Resumen

Nuevos desarrollos tecnológicos requieren de fuentes de poder con relaciones de conversión más amplias para la elevación de voltajes. Este requerimiento puede ser resultado de una variación muy amplia en el voltaje de suministro. Un convertidor conmutado CD-CD cuadrático elevador provee una relación de conversión más alta que el convertidor convencional.

Un paso importante en el proceso de diseño de un controlador para un sistema es obtener el modelo correcto. El modelo incorrecto puede afectar adversamente el desempeño de un regulador conmutado, cuando esté operando el controlador, inclusive hasta el punto de causar inestabilidad. Los modelos existentes no consideran los efectos parásitos de los elementos pasivos, *i. e.* capacitores e inductores; sin embargo, estos parásitos son inherentes en estos elementos y su valor depende de los materiales usados para su construcción. En esta tesis se obtienen, para el convertidor cuadrático elevador con un sólo interruptor activo, los modelos: lineal conmutado, no lineal promediado y lineal promediado. Los modelos obtenidos consideran la resistencia equivalente en serie de los capacitores (ESR por sus siglas en inglés) y desprecian la resistencia equivalente en serie de los inductores. Lo anterior se debe a que la ESR de los capacitores tiene un mayor efecto.

Se muestra que la ESR de los capacitores tiene un gran efecto en las características dinámicas produciendo un amortiguamiento parcial en el primer pico de resonancia y un amortiguamiento casi total en el segundo pico de resonancia. Por otra parte, en las funciones de transferencia correspondientes existe un cambio en el número de ceros en el lado derecho del plano-s ya que algunos se localizan realmente en el lado izquierdo del plano-s, lo anterior resulta importante ya que puede facilitar el diseño de los controladores respectivos. Los resultados teóricos obtenidos son verificados con resultados experimentales usando un analizador de respuesta en frecuencia sobre un convertidor prototipo construido en el Laboratorio de Electrónica de Potencia y Sistemas de Control.

Abstract

New technological developments require power supplies with wide DC conversion ratios to produce step-up voltages. This requirement may result from a wide variation of the input voltage. A switch-mode DC-DC quadratic boost converter with a single switch provides a wider DC conversion ratio than the conventional converter.

An important step in the controller design for a system is to use the right model. Using the incorrect model can adversely affect the operation of the switching regulator, when the controller is installed, even to the point of causing instability. The available models in the technical literature do not consider the parasitic effects of the passive elements, i.e. capacitor and inductors; however, the parasitics are present and they are inherent to these elements and their values depend on the materials used in their construction. In this thesis, switched linear, linear averaged and nonlinear averaged models are derived for a quadratic boost converter. In these models, the equivalent series resistance (ESR) of the capacitors is included; however, the ESR of the inductors is neglected because they do not affect very much the dynamic behavior.

The ESR of the capacitors produces some damping to the first resonant peak of the corresponding transfer functions and the second resonant peak is completely damped. On the other hand, in some of the transfer functions exist a change in the number right-hand zeros of the s-plane as some of them changes to the left-hand side. The above results are important because the procedure for controller design can be simplified. A quadratic boost converter was built in the Laboratory of Power Electronics & Control Systems where theoretical results are compared with experimental results using a frequency response analyzer.

Indice

Constancia de aprobación de la tesis ii

Créditos institucionales iii

Dedicatorias iv

Agradecimientos v

Glosario vi

Resumen vii

Abstract viii

CAPÍTULO 1

Introducción ……. 1

1.1 EL CONVERTIDOR CD-CD CONMUTADO……... 1

1.2 EL CONVERTIDOR ELEVADOR CONMUTADO CD-CD……. 4

1.3 PROPUESTA DEL PRESENTE TRABAJO……. 8

CAPÍTULO 2

Operación del convertidor cuadrático elevador……. 10

2.1 PARÁSITOS DE LOS ELEMENTOS ELECTRICOS……..... 10

2.1.1 Elementos parásitos de los inductores……. 10

2.1.2 Elementos parásitos de los capacitores……..... 11

2.2 OPERACIÓN DEL CONVERTIDOR EN MODO DE CONDUCCIÓN CONTINUA……..... 13

2.3 VALORES EN ESTADO ESTABLE……. 16

2.4 RESULTADOS EXPERIMENTALES……. 18

CAPÍTULO 3

Descripción de la dinámica del convertidor……. 22

3.1 MODELADO EN ESPACIO DE ESTADOS CONMUTADO……. 22

3.1.1 Modelo conmutado del convertidor cuadrático elevador……..... 23

3.2 MODELADO PROMEDIO DE CONVERTIDORES……. 25

3.2.1 Modelo promedio del convertidor cuadrático elevador……. 27

3.3 MODELOS LINEALES PARA CONVERTIDORES……. 28

3.3.1 Modelo lineal del convertidor cuadrático elevador…….. 29

3.4 FUNCIONES DE TRANSFERENCIA……. 31

3.4.1 Convertidor cuadrático elevador sin elementos parásitos……. 33

3.4.2 Funciones de transferencia del convertidor prototipo……. 36

CAPÍTULO 4
Validación experimental del modelo……..... 42
4.1 DESCRIPCION DEL ANALIZADOR DE RESPUESTA EN FRECUENCIA……..... 42
4.2 USO DEL ANALIZADOR DE RESPUESTA EN FRECUENCIA…….. 44
4.3 RESULTADOS EXPERIMENTALES DEL CONVERTIDOR PROTOTIPO……... 48
4.4 DISCUSION DE RESULTADOS EXPERIMENTALES…… 50

CAPÍTULO 5
Conclusiones…… 53
5.1 CONCLUSIONES…… 53
5.2 TRABAJO A FUTURO…… 55

BIBLIOGRAFÍA…… 56

Capítulo 1
Introducción

La electrónica de potencia tiene como objetivo principal el estudio de circuitos electrónicos orientados al control del flujo de energía eléctrica. Los flujos de energía manejados por estos circuitos, corresponden a niveles mucho más altos a los manejados por un dispositivo individual [1].

El convertidor es un elemento importante de los sistemas electrónicos de potencia. Un convertidor es un módulo básico que utiliza dispositivos semiconductores de potencia, en algunos casos controlados por señales externas, y puede incluir además elementos que almacenan energía tales como inductores y capacitores [2]. Los convertidores se dividen en las siguientes categorías: a) convertidores de CA a CD (rectificadores), b) convertidores de CD a CA (inversores), c) convertidores de CD a CD (convertidores conmutados, convertidores con aislamiento, convertidores resonantes), y d) convertidores de CA a CA.

1.1 El CONVERTIDOR CD-CD CONMUTADO

Una de las razones principales por la cual la electricidad de corriente alterna (CA) fue aceptada en los sistemas de potencia eléctrica moderna es la capacidad de variación de los niveles de voltaje manejados en un circuito, mediante el uso de un transformador. La incapacidad de variar convenientemente dichos niveles de voltaje es una de las principales desventajas de los sistemas de corriente directa (CD) propuesto por Edison.

El término transformador comúnmente es utilizado para referirse a un dispositivo magnético, él que debido a su principio de operación, está restringido

a manejar exclusivamente señales de CA. De manera general puede utilizarse para realizar una conversión entre niveles de voltaje de entrada y voltaje de salida en una red de dos puertos. En electrónica de potencia, un convertidor conmutado CD-CD puede ser visto como un transformador de CD ya que transfiere energía entre dos circuitos operados en diferentes niveles de voltaje y corriente [1]. El esquema general de este tipo de convertidor se muestra en la Figura 1.1

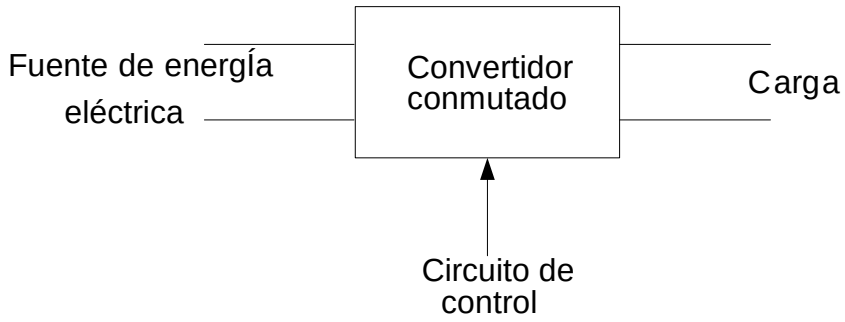


Figura. 1.1. Esquema de un convertidor conmutado.

Como puede observarse en la Figura 1.1, la función del convertidor conmutado es controlar el flujo de energía entre una fuente eléctrica y una carga dada. El convertidor debe manipular el flujo de energía, pero no debe consumirla, ya que la energía utilizada en el convertidor es una pérdida para el sistema. Por lo tanto, para que sea útil un convertidor, debe tener una eficiencia alta, siendo este su primer objetivo de diseño. Un segundo objetivo, no menos importante, es la confiabilidad del convertidor. Un convertidor es confiable cuando no presenta fallas en aplicaciones a lo largo del tiempo [1].

El circuito de control es determinante para el buen funcionamiento de un convertidor conmutado. Mediante este circuito se toma información de la fuente, del circuito del convertidor y de la carga para decidir como y en que tiempo debe operar el interruptor activo para obtener el rango de conversión deseado.

La operación de los convertidores conmutados se basa en la conmutación del interruptor del estado encendido al estado apagado y viceversa, permitiendo la carga de un capacitor y aprovechando el efecto del inductor de oponerse al cambio rápido de la corriente, lo cual permite manipular el voltaje de salida en función del ciclo de trabajo de la señal de conmutación.

Las configuraciones básicas de los convertidores conmutados son: a) convertidor reductor, b) convertidor elevador y c) convertidor reductor-elevador. Estos circuitos son muestrados en la Figura 1.2. Algunas variantes pueden obtenerse a partir de estas configuraciones; por ejemplo, el convertidor elevador-reductor o Cûk y el SEPIC [3].

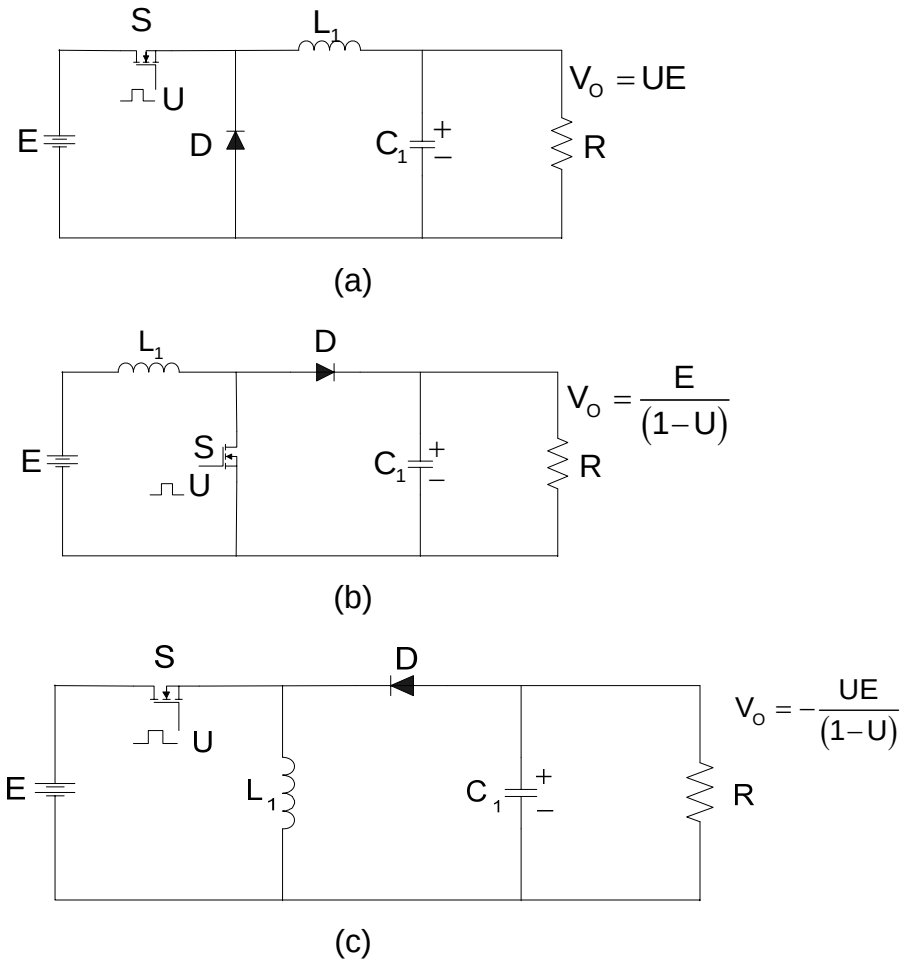


Figura 1.2 Configuraciones básicas de convertidores CD-CD: (a) Reductor, (b) Elevador, y (c) Reductor-elevador.

Las tres configuraciones básicas antes mencionadas utilizan un interruptor activo S (MOSFET), un interruptor pasivo D (diodo de conmutación rápida), y un arreglo de inductor L y capacitor C. La carga a la cual alimenta el convertidor se modela por medio de una resistencia R. El interruptor S está conmutando mediante una señal cuadrada con frecuencia definida en base al ciclo de trabajo U. La alimentación principal proviene de la fuente E y la salida de voltaje es representado como V_O.

El ciclo de trabajo U de la señal de conmutación se define como la proporción de tiempo en estado encendido en un periodo de conmutación completo, donde $0 < U < 1$. Una ventaja importante es que al aumentar la frecuencia de conmutación es posible diseñar un regulador con elementos más pequeños y de menor costo; sin embargo, es necesario considerar los efectos limitantes como la resistencia equivalente en serie (ESR por sus siglas en inglés) del capacitor en la carga, presentada en alta frecuencia y la amplificación de armónicos no deseables.

1.2 EL CONVERTIDOR ELEVADOR CONMUTADO CD-CD

Como su nombre lo indica, en este convertidor, el voltaje de salida es mayor al voltaje de entrada. Los convertidores elevadores se utilizan ampliamente en motores de tracción de automóviles eléctricos, tranvías eléctricos, grúas marinas, montacargas y elevadores de minas, también tienen amplia aplicación en sistemas de video, discos duros de computadoras y equipos de comunicación. El uso de un convertidor elevador CD-CD, también se ha propuesto para elevar el voltaje en un módulo de celdas fotovoltaicas [4], como se muestra en la figura 1.3.

Las aplicaciones antes mencionadas han evolucionado en los últimos años, surgiendo requerimientos de reguladores CD-CD con relaciones de conversión más amplías para la elevación de los voltajes. Tal es el caso de los equipos de comunicación portátil, que han incrementado el nivel de voltaje demandado a la

batería (Niquel-Cadmio, Litio), que produce normalmente 1.2 V o 2.4 V, a niveles de voltaje de 12 V o más, al incluir correo electrónico, GPS, comunicación de dos vías, entre otros, presentando un interesante desafío [5]. Igualmente los arreglos serie-paralelo de celdas de voltaje producido por fuentes alternativas de generación eléctrica tales como las de tipo fotovoltaica o de combustible [6, 7], que forman un módulo en el que se debe garantizar por medio de un convertidor que cada elemento provea el mismo valor de voltaje de salida.

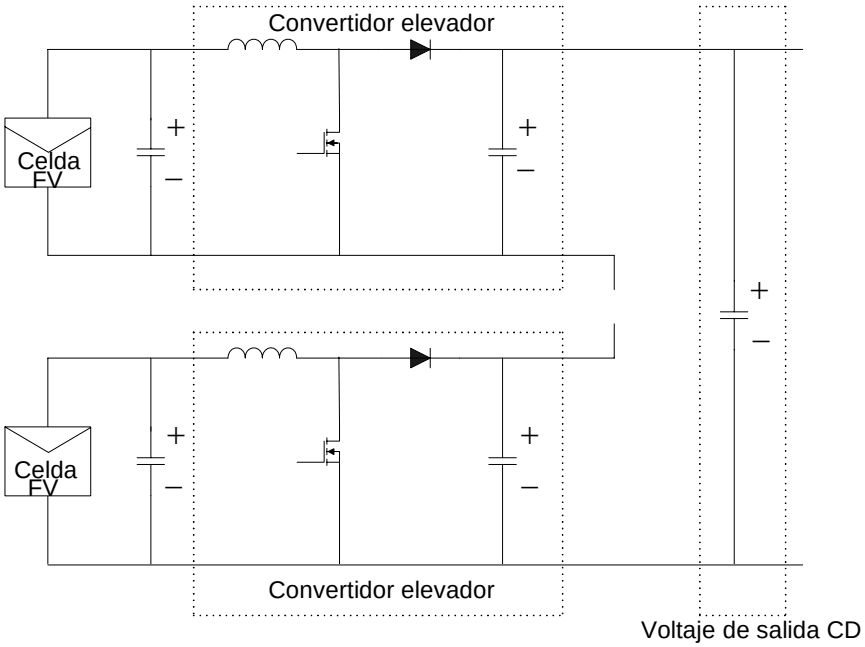


Figura 1.3. Módulo de celdas fotovoltaicas y convertidores elevadores

Debido a que es más conveniente convertir energía de una sola fuente que tratar de distribuir energía proveniente de varios suministros diferentes se han propuesto diferentes enfoques para solucionar el problema.

Un primer enfoque para resolver este problema sugiere el uso de un convertidor conmutado elevador básico operando con un ciclo de trabajo extremadamente alto. En teoría, un amplio rango de conversión puede obtenerse ajustando la señal de control del modulador del convertidor, pero en la

práctica los rangos mínimos y máximos de ciclo de trabajo que un convertidor convencional pueden alcanzar están limitados por las características de operación de los elementos de conmutación. Por esta razón, los tiempos de encendido y apagado del elemento activo de conmutación juegan una papel muy importante en el ciclo de trabajo y consecuentemente en la relación de conversión. Cuando el ciclo de trabajo es muy cercano a 0 o a 1, existe un gran deterioro en las señales del voltaje de salida y corriente del inductor; y por consecuencia, en la señal de control.

Otra solución propone el uso de transformadores dentro de la configuración elevadora del convertidor [3]. En este caso, se producen grandes picos de elevación en el voltaje aplicado a los elementos de conmutación, los cuales se ven sometidos a grandes esfuerzos, con el consecuente daño a los mismos. Igualmente estas estructuras emplean circuitos de control bastante complicados.

Una configuración que proporciona un amplio rango de conversión, sin usar un transformador, es aquella formada a partir de n-convertidores convencionales conectados en cascada [8]. En la figura 1.4 se presenta el circuito de un convertidor elevador en cascada de dos etapas, es decir, cada una de sus etapas se encuentra conectada entre sí y adicionalmente el ciclo de trabajo de cada una de las etapas es el mismo. La relación de conversión de voltaje está dada por $V_O = E/(1-U_1)(1-U_2)$.

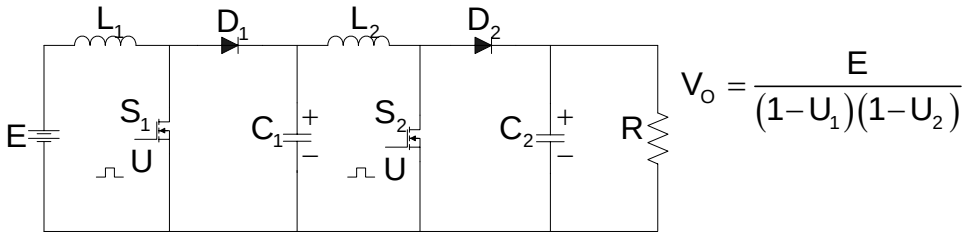


Figura 1.4. Convertidor elevador en cascada de 2 etapas.

Como puede observarse esta configuración tiene dos interruptores activos, la cual presenta dos desventajas. La primera es que al existir dos interruptores

activos se incrementan las pérdidas debidas a los elementos activos de conmutación y se afecta la eficiencia del convertidor. La segunda, es que al existir dos interruptores activos, se hace más complejo el circuito de control requerido.

Una alternativa atractiva es una configuración en la que se utiliza un sólo interruptor activo [9, 10], de manera que las pérdidas producidas en los elementos activos de conmutación se ven considerablemente reducidas; y además, el diseño del controlador se simplifica. La relación de conversión de voltaje está dada por $V_O = E/(1-U)^2$ y el circuito del convertidor se presenta en la Figura 1.5.

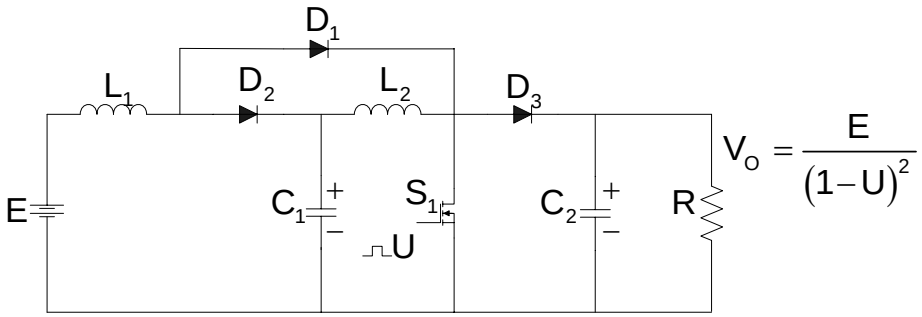


Figura 1.5. Convertidor cuadrático elevador con un sólo interruptor activo.

Como puede observarse en la Figura 1.5, la etapa de salida es un convertidor elevador convencional. La etapa de entrada está compuesta por un inductor, un capacitor y un diodo, que utilizan como interruptor activo un arreglo formado por el diodo y el interruptor activo de la etapa final, con lo que se consigue que ambos convertidores queden conectados en cascada. En este convertidor se utilizan por lo tanto dos inductores (L_1 y L_2), dos capacitores (C_1 y C_2), y tres diodos (D_1, D_2 y D_3).

Para la configuración antes mostrada, a la fecha, se ha realizado tanto el análisis de corriente directa como el de condiciones de continuidad [9, 10]. Se ha obtenido el modelo promedio de dicha configuración por medio de la técnica

de promediado del interruptor PWM y, con base en este modelo, se ha obtenido igualmente una representación de tipo lineal [11]. Así mismo, con base en esta configuración se han construido controladores en modo-corriente promedio con buenos resultados [12, 13].

1.3 PROPUESTA DEL PRESENTE TRABAJO.

El convertidor cuadrático elevador con un sólo interruptor activo presenta características tanto físicas como desde el punto de vista de control que lo hacen una configuración atractiva para la implantación de reguladores conmutados. Por esta razón es importante ampliar el conocimiento de su comportamiento dinámico real.

Hasta la fecha, la configuración del convertidor se ha analizado suponiendo que no existen elementos parásitos dentro del circuito, lo cual no sucede en la realidad. En el trabajo presentado en [14] se desarrollaron modelos para un convertidor elevador en cascada de n etapas, en este trabajo se consideró el efecto de la resistencia equivalente serie del capacitor ni se obtuvieron resultados experimentales que validaran esos modelos. Se analiza el efecto de la resistencia serie equivalente del capacitor (ESR) [1, 2], la cual provoca una caída de voltaje conocida como pérdida por ESR y está relacionada directamente con la falla de los convertidores conmutados [15, 16]. Esta resistencia se incrementa conforme pasan las horas de trabajo del capacitor.

El objetivo del presente trabajo es la obtención de modelos del convertidor cuadrático elevador con un sólo interruptor activo que describan el comportamiento dinámico mostrado por los resultados experimentales.

La organización de este documento es la siguiente. En el Capítulo 2, se presenta el circuito del convertidor cuadrático elevador con un sólo interruptor activo incluyendo el elemento parásito antes indicado. Se estudia las relaciones en CD para el voltaje de salida, las corrientes en los inductores, los voltajes en los capacitores y los rizos tanto en la corriente de los inductores como en el

voltaje de los capacitores. Además, se encuentra la relación del valor de los inductores usados para garantizar conducción continua. Así mismo, y usando las relaciones encontradas en el capítulo, se propone y construye un convertidor cuadrático elevador prototipo, del cual inicialmente se obtienen las formas de onda de los voltajes de los capacitores.

En el Capítulo 3, se derivan el modelo en espacio de estados conmutado lineal, promedio no lineal y promedio lineal del convertidor. Se analiza, por medio de las funciones de transferencia con respecto al ciclo de trabajo de las corrientes de los inductores y de los voltajes de los capacitores, la estabilidad de un convertidor cuadrático elevador tanto para el caso en el que no existen elementos parásitos, como para el caso en el que si se consideran.

En el Capítulo 4 se estudia la respuesta en frecuencia experimental del convertidor prototipo propuesto por medio de un analizador de respuesta en frecuencia, encontrando interesantes resultados.

Finalmente en el Capítulo 5 se dan las conclusiones a las que se llega en el presente trabajo sobre el efecto de los elementos parásitos sobre los convertidores cuadráticos elevadores, así como algunos trabajos que en el futuro sobre la misma línea son interesantes de desarrollar.

Capítulo 2
Operación del convertidor cuadrático elevador

La representación de los elementos eléctricos utilizada en el análisis del circuito de un convertidor se hace, en la mayoría de los casos, bajo la suposición que estos elementos tienen propiedades ideales. Por ejemplo, se considera que tanto los capacitores como los inductores presentan un comportamiento de tipo derivativo puro de los voltajes o de las corrientes. Sin embargo en la práctica los componentes reales presentan efectos conocidos como parásitos que ocasionan pérdidas y modifican el comportamiento esperado.

2.1 ELEMENTOS PARÁSITOS DE LOS COMPONENTES ELÉCTRICOS.

2.1.1 Elementos parásitos de los inductores.

El problema principal que presentan los inductores se refiere a la linealidad de su comportamiento. Cuando se utilizan como núcleos del inductor aire o materiales no ferromagnéticos, se garantiza esta linealidad. Sin embargo, los valores de los inductores deben ser bajos.

Otros efectos que presentan las bobinas de alambre se refieren a la capacitancia entre vueltas adyacentes y la resistencia debida al alambre de cobre usado en su construcción. Esta resistencia ocasiona pérdidas de potencia al circular una corriente a través de ella y queda determinada por el producto de la resistencia del alambre usado por metro, la longitud de cada vuelta y el número de vueltas de la bobina [1].

2.1.2. Elementos parásitos de los capacitores.

En cuanto a los capacitores, en los alambres y placas se tiene tanto resistencia como inductancia, y además debido a que el aislamiento no es perfecto, existe una resistencia por fugas. Debido a estas características se tienen las siguientes propiedades en un capacitor real: La corriente no sigue exactamente la relación $i = C\,dv/dt$; y existe flujo de corriente aún cuando el voltaje aplicado sea de CD. La combinación de inductancia y capacitancia crea una resonancia, que ocasiona que por encima de la frecuencia de resonancia el capacitor se comporte como un inductor y existen pérdidas de potencia. Por sus características el capacitor puede modelarse según el circuito que se muestra en la Figura 2.l [7].

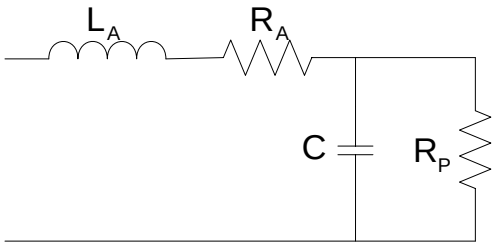


Figura 2.1 Modelo de un capacitor real.

En este circuito, R_A y L_A representan a la resistencia y la inductancia debida al alambre usado en las terminales de conexión y quedan determinadas por el tipo y tamaño de las mismas. El valor de inductancia, conocida como inductancia serie, varia entre l0 nH para capacitores de terminal radial hasta 200 nH para capacitores de terminal axial. La resistencia R_P modela a la resistencia equivalente paralela y representa la oposición que presenta el capacitor a la corriente de fuga. El valor de esta resistencia aumenta con el tiempo y disminuye al aumentar la capacitancia, la temperatura y el rango de voltaje de trabajo. Un valor normal de ella estará dado por la relación l00/C $M\Omega$, donde el valor del capacitor C esta en μF.

Es posible obtener un modelo simplificado a partir del modelo de un capacitor real calculando la relación conocida como ESR dada por $ESR = R_c = R_A + 1/\omega^2 R_P C^2$, en que ω representa la frecuencia de trabajo del capacitor [1]. Debido a que tanto el término R_A como L_A quedan determinados por la longitud de las terminales del capacitor, que en el caso de fuentes conmutadas que trabajan a muy alta frecuencia son muy cortas, el valor de dichos elementos es muy pequeño y el modelo puede ser simplificado al que se muestra la Figura 2.2.

Figura 2.2 Modelo simplificado del capacitor.

En esta figura el término R_C representa a la ESR del capacitor. El valor típico de esta resistencia depende de la frecuencia y varía entre l0 mΩ y l Ω, siendo su valor inversamente proporcional al valor de la capacitancia para un mismo voltaje de trabajo. De manera general los fabricantes especifican su valor en las hojas de datos del capacitor considerando frecuencia de 120 Hz.

Adicionalmente es importante indicar que en el capacitor electrolítico, tipo generalmente utilizado en las fuentes conmutadas, se presenta una modificación en su desempeño al manejarse altas frecuencias debido a que se producen efectos de resonancia interna del capacitor o bien entre este y otros componentes del circuito. Existen varios modelos para representar este efecto como los propuestos por Siami, Joubert y Glaize [15].

Debido a la naturaleza del ESR del capacitor, este incrementa su valor al producirse un aumento de la temperatura tanto interna como externa de este. Mientras que la temperatura externa del capacitor depende sólo del medio ambiente que lo rodea, la interna se presenta a consecuencia del incremento del rizo de corriente que circula dentro del capacitor. Este incremento se presenta

tanto por el deterioro normal de la vida de trabajo del capacitor como por aquel que se produce al someterlo a un sobrevoltaje.

Si bien el modelo de la Figura 2.2 parece representar solamente a una simple combinación RC, el efecto de dicho circuito en los convertidores conmutados es muy interesante de analizar y conlleva a importantes conclusiones. De manera normal en un convertidor conmutado, el capacitor es sometido a una onda cuadrada de corriente que, idealmente, produce un voltaje de forma triangular a través de éste. Cuando se reemplaza el capacitor por la combinación RC, aparece en serie con la onda triangular una pequeña onda cuadrada. Esto crea un cambio abrupto en el voltaje que suele ser denominado salto por ESR. Este efecto, al incrementarse el valor del ESR, por las causas anteriormente indicadas, está directamente relacionado con la falla del capacitor y posteriormente de la fuente conmutada. Según datos estadísticos, de acuerdo al MIL-HDBK-217-F [16], al menos un 60% de las fallas en una fuente conmutada se originan por fallas en el capacitor. Adicionalmente el efecto que el ESR tiene tanto en el comportamiento dinámico de los convertidores como en su estabilidad [17, 18], también se ha analizado teniendo una relación directa con el amortiguamiento de los picos de resonancia de la respuesta en frecuencia del convertidor. El efecto del ESR de los capacitores puede ser evaluado usando la función de sensibilidad *S* [19]. Esta función nos indicaría que tan sensibles son las corrientes de los inductores y los voltajes de los capacitores cuando está cambiando el ESR de los capacitores. Este estudio es interesante ya que nos puede dar una idea de cómo se afectan las características del convertidor cuando existe un deterioro en los capacitores que aparece reflejado en un aumento de su ESR.

2.2 OPERACIÓN DEL CONVERTIDOR EN MODO DE CONDUCCIÓN CONTINUA.

Como se mencionó anteriormente, el objetivo del presente trabajo es proporcionar un modelo que incluya los principales efectos parásitos que se presentan en los convertidores, los cuales modifican su comportamiento dinámico. Sin embargo, es necesario también que el modelo propuesto no sea demasiado complejo y permita identificar fácilmente a los nuevos factores que aparecen en las expresiones matemáticas de modelo; por lo tanto y basados en el impacto que los efectos parásitos presentan, se elige incluir en el modelo solamente a la ESR del capacitor. La ESR del inductor se despreciará debido a que es muy pequeña, y que a través de la vida del inductor permanece más o menos constante a diferencia de la ESR del capacitor que aumenta debido al deterioro del capacitor. La configuración propuesta del convertidor cuadrático elevador se muestra en la Figura 2.3.

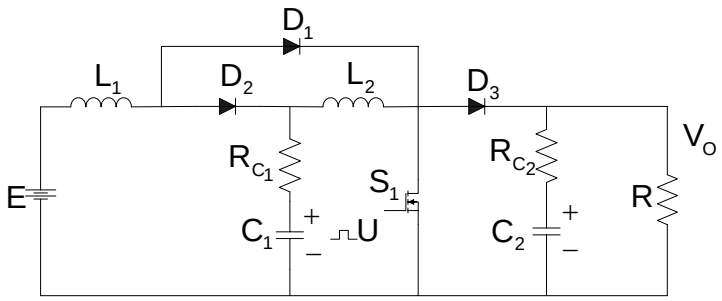


Figura 2.3. Circuito del convertidor elevador incluyendo efectos parásitos.

Este convertidor se basa en el principio del convertidor cuadrático elevador que se indica en la sección 1.2. La etapa de salida es un convertidor elevador convencional, mientras que la primera etapa está compuesta por un inductor, un capacitor y un diodo, utilizando como interruptor activo un arreglo formado por un diodo y el interruptor activo de la etapa final, con lo que se consigue que ambos convertidores queden en cascada. Los inductores están representados por L_1 y L_2, los capacitores por C_1 y C_2, los diodos por D_1, D_2 y D_3, y el interruptor activo por S. El voltaje de entrada se representa por E, el voltaje de salida como V_O, la frecuencia de conmutación del interruptor está dada por f_S, la carga es

modelada como R y las resistencias parásitas de los capacitores como R_{C_1} y R_{C_2}, respectivamente. El ciclo de trabajo nominal está dado por U e indica la proporción de tiempo que el elemento activo se encuentra encendido en un ciclo de conmutación completo; y por lo tanto, tiene un valor entre $0 < U < 1$.

La relación de conversión del convertidor se deriva asumiendo que éste opera en modo de conducción continua (MCC), es decir, la corriente en los inductores siempre tiene el mismo sentido; y que los tiempos de encendido y apagado de los diodos están sincronizados con el tiempo de encendido y apagado del MOSFET. Además, tanto en este circuito como en los que se muestran en lo sucesivo, se asume que tanto el MOSFET como los diodos son interruptores ideales; es decir, no presentan pérdidas de potencia y sólo abren o cierran el circuito.

En el convertidor de la Figura 2.3 cuando el MOSFET está encendido durante la fracción del ciclo de trabajo U simultáneamente está encendido el diodo D_1, por lo que proporciona una trayectoria para la corriente. Los diodos D_2 y D_3 en ese instante de tiempo están apagados, por lo que no permiten el paso de corriente. El circuito se muestra en la Figura 2.4.

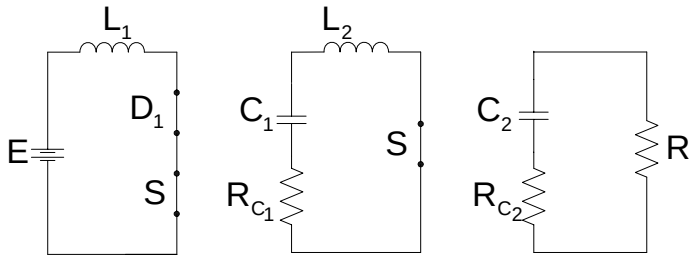


Figura 2.4. Convertidor cuadrático elevador con el interruptor activo cerrado.

Posteriormente, al apagarse el elemento activo S, durante la fracción del ciclo de trabajo correspondiente a $(1-U)$, se apagará de manera simultánea el diodo D_1, encendiéndose los diodos D_2 y D_3, que permitirán una nueva trayectoria de corriente, tal como se muestra en la Figura 2.5.

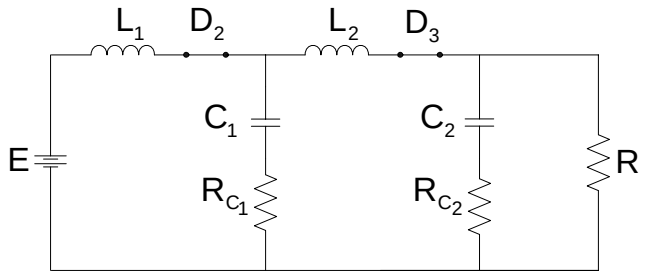


Figura 2.5. Circuito convertidor cuadrático elevador con el interruptor activo abierto.

2.3 VALORES EN ESTADO ESTABLE

A partir del estudio de la respuesta en estado estable de los circuitos anteriormente mostrados, por medio de técnicas empleadas en convertidores de una sola etapa las cuales pueden extenderse a dos-etapas [1], se encuentra que el voltaje en los capacitores está dado por:

$$V_{C_1} = \frac{E(1-U)R}{J}\left[1-\frac{UR}{R+R_{C_2}}\right] \tag{2.1}$$

$$V_O = V_{C_2} = \frac{E(1-U)R}{J} \tag{2.2}$$

y la corriente en los inductores en función de la corriente de salida del convertidor I_O por:

$$I_{L_1} = \frac{I_O}{(1-U)^2} \tag{2.3}$$

$$I_{L_2} = \frac{I_O}{(1-U)} \tag{2.4}$$

en donde: $J = \dfrac{(1-U)^2 R\left[(1-U)R + R_{C2}\right]}{R+R_{C2}} + UR_{C1}$

Así mismo, al diseñarse un convertidor, éste debe cumplir algunas especificaciones en cuanto a los valores del rizo del voltaje en los capacitores así como de rizo en la corriente en los inductores, dicha especificación se

expresa por medio de un porcentaje. El porcentaje de rizo de voltaje con respecto al voltaje de los capacitores está dado por la relación $\varepsilon = \Delta V_C / 2V_C$ con un valor típico en un convertidor convencional [1] entre el 1% y el 2%, y el porcentaje de rizo de los inductores con respecto a la corriente que circula por ellos por $\varepsilon = \Delta I_L / 2\, I_L$ con un valor típico entre el 10% y el 20%. Igualmente, es interesante analizar que los rizos antes mencionados se modifican al considerarse elementos parásitos. Los rizos para las corrientes de los inductores quedan dados por:

$$\Delta I_{L_1} = \frac{EU}{L_1 f_s}\left(1 - \frac{1}{J}\left[\frac{UR_{C1}}{1-U} + \frac{(1-U)}{R}\left(1 - \frac{UR}{R+R_{C2}}\right)\right]\right) \tag{2.5}$$

$$\Delta I_{L_2} = \frac{EU^2 R_{C1}}{L_2 J(1-U) f_S}\left[1 - \frac{\left[R_{C2}R^2 + (-R_{C2} + UR)(1-U)\right](1-U)}{R(R+R_{C2})UR_{C1}}\right] \tag{2.6}$$

y los voltajes de los capacitores por:

$$\Delta V_{C_1} = \frac{EU}{(1-U)JC_1} \tag{2.7}$$

$$\Delta V_{C_2} = \frac{E\left(R^2 - (1-U)^2\right)}{JRC_2(R+R_{C2})}. \tag{2.8}$$

Además, como se indicó en la sección 2.2, el estudio del convertidor cuadrático elevador se realizará en MCC, por lo que las corrientes de los inductores del convertidor deben cumplir con $i_{L_1} > i_{L_2} > 0$. Como se indicó anteriormente por la construcción del convertidor $i_{L_1} > i_{L_2}$; y por tanto, sólo debe asegurarse que cada inductor cumpla con $I_{L_i} + \Delta I_{L_i}/2 > 0$ y también con que $I_{L_i} - \Delta I_{L_i}/2 > 0$. El valor de los inductores en el convertidor elevador debe cumplir con las desigualdades que a continuación se muestran para asegurar que el convertidor opere en MCC:

$$L_1 > \frac{U\left[1-\frac{1}{J}\left[\frac{UR_{C1}}{1-U}+\frac{(1-U)}{R}\left(1-\frac{UR}{R+R_{C2}}\right)\right]\right](1-U)J}{2f_S} \tag{2.9}$$

$$L_2 > \frac{U^2R_{C1}\left[1-\frac{\left[R_{C2}R^2+(-R_{C2}+UR)(1-U)\right](1-U)}{R(R+R_{C2})UR_{C1}}\right]}{2(1-U)f_S} \tag{2.10}$$

2.4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Para la realización de pruebas experimentales, se implantó el convertidor cuadrático elevador, según el circuito que se muestra en la Figura 2.3 y cuyas características principales se muestran en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1 Características de un convertidor elevador cuadrático prototipo.

Parámetro	Valor
Voltaje de entrada	9 V
Voltaje de salida	48 V
Ciclo de trabajo	0.566
Carga nominal	46 Ω
Potencia	50 W
Frecuencia de conmutación	50 KHz.
Rizo máximo en la corriente de los inductores	15 %
Rizo máximo en el voltaje de los capacitores	1 %

El interruptor PWM del convertidor está formado por un MOSFET IRF740 cuyas características principales son las siguientes: voltaje de fuente a drenado $V_{DSS} = 400\,V$, resistencia fuente a drenando encendido $R_{DS} = 0.55\,\Omega$, voltaje de drenado a compuerta $V_{DGR} = 400\,V$, voltaje de fuente a compuerta $V_{GS} = \pm 20\,V$, corriente de drenado $I_D = 10\,A$, tiempo de encendido $t_{don} = 14\,\eta s$,

tiempo de apagado $t_{doff} = 50\ \eta s$; mientras que en su parte pasiva utiliza un diodo de recuperación rápida MUR 1560 con las siguientes características: voltaje pico inverso repetitivo $V_{RRM} = 600 \pm$ V, corriente $I_O = 15\,A$ y tiempo de recuperación $t_{rr} = 35\ \eta s$. Las gráficas de voltajes a considerar se obtienen mediante un osciloscopio Tektronics TDS 3034B.

En la Figura 2.6 se muestra el convertidor cuadrático elevador prototipo que se construyó en el laboratorio de electrónica de potencia. Inicialmente se obtuvieron las gráficas de las corrientes de los dos inductores y de los voltajes en los dos capacitores del convertidor cuadrático elevador.

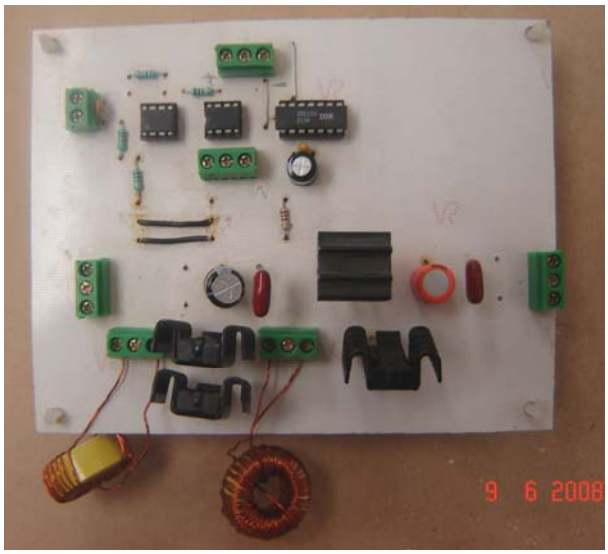


Figura 2.6. Convertidor cuadrático elevador prototipo.

En la Figura 2.7 se observan las formas de onda de la corriente de los inductores. Para el primer inductor, la corriente promedio tiene un valor de 6.24 A, el valor pico superior es de 6.96 A y el valor pico inferior de 5.44 A, por lo que se tiene un porcentaje de rizo de 12.1 %. Para el segundo inductor, la corriente tiene un valor promedio de 2.39 A, el valor pico superior es de 2.88 A y el valor pico inferior de 2.08 A, por lo que tiene un porcentaje de rizo de 16.7 %.

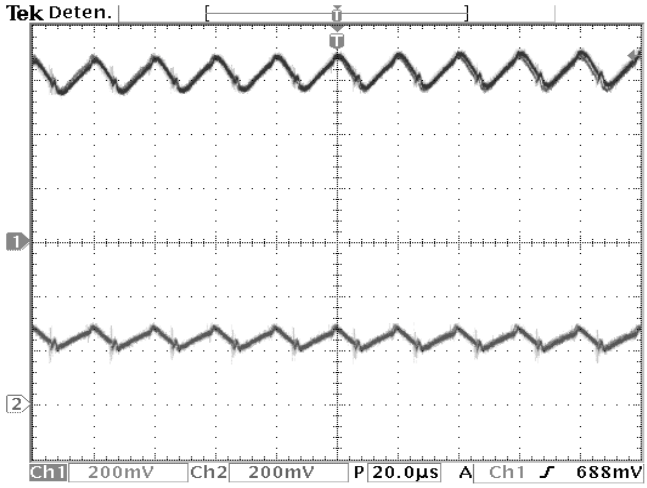


Figura 2.7 Corriente de los inductores del convertidor cuadrático elevador prototipo: **(Superior a inferior)** Corriente del primer inductor y corriente del segundo inductor (200 mA/div) (Tiempo 20 ms).

En la Figura 2.8 se muestra únicamente a detalle la onda del rizo en el voltaje de los capacitores, y por está razón, se ha retirado el valor de CD de los mismos.

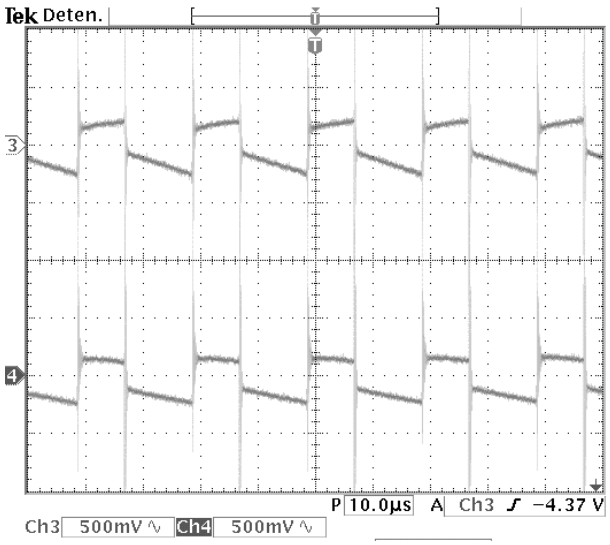


Figura 2.8 Rizos de voltaje de los capacitores del convertidor cuadrático elevador prototipo: **(Superior a inferior)** Rizo segundo capacitor y rizo primer capacitor (500 mV/div) (Tiempo 10 ms).

Para el primer capacitor el valor promedio del voltaje es de 18.3 V con un valor pico superior de 170 mV con respecto a la referencia y un valor pico inferior de -220 mV, con respecto a la misma referencia, por lo que se tiene un porcentaje de rizo en el voltaje de primer capacitor de 1.06 %. Para el segundo capacitor el valor promedio del voltaje es de 48.1 V, con un valor pico superior de 200 mV con respecto a la referencia y un valor pico inferior -260 mV con respecto a la misma referencia, por lo que se tiene un porcentaje de rizo en el voltaje del capacitor de salida de 0.47 %.

Capítulo 3
Descripción de la dinámica del convertidor

Los convertidores conmutados, por sí mismos, no pueden suministrar un voltaje regulado sin un sistema de control que ajuste su operación. Su voltaje de salida es dependiente del voltaje de entrada; así como de la caída en los elementos de almacenamiento de energía eléctrica, e interruptores activos y pasivos que lo forman.

Esta clase de convertidores, no obstante, puede mantener una operación adecuada a las necesidades de regulación que presenta la carga alimentada por el voltaje de salida, por medio de una acción de control automática mediante la variación continua de la función de conmutación. Por esta razón es muy importante analizar las características dinámicas de los modelos del convertidor cuadrático elevador.

3.1 MODELADO EN ESPACIO DE ESTADOS CONMUTADO.

Los convertidores en cascada CD-CD deben modelarse, como se mencionó anteriormente, para realizar el análisis y el diseño del sistema de control. En este trabajo se desarrolla inicialmente el modelado en espacio de estados conmutado, el cual genera una representación conmutada de tipo lineal.

Una característica del modelado en variables de estado es que permite obtener una representación para todo tipo de sistemas, ya sean lineales, no lineales, de una variable, multivariables, invariantes o variantes en el tiempo, tomando en cuenta las variables internas, las de entrada y las de salida. Además, permite tener una representación compacta del sistema, mediante su

descripción en una estructura independientemente de la complejidad del sistema. Esta representación matricial puede posteriormente transformarse en un sistema de entradas-salidas mediante métodos frecuenciales.

El modelado conmutado de las ecuaciones de estado produce un modelo detallado en tiempo donde los efectos de alta frecuencia pueden ser incluidos, además permite analizar los efectos transitorios en el encendido y apagado de la fuente y permite realizar un mejor análisis de robustez a variación de parámetros.

En el modelo conmutado se analizan las ecuaciones de primer orden en variables de estados de cada uno de los circuitos que se forman al abrir o cerrar los interruptores, las cuales son de tipo lineal. Finalmente al considerar la suma de sus efectos se tendrá una representación matricial general del tipo:

$$\dot{x} = F_O x + G_O u + \sum_{i=1}^{M} q_i(x)\left[F_i x + G_i u\right] \tag{3.1}$$

en donde F_O y G_O son las matrices del circuito en el cual todos los interruptores están apagados, M son las posibles combinaciones de interruptores abiertos y cerrados, F_i y G_i son las matrices de los circuitos formados, $x(t)$ es el vector de estados, $u(t)$ el vector de entradas y q_i para $i = 1,\cdots,M$ la función de conmutación la cual depende tanto del tiempo como de los estados.

3.1.1 Modelo conmutado del convertidor cuadrático elevador.

A partir de las configuraciones mostradas en las Figuras 2.4 y 2.5, por medio de la ley de voltajes de Kirchoff (LVK) y de la ley de corrientes de Kirchoff (LCK), se obtienen las siguientes ecuaciones para el convertidor cuadrático elevador:

Interruptor activo cerrado:

$$\begin{pmatrix} \dot{i}_{L_1} \\ \dot{i}_{L_2} \\ \dot{v}_{C_1} \\ \dot{v}_{C_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_{C_1}}{L_2} & \frac{1}{L_2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_2 \cdot \left(R + R_{C_2}\right)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ v_{C_1} \\ v_{C_2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot e \qquad (3.2)$$

Interruptor activo abierto:

$$\begin{pmatrix} \dot{i}_{L_1} \\ \dot{i}_{L_2} \\ \dot{v}_{C_1} \\ \dot{v}_{C_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R_{C_1}}{L_1} & \frac{R_{C_1}}{L_1} & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ \frac{R_{C_1}}{L_2} & -\frac{1}{L_2} \cdot \left(R_{C_1} + \frac{R_{C_2} \cdot R}{R + R_{C_2}} \right) & \frac{1}{L_2} & -\frac{R}{L_2 \cdot \left(R + R_{C_2}\right)} \\ \frac{1}{C_1} & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R}{C_2 \cdot \left(R + R_{C_2}\right)} & 0 & -\frac{1}{C_2 \cdot \left(R + R_{C_2}\right)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ v_{C_1} \\ v_{C_2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot e \quad (3.3)$$

Una vez obtenidas las ecuaciones de estado para cada configuración es necesario definir la denominada función de conmutación representada por la variable q, la cual toma un valor binario [0, 1] para este convertidor. El valor de q es 1 cuando el interruptor al que representa está encendido y 0 cuando el interruptor está apagado. Por lo tanto, para el convertidor elevador de n-etapas se tiene una función de conmutación q correspondiente al interruptor activo encendido y una función de conmutación q' correspondiente al interruptor activo apagado, las cuales estarán relacionadas por la expresión $q' = 1 - q$.

A partir de (3.2) y (3.3), utilizando las funciones de conmutación anteriormente definidas, se encuentra que el modelo lineal conmutado del convertidor cuadrático elevador queda dado por:

$$\begin{pmatrix} \dot{i}_{L_1} \\ \dot{i}_{L_2} \\ \dot{v}_{C_1} \\ \dot{v}_{C_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-(1-q)\cdot R_{C_1}}{L_1} & \frac{(1-q)\cdot R_{C_1}}{L_1} & \frac{-(1-q)}{L_1} & 0 \\ \frac{(1-q)\cdot R_{C_1}}{L_2} & -\frac{1}{L_2}\cdot\left(R_{C_1}+\frac{(1-q)\cdot R_{C_2}\cdot R}{R+R_{C_2}}\right) & \frac{1}{L_2} & -\frac{(1-q)\cdot R}{L_2\cdot\left(R+R_{C_2}\right)} \\ \frac{(1-q)}{C_1} & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(1-q)\cdot R}{C_2\cdot\left(R+R_{C_2}\right)} & 0 & -\frac{1}{C_2\cdot\left(R+R_{C_2}\right)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ v_{C_1} \\ v_{C_2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot e \quad (3.4)$$

Esta representación matricial tiene la forma $\dot{x} = F(q)x + G(q)e$ donde $x(t) \in R^4$ son los estados, $e(t) \in R$ es el voltaje de entrada; F es una matriz de dimensión (4×4) y G un vector columna de dimensión 4.

3.2 MODELADO PROMEDIO DE CONVERTIDORES

La técnica de modelado promedio es una de las herramientas más importantes para el análisis de convertidores en electrónica de potencia [3]. El comportamiento promedio de una configuración proporciona información importante sobre el funcionamiento de un convertidor tanto en CD como en baja frecuencia, ignorando el rizo, conmutación y cualquier otro efecto rápido. Aún cuando el rizo no está presente en la salida promediada, este promedio es muy útil para determinar la respuesta transitoria y regulación en estado estable. El modelo promedio permite igualmente el seguimiento de cambios a gran escala en los voltajes y corrientes de la fuente y la carga, cambios en las entradas de control y estudios de robustez ante variación de parámetros de los componentes. Adicionalmente, permite considerar el efecto del rizo al final del proceso de modelado.

El objetivo principal de la técnica de promediado es encontrar un circuito aproximado que permita analizar el comportamiento promedio local de las variables del circuito, aún durante un transitorio, el cual es una condición con características no periódicas [20].

El promedio local de una variable queda definido por:

$$\bar{x} = \frac{1}{T_S} \int_{t_i}^{t_i+T_S} x(\tau)\, d\tau \tag{3.5}$$

donde T_S es un valor fijo que representa el periodo de la función $x(\tau)$ y t_i representa el tiempo en el cual el proceso de promediado comienza. Es muy importante elegir un valor apropiado de T_S, según el caso en el que se aplica, para obtener resultados correctos.

Para el caso de los convertidores conmutados, el valor de T_S es igual al inverso de la frecuencia de conmutación del convertidor y t_i coincide con el inicio de periodo de conmutación. La función $q(t)$ toma el valor binario uno en el periodo de tiempo comprendido entre t_i y $t_i + uT_S$ y el valor binario cero en el periodo de tiempo comprendido entre $t_i + uT_S$ y $t_i + T_S$, tal como muestra la Figura 3.1.

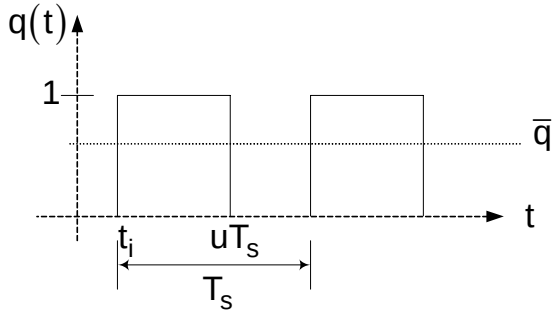


Figura 3.1. Promedio de la función de conmutación q.

El valor promedio de la función de conmutación; por lo tanto, queda dado por:

$$\bar{q} = \frac{1}{T_S}\left[\int_{t_i}^{t_i+uT_S} (1)\,dt + \int_{t_i+uT_S}^{T_S} (0)\,dt \right] = u \tag{3.6}$$

El modelo promedio del convertidor puede obtenerse a partir de las ecuaciones de estado para cada configuración producida por la conmutación de

los interruptores activos y pasivos, utilizando el ciclo de trabajo en lugar de la función de conmutación [1]. Este modelo proporciona un circuito promedio que genera las mismas entradas o salidas promedio del modelo original debido a que la secuencia de circuitos de un convertidor añade o disminuye energía para producir resultados promedio bien definidos a la entrada o la salida.

El sistema para el convertidor cuadrático elevador tiene una representación de la forma:

$$\dot{\bar{x}} = \bar{F}(u)\bar{x} + \bar{G}(u)\bar{u} \tag{3.7}$$

donde $\bar{x} \in R^4$ son los estados y $\bar{e} \in R$ es el voltaje de entrada. La matriz $\bar{F}$ es de dimensión (4×4) y $\bar{G}$ un vector columna de dimensión 4.

Es importante mencionar que en el caso de convertidores conmutados con interruptor de tipo PWM, es utilizada en muchas ocasiones la técnica de promediado del interruptor. En esta técnica el interruptor activo y pasivo se consideran como una red de tres terminales que puede remplazase por una fuente de voltaje y una fuente de corriente promedio. Esta técnica se ha aplicado en el caso de convertidores de dos etapas con éxito; sin embargo, tiene como restricción el manejo de rizos pequeños tanto en los voltajes como en las corrientes del convertidor. En el caso estudiado, el capacitor tiene una resistencia significativa por lo que la anterior restricción no se satisface y, aunque es posible obtener una aproximación por medio de factores de corrección, se considera más conveniente el uso del promediado en espacio de estados [20].

3.2.1 Modelo promedio del convertidor cuadrático elevador

Para el caso del convertidor cuadrático elevador, el interruptor activo está encendido una fracción de tiempo u igual al ciclo de trabajo, mientras que está apagado una fracción de tiempo $(1-u)$. Utilizando el procedimiento descrito en

la sección 3.2 se tiene que el modelo promedio del convertidor cuadrático elevador queda dado por:

$$\begin{pmatrix} \dot{\bar{i}}_{L_1} \\ \dot{\bar{i}}_{L_2} \\ \dot{\bar{v}}_{C_1} \\ \dot{\bar{v}}_{C_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-(1-u)\cdot R_{C_1}}{L_1} & \frac{(1-u)\cdot R_{C_1}}{L_1} & \frac{-(1-u)}{L_1} & 0 \\ \frac{(1-u)\cdot R_{C_1}}{L_2} & -\frac{1}{L_2}\cdot\left(R_{C_1}+\frac{(1-u)\cdot R_{C_2}\cdot R}{R+R_{C_2}}\right) & \frac{1}{L_2} & -\frac{(1-u)\cdot R}{L_2\cdot\left(R+R_{C_2}\right)} \\ \frac{(1-u)}{C_1} & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(1-u)\cdot R}{C_2\cdot\left(R+R_{C_2}\right)} & 0 & -\frac{1}{C_2\cdot\left(R+R_{C_2}\right)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{i}_{L_1} \\ \bar{i}_{L_2} \\ \bar{v}_{C_1} \\ \bar{v}_{C_2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \bar{e} \quad (3.8)$$

Esta representación es de tipo no lineal ya que tanto la matriz $\bar{F}$ como el vector $\bar{G}$ dependen del ciclo de trabajo $u \in R$.

3.3 MODELOS LINEALES PARA CONVERTIDORES

Como se indicó en la sección anterior, el modelo promedio obtenido es de tipo no lineal, ya que el ciclo de trabajo aparece en forma de producto con algunas de las variables de estado.

Las ecuaciones no lineales son de difícil solución y por razones prácticas se hacen suposiciones y aproximaciones, dentro de lo posible, sobre los sistemas físicos a quienes representan, de tal manera que estos sistemas pueden ser analizados utilizando teoría de sistemas lineales.

Al obtener una representación lineal de los convertidores conmutados es posible utilizar herramientas del control lineal tan importantes como la transformada de Laplace y las representaciones en el dominio de la frecuencia. Igualmente, permite utilizar conceptos de diseño bien definidos tales como los márgenes de ganancia y fase o las interpretaciones bien establecidas de los polos y ceros de las funciones de transferencia.

El proceso de linealización es una expansión de la serie de Taylor alrededor de un punto de operación o equilibrio (x_o, u_o), mediante el cual un sistema es

aproximado a uno de primer orden. Por lo tanto, un modelo linealizado describe el comportamiento de un sistema ante pequeñas perturbaciones alrededor de un punto de operación.

En el caso de convertidores conmutados, el modelo linealizado es conocido como modelo de señal pequeña. Este modelo sólo representa al sistema dentro de un rango limitado de operación, pero permite conocer a fondo las propiedades dinámicas de las variables de un convertidor. El rango de frecuencias en que es válido este modelo, en el caso de los convertidores conmutados, se ubica por abajo de la mitad de la frecuencia de conmutación del convertidor; y por lo tanto, no es válido para predecir oscilaciones subarmónicas debidas a inestabilidades del rizo de voltajes y corrientes.

Para llevar a cabo la linealización del modelo, el procedimiento a seguir es el siguiente [1]:

1. Reemplazar los parámetros de control y las variables de estado por cantidades perturbadas. Para cada variable se tendrá; por lo tanto, una cantidad nominal más una componente pequeña variable en el tiempo.
2. Rescribir las ecuaciones en términos de las variables perturbadas. No se consideran los productos de perturbaciones, ya que estos son de segundo orden.
3. Sustituir en estas ecuaciones los valores de los parámetros constantes los cuales pueden obtenerse en base a los valores nominales de las variables.

3.3.1 Modelo lineal del convertidor cuadrático elevador.

Para llevar a cabo la linealización del modelo promediado, según el procedimiento descrito anteriormente, se sustituyen las variables por expresiones en donde las variables con tilde indican variaciones pequeñas de la variable con respecto al valor nominal y la letra mayúscula representa el valor en estado estable de la variable; esto es $u = U + \tilde{u}$, $e = E + \tilde{e}$, $v_{C_i} = V_{C_i} + \tilde{v}_{C_i}$ y $i_{L_i} = I_{L_i} + \tilde{i}_{L_i}$ para $i = 1$ y 2.

Para el convertidor cuadrático elevador incluyendo parásitos del capacitor se tiene la siguiente representación lineal :

$$\begin{pmatrix} \dot{\tilde{i}}_{L_1} \\ \dot{\tilde{i}}_{L_2} \\ \dot{\tilde{v}}_{C_1} \\ \dot{\tilde{v}}_{C_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-(1-U)\cdot R_{C_1}}{L_1} & \frac{(1-U)\cdot R_{C_1}}{L_1} & \frac{-(1-U)}{L_1} & 0 \\ \frac{(1-U)\cdot R_{C_1}}{L_2} & -\frac{1}{L_2}\cdot\left(R_{C_1}+\frac{(1-U)\cdot R_{C_2}\cdot R}{R+R_{C_2}}\right) & \frac{1}{L_2} & -\frac{(1-U)\cdot R}{L_2\cdot(R+R_{C_2})} \\ \frac{(1-U)}{C_1} & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(1-U)\cdot R}{C_2\cdot(R+R_{C_2})} & 0 & -\frac{1}{C_2\cdot(R+R_{C_2})} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \tilde{i}_{L_1} \\ \tilde{i}_{L_2} \\ \tilde{v}_{C_1} \\ \tilde{v}_{C_2} \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} \frac{E(1-U)R}{JL_1}\left[U\left(\frac{R_{C1}}{R(1-U)^2}-\frac{R}{R+R_{C2}}\right)+1\right] & \frac{1}{L_1} \\ \frac{E(1-U)R}{JL_2}\left(\frac{R}{R+R_{C2}}\left(\frac{R_{C2}}{(1-U)R}+1\right)-\frac{R_{C1}}{R(1-U)^2}\right) & 0 \\ -\frac{E}{J(1-U)C_1} & 0 \\ -\frac{ER}{J(R+R_{C2})C_2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{e} \end{pmatrix} \qquad (3.9)$$

donde $J = \frac{(1-U)^2 R\left[(1-U)R+R_{C2}\right]}{R+R_{C2}} + UR_{C1}$.

Es interesante observar que si en (3.4), (3.8) y (3.9) el valor de las resistencias parásitas R_{C_1} y R_{C_2} es igual a cero, entonces se obtienen las representaciones en espacio de estados respectivas para un convertidor cuadrático elevador convencional [14], las cuales se muestran en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1 Compendio de modelos para el convertidor cuadrático elevador sin parásitos.

Espacio de estados conmutado	$\begin{pmatrix} \dot{i}_{L_1} \\ \dot{i}_{L_2} \\ \dot{v}_{C_1} \\ \dot{v}_{C_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{(1-q)}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & \frac{(1-q)}{L_2} \\ \frac{(1-q)}{C_1} & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(1-q)}{C_2} & 0 & \frac{1}{RC_2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ v_{C_1} \\ v_{C_2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot e$
Espacio de estados promediado	$\begin{pmatrix} \dot{i}_{L_1} \\ \dot{i}_{L_2} \\ \dot{v}_{C_1} \\ \dot{v}_{C_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{(1-u)}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & \frac{(1-u)}{L_2} \\ \frac{(1-u)}{C_1} & \frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(1-u)}{C_2} & 0 & \frac{1}{RC_2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ v_{C_1} \\ v_{C_2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot e$
Espacio de estados promediado linealizado	$\begin{pmatrix} \dot{\tilde{i}}_{L_1} \\ \dot{\tilde{i}}_{L_2} \\ \dot{\tilde{v}}_{C_1} \\ \dot{\tilde{v}}_{C_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{-(1-U)}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & -\frac{(1-U)}{L_2} \\ \frac{(1-U)}{C_1} & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{(1-U)}{C_2} & 0 & -\frac{1}{RC_2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \tilde{i}_{L_1} \\ \tilde{i}_{L_2} \\ \tilde{v}_{C_1} \\ \tilde{v}_{C_2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{E}{(1-U)L_1} & \frac{1}{L_1} \\ \frac{E}{(1-U)^2 L_2} & 0 \\ -\frac{E}{(1-U)^4 RC_1} & 0 \\ -\frac{E}{(1-U)^3 RC_2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{e} \end{pmatrix}$

3.4 FUNCIONES DE TRANSFERENCIA

El estudio de la dinámica del convertidor cuadrático elevador se realiza mediante el análisis de las funciones de transferencia, las cuales se obtienen a partir del modelo linealizado del convertidor cuadrático elevador.

Para obtener las funciones de transferencia, primeramente, se debe determinar que variable o variables son las más adecuadas para detectar y posteriormente retroalimentar al sistema de control. De manera general el convertidor cuadrático elevador está representando por un sistema de ecuaciones del tipo:

$$\dot{x} = Fx + Gv \tag{3.10}$$

$$y = Hx \tag{3.11}$$

donde $x(t) \in R^4$ es el vector de estados, $v(t) \in R^4$ el vector de entradas, $y(t) \in R^4$ el vector de salidas. F es la matriz constante del sistema de dimensión (4×4), G la matriz constante de entradas de dimensión (4×2) y H la matriz constante de salida de dimensión 4×4. La función de transferencia entre (3.10) y (3.11) está dada por la expresión:

$$Y(s) = H(sI - F)^{-1}GV(s) \tag{3.12}$$

en donde $Y(s)$ y $V(s)$ son las transformadas de Laplace de $y(t)$ y $v(t)$ respectivamente.

En el caso de convertidores cuadráticos, la representación contiene ocho funciones de transferencia escalares y puede catalogarse como un sistema multivariable bastante complejo de controlar. Por lo tanto, se estudian algunas alternativas convenientes para encontrar un sistema más sencillo y práctico. La primera de ellas se relaciona con las variables a detectar, las cuales determinan la forma de la matriz H. Algunas posibles opciones acerca de la selección de H son las siguientes:

1. Si se detectan las corrientes de los dos inductores y los voltajes de los dos capacitores se obtendrá una matriz identidad $H = I_{4\times4}$.

2. Si se detectan sólo los voltajes de los capacitores se obtendrá una matriz $H = \begin{bmatrix} 0_{2\times2} & I_{2\times2} \end{bmatrix}$

3. El voltaje en el segundo capacitor es igual al voltaje de salida por lo que si se detecta solamente este voltaje se tendrá $H_{1\times4} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1]$.

Como conclusión encontramos que la forma de H quedará determinada por los sensores usados; y por consecuencia, del tipo de esquema de control que se utilice.

La segunda consideración a hacer está relacionada con el vector de entradas. Si las desviaciones en el voltaje de entrada $e(t)$ no son consideradas, la segunda columna de la matriz G de la ecuación (3.10) puede ser eliminada.

Por aspectos de diseño del controlador es necesario conocer el efecto de la señal de control sobre cada una de las variables de estado del sistema, por lo que se elige la matriz de salida $H = I_{4\times4}$. Además, debido a que de momento no se consideran los efectos de variaciones en el voltaje de entrada, la matriz G consta de una sola columna. Por lo tanto, las funciones de transferencia a analizar son: $\tilde{i}_{L_1}(s)/\tilde{u}(s)$, $\tilde{i}_{L_2}(s)/\tilde{u}(s)$, $\tilde{v}_{C_1}(s)/\tilde{u}(s)$ y $\tilde{v}_{C_2}(s)/\tilde{u}(s) = \tilde{v}_O(s)/\tilde{u}(s)$.

3.4.1 Convertidor cuadrático elevador sin elementos parásitos.

Partiendo del modelo linealizado para el convertidor cuadrático elevador, mostrado en la tabla 3.1, se obtienen las siguientes funciones de transferencia con respecto al ciclo de trabajo de las corrientes de los inductores y los voltajes de los capacitores :

$$P_1(s) = \frac{\tilde{i}_{L_1}(s)}{\tilde{u}(s)} = \frac{E}{(1-U)L_1} \times \frac{s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \tag{3.13}$$

$$P_2(s) = \frac{\tilde{i}_{L_2}(s)}{\tilde{u}(s)} = \frac{E}{(1-U)^2 L_2} \times \frac{s^3 + c_2 s^2 + c_1 s + c_0}{s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \tag{3.14}$$

$$P_3(s) = \frac{\tilde{v}_{C_1}(s)}{\tilde{u}(s)} = -\frac{E}{(1-U)^4 RC_1} \times \frac{s^3 + d_2 s^2 + d_1 s + d_0}{s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \tag{3.15}$$

$$P_4(s) = \frac{\tilde{v}_{C_2}(s)}{\tilde{u}(s)} = -\frac{E}{(1-U)^3 RC_2} \times \frac{s^3 + e_2 s^2 + e_1 s + e_0}{s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \tag{3.16}$$

en donde:

$$a_3 = \frac{1}{C_2 R}, \quad a_2 = \frac{(1-U)^2}{L_1 C_1} + \frac{1}{L_2 C_1} + \frac{(1-U)^2}{L_2 C_2}, \; a_1 = \frac{(1-U)^2}{L_1 C_1 C_2 R} + \frac{1}{L_2 C_1 C_2 R}, \quad a_0 = \frac{(1-U)^4}{L_1 L_2 C_1 C_2}$$

$$b_2 = \frac{1}{C_2 R} + \frac{1}{(1-U) C_1 R}, \quad b_1 = \frac{2}{L_2 C_1} + \frac{(1-U)^2}{L_2 C_2} + \frac{1}{C_1 C_2 R^2}, \quad b_0 = \frac{4}{L_2 C_1 C_2 R}$$

$$c_2 = \frac{2}{C_2 R} - \frac{1}{(1-U)^2 C_1 R}, \quad c_1 = \frac{2(1-U)^2}{L_1 C_1} - \frac{1}{(1-U)^2 C_1 C_2 R^2}, \quad c_0 = \frac{3(1-U)^2}{L_1 C_1 C_2 R}$$

$$d_2 = -\frac{(1-U)^2 R}{L_1} + \frac{(1-U) R}{L_2} + \frac{1}{C_2 R}, \quad d_1 = -\frac{(1-U)^4}{L_1 C_2} + \frac{3(1-U)^2}{L_2 C_2}, \quad d_0 = -\frac{(1-U)^6 R}{L_1 L_2 C_2}$$

$$e_2 = -\frac{(1-U)^2 R}{L_2}, \quad e_0 = \frac{2}{L_2 C_1} + \frac{(1-U)^2}{L_1 C_1}, \quad e_0 = -\frac{2(1-U)^4 R}{L_1 L_2 C_1}$$

Como puede observarse las cuatro funciones de transferencia tienen el mismo denominador.

El análisis clásico de estabilidad del sistema se basa en el análisis del polinomio característico del mismo. En este enfoque es condición necesaria y suficiente para estabilidad asintótica local, que el polinomio característico tenga raíces con partes reales negativas. La anterior condición se verifica por medio del método de Routh-Hurwitz.

El arreglo generado por este método en el caso del convertidor elevador sin elementos parásitos queda dado por:

s^4	1	$\frac{(1-U)^2}{L_1 C_1} + \frac{(1-U)^2}{L_2 C_2} + \frac{1}{L_2 C_1}$	$\frac{(1-U)^4}{L_1 L_2 C_1 C_2}$
s^3	$\frac{1}{R C_2}$	$\frac{(1-U)^2}{L_1 C_1 C_2 R} + \frac{1}{L_2 C_1 C_2 R}$	0
s^2	$\frac{(1-U)^2}{L_2 C_2}$	$\frac{(1-U)^4}{L_1 L_2 C_1 C_2}$	0
s^1	$\frac{1}{L_2 C_1 C_2 R}$	0	0
s^0	$\frac{(1-U)^4}{L_1 L_2 C_1 C_2}$		

Debido a que todos los elementos de la primera columna del anterior arreglo son positivos es posible concluir que el denominador es estable, porque para todos los valores de elementos del circuito y ciclo de trabajo, las raíces están localizadas en el lado izquierdo del plano-s.

Los numeradores de las funciones de transferencia (3.13) a (3.16) se analizan igualmente. Analizando el arreglo generado mediante el método de Routh-Hurwitz para encontrar si existen cambios de signo que indiquen la existencia de ceros en el lado derecho del plano para la función de transferencia $P_1(s) = \tilde{i}_{L_1}(s)/\tilde{u}(s)$ del convertidor elevador se obtiene:

s^3	1	$\frac{2}{L_2C_1} + \frac{(1-U)^2}{C_2L_2} + \frac{1}{(1-U)^2 C_1C_2R^2}$
s^2	$\frac{1}{(1-U)^2 C_1R} + \frac{1}{RC_2}$	$\frac{4}{L_2C_1C_2R}$
s^1	$\frac{2}{(1-U)^2 C_1^2L_2R} + \frac{1}{(1-U)^4 C_1^2C_2R^3} + \frac{1}{(1-U)^2 C_1C_2^2R^3} + \frac{(1-U)^2}{C_2^2L_2R} - \frac{1}{L_2C_1C_2R}$	0
s^0	$\frac{4}{L_2C_1C_2R}$	

Analizando la columna izquierda se encuentra que un posible cambio de signo se produce si no se cumple la desigualdad $(1-U)^4 C_1/C_2 + L_2/(C_2R^2) + 2C_2/C_1 + (1-U)^2 L_2C_2/(C_1R^2) > (1-U)^2$. Pero debido a los valores de los elementos utilizados típicamente en el circuito, la anterior condición siempre se cumple, con lo cual concluye que no hay posibilidad de existencia de ceros en el lado derecho del plano-s. Esta función será, en todos los casos, una función de transferencia de fase mínima , esto es, todos los ceros están localizados en el lado izquierdo del plano-s.

En cuanto a las funciones de transferencia $P_2(s) = \tilde{i}_{L_2}(s)/\tilde{u}(s)$, $P_3(s) = \tilde{v}_{C_1}(s)/\tilde{u}(s)$ y $P_4(s) = \tilde{v}_{C_2}(s)/\tilde{u}(s)$ analizando las características de los coeficientes del numerador de cada una de ellas, se encuentra que presentan alternancia de signo; y por lo tanto, al menos una de sus raíces se localiza en el lado derecho del plano-s. Por esta razón las tres funciones de transferencia son de fase no mínima.

Para el caso del convertidor cuadrático elevador es posible también obtener las funciones de transferencia equivalentes a las ya mostradas, sin embargo, debido a la complejidad de las expresiones se considera más conveniente realizar el análisis de respuesta en frecuencia de las funciones de transferencia de manera numérica por medio de instrucciones de Matlab para sistemas multivariable.

3.4.2 Funciones de transferencia del convertidor prototipo.

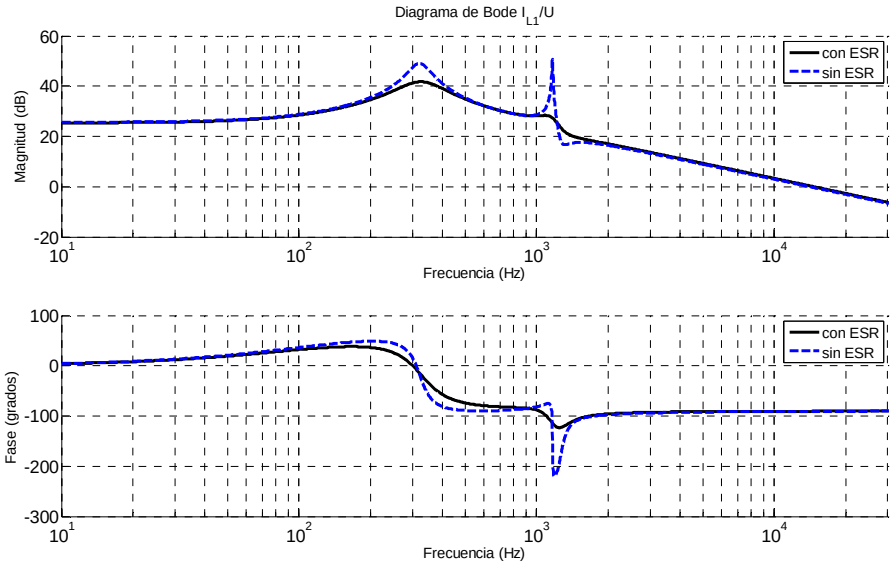
Para el convertidor cuadrático elevador prototipo mostrado en la Figura 2.3 se determinó inicialmente el valor del ESR de los capacitores utilizados por medio de su medición directa en un medidor de impedancias GW Instek modelo LCR821. Para esta medición se realizó a una frecuencia de 50 KHz, debido a que esta es la frecuencia del rizo del voltaje del capacitor, la cual está determinada por la frecuencia de conmutación del convertidor.

Tabla 3.2 Valores del ESR de los capacitores utilizados.

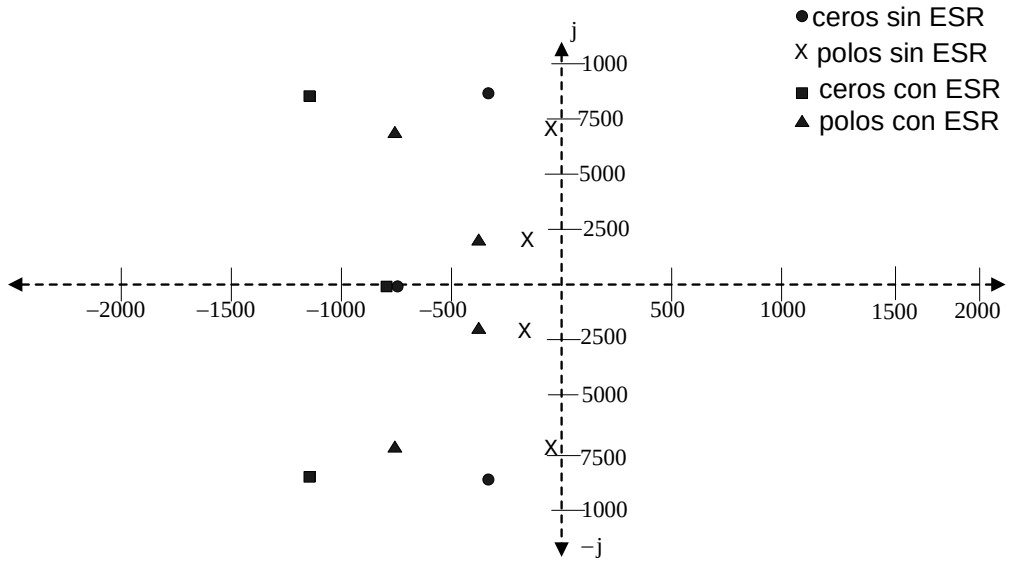
Parámetro	Valor
Capacitor 47 μf	492 mΩ
Capacitor 100 μf	192 mΩ

En las Figuras 3.2, 3.3, 3.4 y 3.5 se muestra la respuesta en frecuencia comparativa de las funciones de transferencia $P_1(s) = \tilde{i}_{L_1}(s)/\tilde{u}(s)$,

$P_2(s)=\tilde{i}_{L_2}(s)/\tilde{u}(s)$, $P_3(s)=\tilde{v}_{C_1}(s)/\tilde{u}(s)$ y $P_4(s)=\tilde{v}_{C_2}(s)/\tilde{u}(s)$ del convertidor cuadrático elevador tanto con ESR como sin ESR del capacitor, así mismo como la localización de sus polos y ceros.

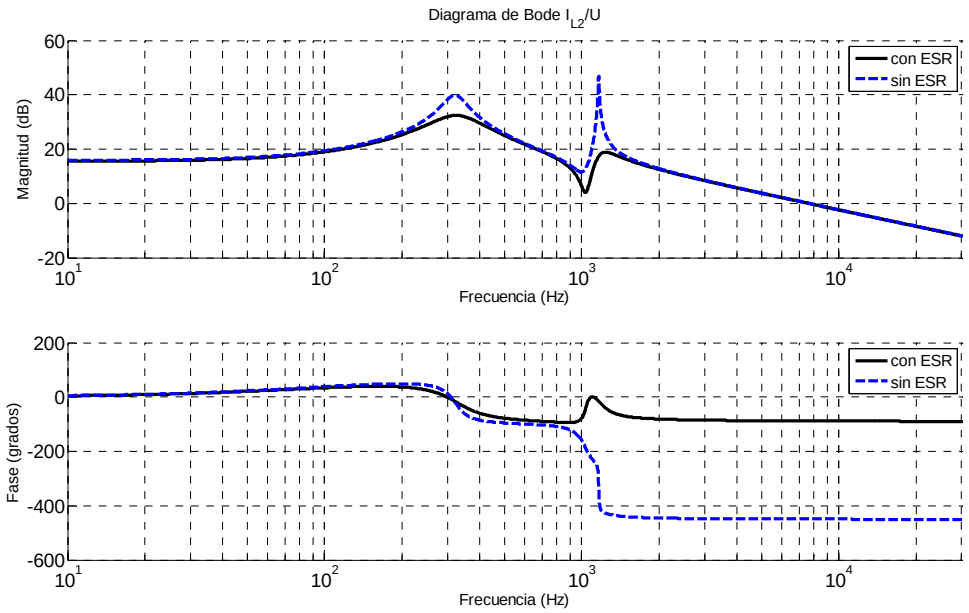


a)

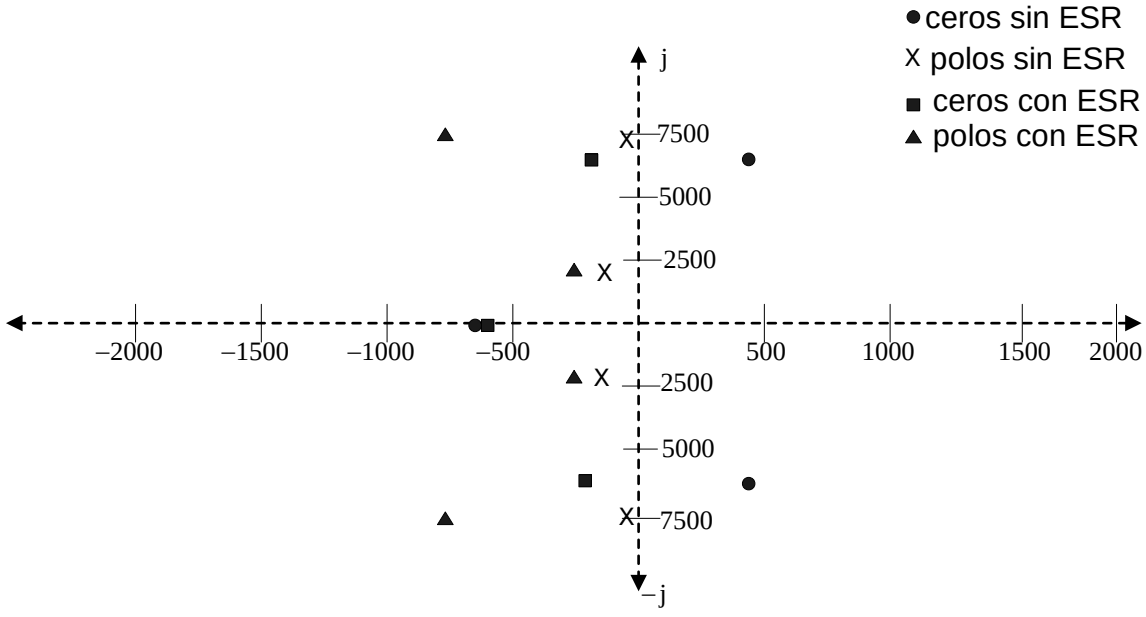


b)

Figura 3.2 Función de transferencia $P_1(s)=\tilde{i}_{L_1}(s)/\tilde{u}(s)$: a) Respuesta en frecuencia, b) localización de polos y ceros.

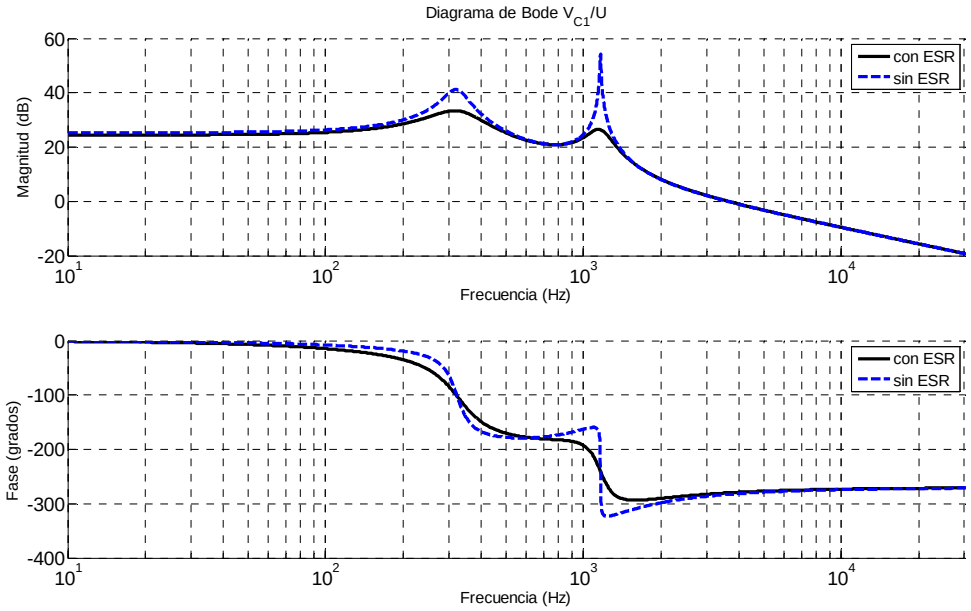


a)

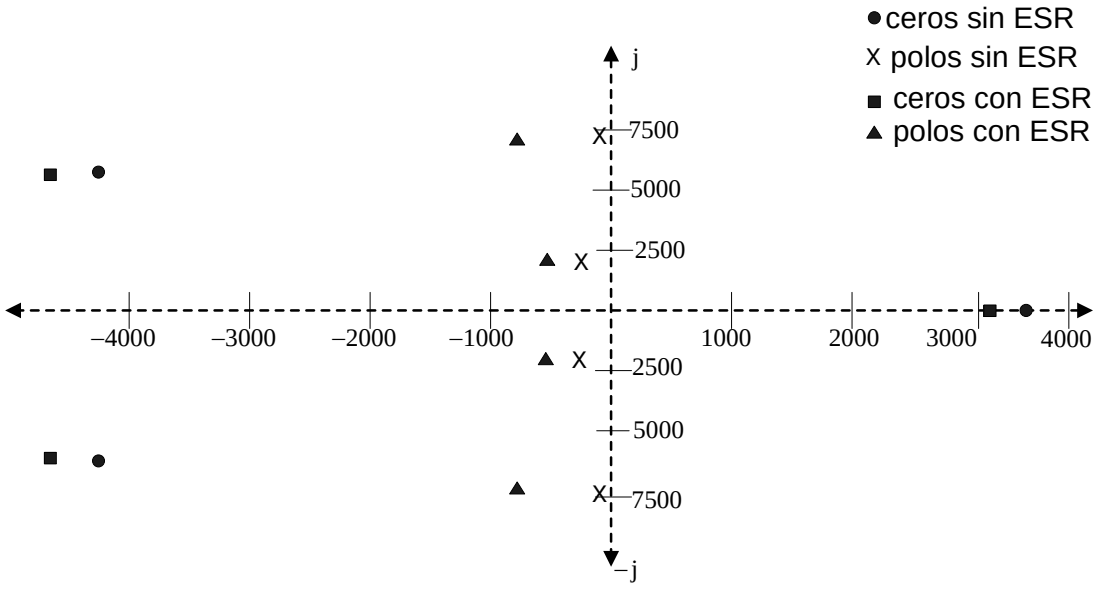


b)

Figura 3.3 Función de transferencia $P_2(s) = \tilde{i}_{L_2}(s) / \tilde{u}(s)$: a) Respuesta en frecuencia, y b) localización de polos y ceros.

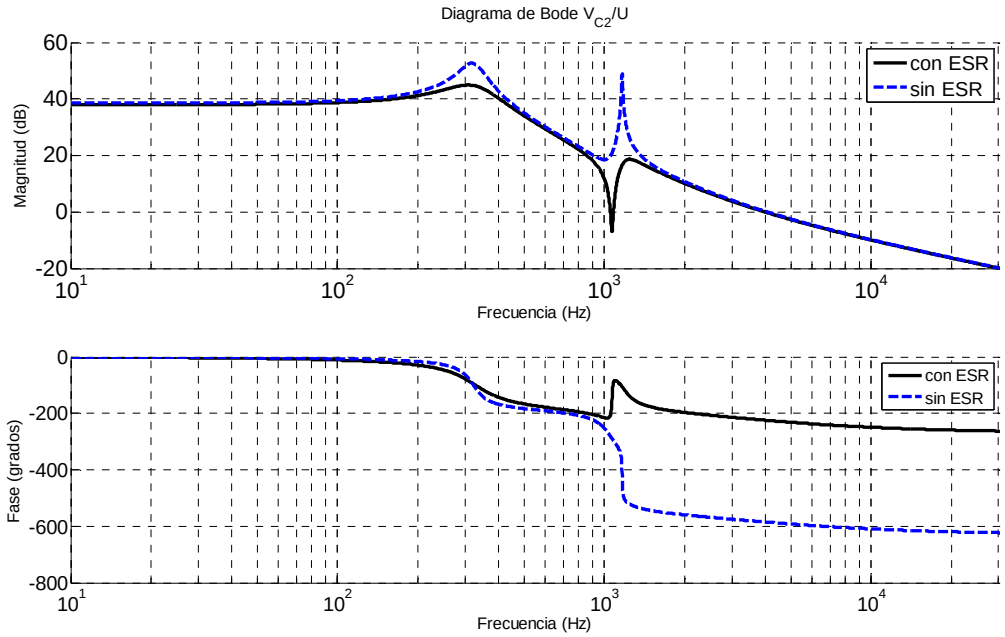


a)

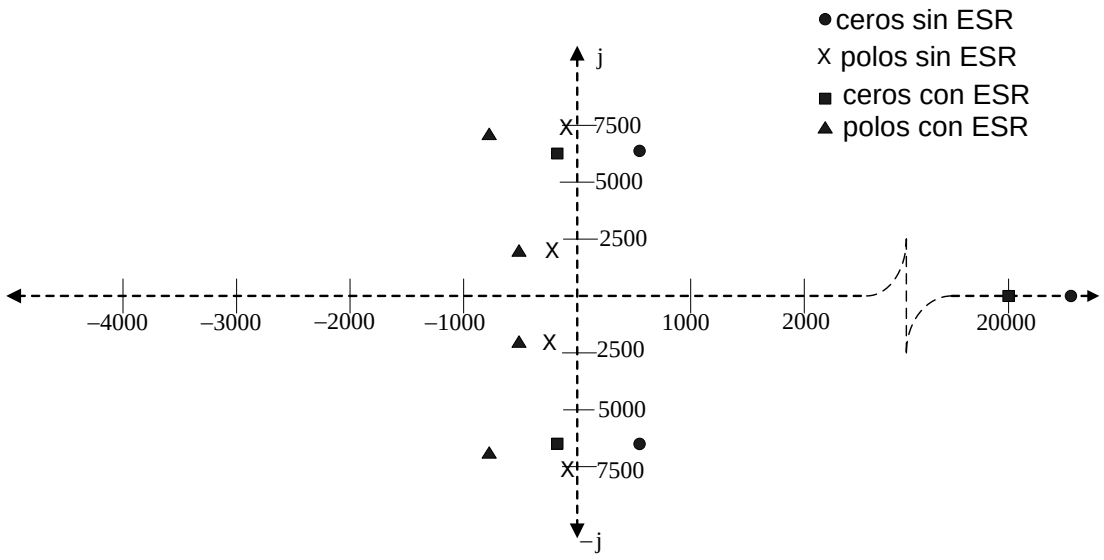


b)

Figura 3.4 Función de transferencia $P_3(s) = \tilde{v}_{C_1}(s)/\tilde{u}(s)$: a) Respuesta en frecuencia, y b) localización de polos y ceros.



a)



b)

Figura 3.5 Función de transferencia $P_4(s) = \tilde{v}_{C_2}(s) / \tilde{u}(s)$: a) Respuesta en frecuencia, y b) localización de polos y ceros.

En las Figuras 3.2 a 3.5 es muy interesante observar que el efecto directo del ESR de los capacitores es amortiguar los picos de resonancia de la función de transferencia, por lo que se tiene una función prácticamente de segundo orden. También es importante notar que el ESR influye favorablemente en la estabilidad del convertidor, ya que al aumentar su valor los polos tienden a localizarse más a la izquierda del plano-s. Estas funciones de transferencia son estables en lazo abierto; sin embargo, cuando se cierra el lazo pueden ser inestables. Los márgenes en ganancia y fase [21] son dos criterios comunes para el diseño de un sistema retroalimentado desde la respuesta en frecuencia. En lazo cerrado se requiere que la ganancia sea menor que uno cuando la fase cruza por -180°. En las gráficas 3.2 y 3.3 se observa un mayor margen de estabilidad en las respuestas cuando se considera el efecto del ESR comparado con la respuesta sin considerar el efecto ESR de los capacitores. Así mismo, en las funciones $P_2(s) = \tilde{i}_{L_2}(s)/\tilde{u}(s)$ y $P_4(s) = \tilde{v}_{C_2}(s)/\tilde{u}(s)$, que presentan sin considerar el ESR tres ceros localizados en el lado derecho del plano s, por efecto del ESR en la realidad dos de estos ceros están localizados en el lado izquierdo del plano-s. Esta última característica es importante debido a que al construirse reguladores utilizando convertidores conmutados, el voltaje de salida es utilizado generalmente como variable de control; y por lo tanto, en la práctica esta señal presenta mejores características dinámicas que las mostradas por el modelo sin la ESR.

Capítulo 4
Validación experimental del modelo

Desde el punto de vista de la teoría de control es muy importante obtener el modelo correcto de un sistema. En el presente trabajo, se realiza un análisis del convertidor cuadrático elevador, basado en el estudio de las funciones de transferencia entre las variables de estado (corrientes de los inductores y voltajes de los capacitores) y el ciclo de trabajo, las cuales se obtienen al expresar el modelo en espacio de estados linealizado por medio de la transformada de Laplace. En el presente capítulo se obtiene la respuesta en frecuencia de las funciones de transferencia del convertidor cuadrático elevador de manera experimental mediante un barrido de frecuencias. Posteriormente, se comparan los resultados teóricos anteriormente encontrados con aquellos que el convertidor presenta en la práctica, lo que permite asegurar que al utilizarse los modelos propuestos para construir un regulador conmutado, el diseño del control realmente provea de buenas características de regulación y desempeño.

4.1 DESCRIPCION DEL ANALIZADOR DE RESPUESTA EN FRECUENCIA

El analizador de respuesta en frecuencia modelo 300 de la compañía AP Instruments Inc., el cual se muestra en la Figura 4.1, es un aparato muy útil para realizar mediciones en respuesta en frecuencia de funciones de transferencia e impedancia, además cuenta con la capacidad de medir la distorsión armónica presente en la red eléctrica, información muy necesaria en el estudio de la calidad de la energía.

Figura 4.1. Analizador de respuesta en frecuencia de AP Instruments Inc., modelo 300.

El analizador está integrado por una fuente, la cual inyecta la señal al circuito a analizar, dos canales utilizados para medir la respuesta en frecuencia del circuito, y una interfase USB 2.0 a una computadora. Cuenta también con el software requerido para manejar el analizador desde una computadora en forma visual, el cual se muestra en la Figura 4.2. El analizador maneja un ancho de banda de frecuencia muy amplio que va de 0.01 Hz a 30 MHz por lo que una gran cantidad de circuitos electrónicos pueden ser probados. En la tabla 4.1 se muestran las especificaciones de la fuente del analizador.

Tabla 4.1 Especificaciones de la fuente del analizador modelo 300.

Parámetro	Valor
Resolución	0.01 Hz
Niveles de la señal de salida de C A	1.25 m V_{RMS} a 1.77 V_{RMS}
Rango de desplazamiento en C D	-10 V_P a +10 V_P
Pico máximo en la corriente de salida	500 mA
Impedancia de salida	50 Ω

Las especificaciones correspondientes a los canales se muestran en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2 Especificaciones de los canales del analizador modelo 300.

Parámetro	Valor
Resolución	0.01 Hz
Rango de la señal de entrada C A	17.7 μV_{RMS} a 1.77 V_{RMS}
Rango de la señal de entrada (C A + C D)	-8 V_P a +8 V_P
Aislamiento A-B	115 dB
Impedancia de entrada x 1	1 MΩ
Impedancia de entrada x 1	10 MΩ
Voltaje máximo de entrada	-15 V_P a + 15 V_P

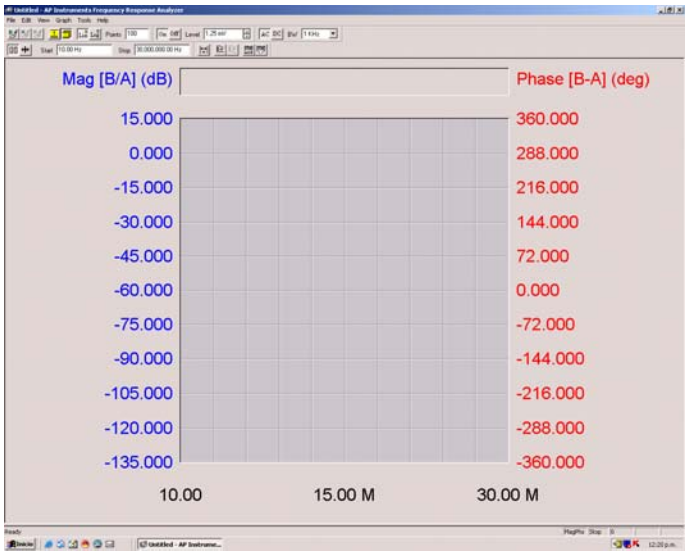


Figura 4.2. Pantalla del software para manejar el analizador.

4.2 USO DEL ANALIZADOR DE RESPUESTA EN FRECUENCIA.

Para mostrar el funcionamiento de analizador se presenta el ejemplo de la medición de respuesta en frecuencia de un circuito eléctrico RLC que produce

un sistema de segundo orden, el cual incluyendo el diagrama de conexiones del analizador se muestra en la Figura 4.3.

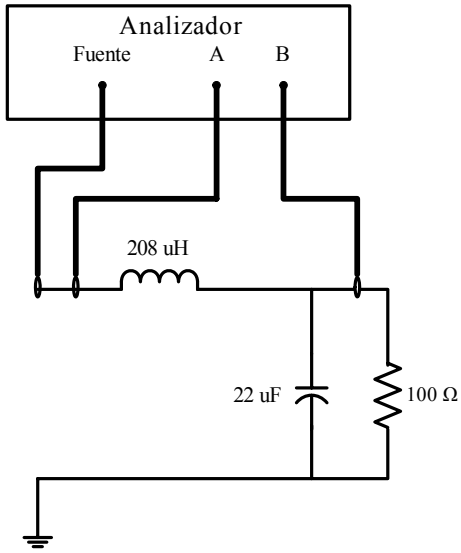


Figura 4.3. Esquema para obtener la respuesta en frecuencia de un circuito pasivo.

Al realizar el barrido de frecuencias del circuito por medio del analizador modelo 300 se obtiene la gráfica mostrada en la Figura 4.4. Se observa que la respuesta en frecuencia presenta un pico de resonancia con mayor atenuación al que teóricamente se esperaría. Está variación se produce debido a que los inductores y capacitores actuales son diferentes a los nominales y adicionalmente contienen resistencias parásitas asociadas; lo que afecta directamente al comportamiento del circuito.

Utilizando el medidor de impedancias GW Instek modelo LCR821 se obtienen los valores reales de los elementos del circuito así como las resistencias parásitas asociadas a los elementos, teniendo como resultado el circuito de la Figura 4.5.

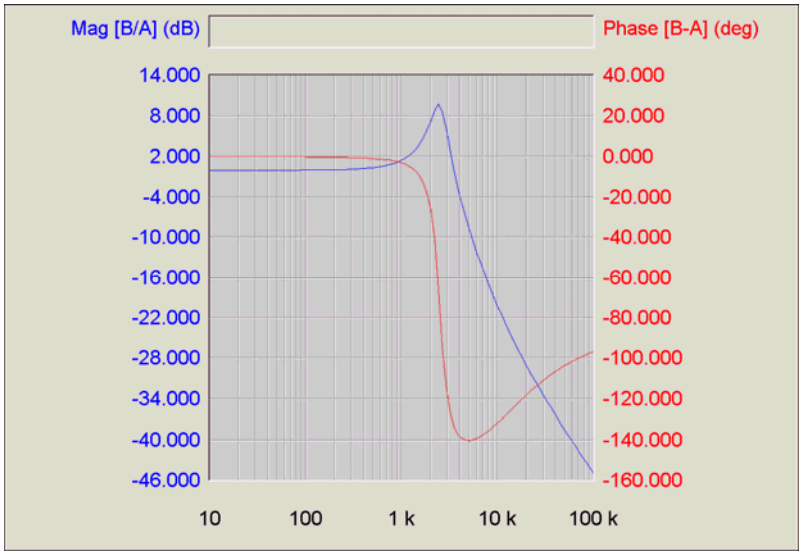


Figura 4.4. Respuesta en frecuencia experimental del circuito RLC propuesto.

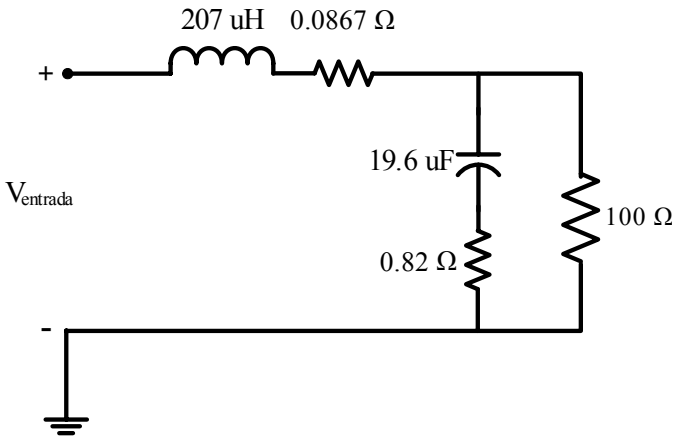


Figura 4.5. Circuito de segundo orden incluyendo elementos parásitos.

La función de transferencia del voltaje de salida al voltaje de entrada está dada por:

$$\frac{v_0}{v_{in}} = 0.9991 \frac{.16072 \cdot 10^{-4} s + 1}{.408692 \cdot 10^{-8} s^2 + 0.1983 \cdot 10^{-4} \cdot s + 1} \qquad (4.1)$$

en donde: k = 0.9991, ω_0 = 13696.35 rad/seg, Q = 3.567 .

Las Figuras 4.6 y 4.7 muestran las gráficas obtenidas en simulación numérica para la respuesta en frecuencia del circuito ideal (línea punteada) y el circuito

real considerando primeramente como parásitos la resistencia serie de la inductancia y la resistencia serie del capacitor (línea sólida) y posteriormente sólo la resistencia serie del capacitor (línea punteada). Como puede observarse, tal como se mencionó en el Capítulo 2, el efecto de la resistencia parásita del inductor es prácticamente insignificante. Además, se observa que la gráfica incluyendo parásitos es similar a la que se obtuvo a través del analizador tanto en magnitud como en frecuencia.

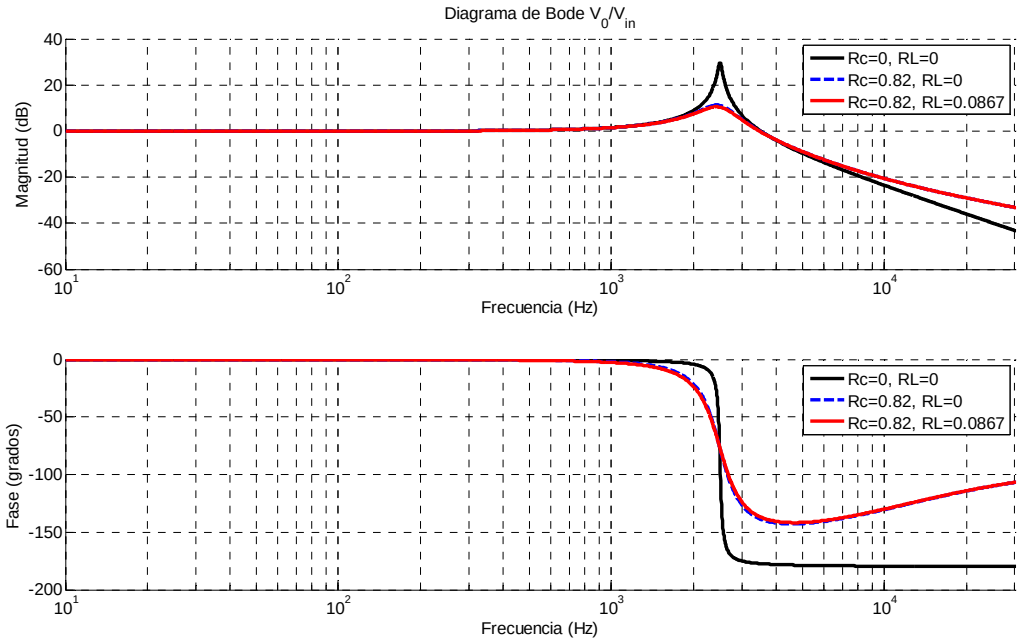


Figura 4.6. Respuesta en frecuencia del circuito RLC considerando: a) $R_C = 0$, $R_L = 0$, b) $R_C \neq 0$, $R_L = 0$, y c) $R_C \neq 0$ y $R_L \neq 0$.

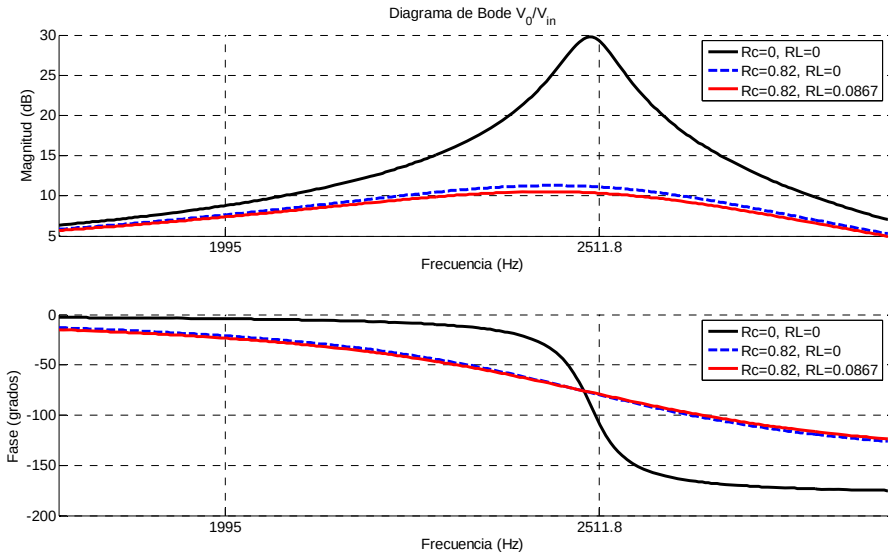


Figura 4.7 Detalle respuesta en frecuencia del circuito RLC.

4.3 RESULTADOS EXPERIMENTALES DEL CONVERTIDOR PROTOTIPO.

El convertidor cuadrático elevador prototipo en conjunto con el medidor de respuesta en frecuencia modelo 300 se muestra en la fotografía de la Figura 4.8.

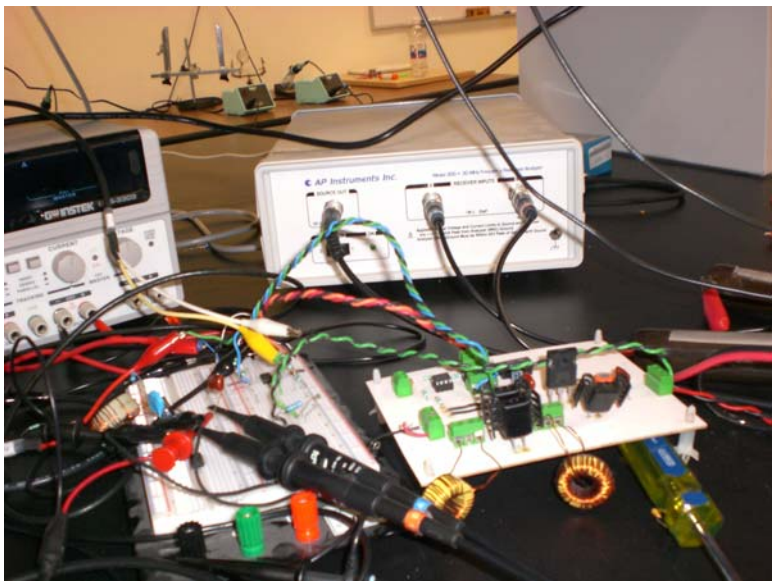


Figura 4.8. Convertidor cuadrático elevador prototipo construido en el laboratorio.

A fin de obtener la respuesta en frecuencia de la función de transferencia $P_4(s) = \tilde{v}_{C_2}(s)/\tilde{u}(s)$ del convertidor prototipo, se realizan las conexiones que se muestran en diagrama de Figura 4.9. En este caso, debido a que se analiza la función de transferencia entre el voltaje de salida al ciclo de trabajo, es necesario sumar la señal proveniente del analizador con una señal de voltaje de CD de 1.25 V. Posteriormente la señal resultante se alimenta a la entrada positiva de un comparador LM311, en donde se produce el pulso que activa al MOSFET al comparar la entrada positiva contra una señal diente de sierra con un valor de pico a pico de 2.5 V y una frecuencia de 50 KHz. Este valor es importante de considerar, ya que multiplica a la función de transferencia obtenida por un factor $1/V_P$ cuyo efecto se refleja como una caída en la ganancia de CD de dicha función.

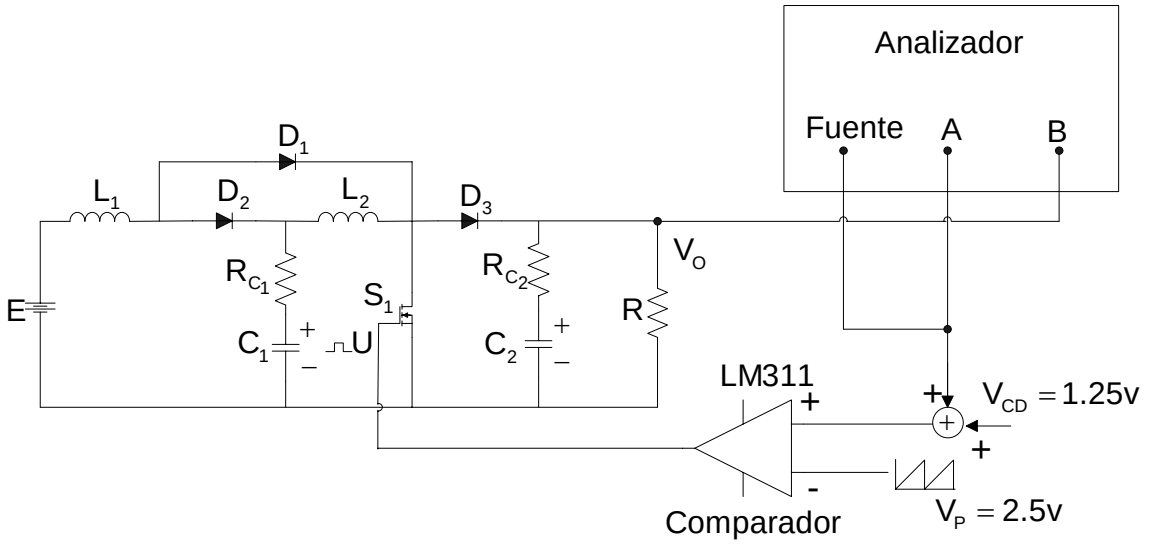


Figura 4.9. Esquema de conexiones para realizar la medición experimental del convertidor prototipo.

Como se puede ver en la Figura 4.9, no se agregó una red snubber que suele agregarse en la operación de estos circuitos para proteger al interruptor de algún

daño por sobrevoltajes. El agregar esta red podría alterar su respuesta en frecuencia.

4.4 DISCUSIÓN DE RESULTADOS EXPERIMENTALES.

La respuesta en frecuencia para la función de transferencia $P_4(s) = \tilde{v}_{C_2}(s)/\tilde{u}(s)$ obtenida experimentalmente se muestra en la Figura 4.10.

Figura 4.10. Respuesta en frecuencia experimental del convertidor cuadrático elevador prototipo.

En la gráfica se muestra la respuesta en frecuencia de la función de transferencia que se obtiene por medio del analizador modelo 300. Puede observarse que efectivamente los elementos parásitos, en especial de los capacitores, amortiguan de manera significativa a los picos de resonancia. El primer pico de resonancia tiene un valor de aproximadamente 1.25 dB a una frecuencia de 280 hz, valor bastante similar al encontrado en el caso teórico incluyendo los efectos parásitos mostrados en la sección 3.4. El valor del pico

de resonancia para el modelo sin parásitos nos da una magnitud menor a 13 dB. En cuanto al segundo pico de resonancia es muy interesante observar que de manera experimental aproximadamente presenta un valor menor a 1 dB y una localización a una frecuencia de 850 Hz, valores bastante similares a los obtenidos de manera teórica para el modelo considerando parásitos mostrados en gráfica de la Figura 3.5. El valor encontrado es menor al correspondiente para el modelo sin considerar parásitos en 23 dB y nos muestra, que en la realidad y por efecto de los elementos parásitos, el segundo pico de resonancia es prácticamente inexistente. La función presenta una caída de -40 dB por década, y posteriormente debido a la presencia del cero a alta frecuencia presenta una elevación.

Con respecto a la fase observamos un comportamiento similar al mostrado por la función de transferencia correspondiente al modelo considerando la ESR de los capacitores. Debido a los dos polos de baja frecuencia la gráfica de fase presenta un cambio de 180°. Posteriormente la presencia de un cero en el lado derecho del plano-s a alta frecuencia nos dará un cambio adicional de 90°.

Por lo anterior se puede concluir que la respuesta en frecuencia de la función de transferencia de voltaje de salida / ciclo de trabajo presenta características similares a las de un convertidor elevador de una sola etapa. Esta función puede aproximarse por medio de la relación:

$$G(s) \approx G_0 \frac{1-\frac{s}{\omega_z}}{\left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2 + \frac{s}{Q\omega_0} + 1} \tag{4.2}$$

En la Figura 4.11 se muestra un comparativo entre los diagramas de Bode de la función de transferencia voltaje de salida /ciclo de trabajo del modelo teórico con ESR y la aproximación que se obtiene a partir de la gráfica experimental de

la Figura 4.10. Para este caso $G_0 = 42.16$, $\omega_o = 3000$ rad/s, Q=1.1 y $\omega_z = 175000$ rad/s.

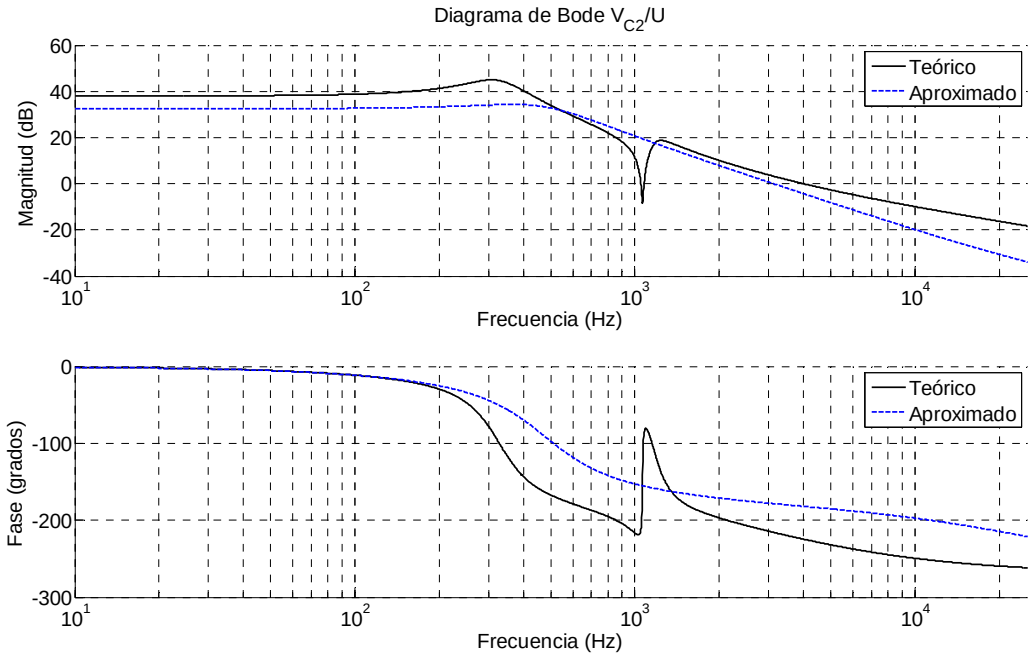


Figura 4.11. Comparativo entre diagramas de Bode teórico y la aproximación de la experimental.

Capítulo 5
Conclusiones

5.1 CONCLUSIONES

Actualmente existen necesidades de amplios rangos de conversión para elevación de voltaje en reguladores conmutados. Un enfoque para resolver este problema propone el uso de ciclos de trabajo extremadamente altos; sin embargo, presentan múltiples problemas por operar con tiempos de apagado muy pequeños en los elementos de conmutación. También se propone como solución el uso de transformadores dentro de las configuraciones, pero estos producen grandes picos en el voltaje aplicado a los elementos de conmutación así como el uso de circuitos de control mucho más complicados.

Otra posible solución al problema de amplio rango de conversión la ofrece el uso de dos convertidores convencionales conectados en cascada, siendo su principal inconveniente la complejidad del sistema de control utilizado al construir el regulador conmutado, así como las pérdidas de potencia que se incrementan al tenerse dos interruptores activos. Para evitar estos problemas se ha propuesto una configuración que utiliza un sólo interruptor activo, la cual presenta una eficiencia ligeramente superior a la que utiliza dos interruptores activos, pero al tener un sólo interruptor activo su sistema de control es mucho más sencillo.

La representación de los elementos eléctricos utilizada en el análisis del circuito de un convertidor se hace, en la mayoría de los casos, asumiendo que estos elementos tienen propiedades ideales. Sin embargo, en la práctica los componentes reales no siguen estos modelos simples sino que presentan efectos conocidos como parásitos que ocasionan pérdidas y modifican el

comportamiento esperado, lo cual se ve reflejado en la dinámica del convertidor conmutado.

El principal efecto parásito considerado en este trabajo es el ESR del capacitor, por lo que aplicando técnicas convencionales de análisis de circuitos, se encuentran las relaciones de rizos en la corriente de los inductores, rizos en los voltajes de los capacitores y valores de los inductores para condiciones de conducción continua. Así mismo, se aplican técnicas de modelado en espacio de estados obteniendo un modelo conmutado lineal y uno de tipo promedio no lineal para las configuraciones propuestas. Adicionalmente, se encuentra el modelo promedio lineal o de señal pequeña de las mismas, el cual es válido únicamente para frecuencias menores a la mitad de la frecuencia de conmutación del elemento activo.

Por medio del análisis de las funciones de transferencia del convertidor se encuentra que el principal efecto de los elementos parásitos del capacitor es amortiguar sus picos de resonancia, especialmente el segundo pico, por lo que se obtienen funciones de transferencia con denominadores prácticamente de la forma cuadrática. El efecto parásito también influye en la estabilidad del convertidor, ya que al aumentar su valor los polos tienden a localizarse más a la izquierda del plano s. Lo anterior ayuda a mejorar la estabilidad del sistema en lazo cerrado cuando se diseña un controlador. Así mismo, en las funciones de transferencia corriente del segundo inductor a ciclo de trabajo y voltaje del segundo capacitor a ciclo de trabajo, presentan sin considerar el ESR tres ceros localizados en el lado derecho del plano-s, por efecto del ESR en la realidad dos de estos ceros están localizados en el lado izquierdo del plano s. Esta última característica es importante debido a que al construirse reguladores utilizando convertidores conmutados, el voltaje de salida es utilizado generalmente como variable de control; y por lo tanto, en la práctica esta señal presenta mejores características que las mostradas por el modelo sin ESR.

5.2 TRABAJO A FUTURO

En el presente trabajo se realizaron exclusivamente mediciones en lazo abierto, por lo que será muy interesante realizar mediciones en lazo cerrado de un regulador conmutado construido utilizando el convertidor prototipo.

Queda también como otro punto importante realizar un estudio más amplio sobre las características específicas que debe reunir un capacitor para utilizarse en una fuente conmutada, determinando que clase de capacitores existentes en el mercado la cumplen.

Resulta también interesante, con propósitos de análisis, realizar un estudio entre las eficiencias que presenta un convertidor cuadrático con dos interruptores activos y un convertidor como el propuesto en este trabajo que tiene un sólo interruptor activo. Con respecto también al tema de eficiencia es necesario determinar de una manera más clara, como afectan a la ganancia en CD del convertidor las pérdidas tanto del MOSFET como en los diodos del convertidor. Por otra parte, estas pérdidas se disminuyen si se utilizan nuevos dispositivos activos de conmutación tales como MOSFETs y SBDs de SiC. Un aumento en la eficiencia de este tipo de convertidores incrementaría el atractivo de usar convertidores cuadráticos para construir reguladores conmutados.

Bibliografía

[1] P. T. Krein, Elements of Power Electronics, First Edition, Oxford University Press, 1998

[2] N. Mohan, T. M. Undeland, and W. P. Robbins, Power Electronics: Converters, Applications and Design. New York, John Wiley & Sons, Third Edition, 2003.

[3] R. W. Erickson and D. Maksimovic, Fundamentals of Power Electronics. Second Edition, Kluwer Academic Publishers, 2001.

[4] P. C. Sernia and G. R. Walker, “Cascaded dc-dc converter connection of photovoltaic modules”, IEEE Trans. Power Electron., Vol. 19, No. 4, pp. 1130-1139, 2004.

[5] E. Wells and M. Jordan, “Low power boost converter for portable applications”, Unitrode Seminar 1200, Topic 2, 2001.

[6] M. Veerachary, T. Senjyu, and K. Uetazo, “Maximum power point tracking of coupled inductor interleaved boost converter supplied PV system”, IEE Proc. Elect. Power Appl., Vol. 150, No. 1, pp. 71-80, 2003.

[7] G. Hoogers, Fuel Cell Technology Handbook, CRC Press, 2002.

[8] J. A. Morales-Saldaña, E. E. Carbajal-Gutierrez and J. Leyva-Ramos, “Modeling of switch-mode DC-DC cascade converters”, IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., Vol. 38, No. 1, pp. 295-299, 2002.

[9] F. L. Luo and H. Ye, Advanced DC/DC Converters, CRC Press, 2003.

[10] F. L. Luo and H. Ye, “Positive output cascade boost converters”, IEE Proc. Electr. Power Appl., Vol. 131, No. 5, pp. 590-606, 2004.

[11] J. A. Morales-Saldaña, R. Galarza-Quirino, J. Leyva-Ramos, E. E. Carbajal-Gutierrez and M. G. Ortiz-Lopez, “Modeling and control of a cascade boost converter with a single switch”, 32nd IEEE Industrial Electronics Conf. IECON´06, Paris, France, Nov. 7-10, 2006.

[12] J. A. Morales-Saldaña, R. Galarza-Quirino, E. E. Carbajal-Gutierrez, J. Leyva-Ramos and M. G. Ortiz-Lopez, “Multiloop controller design for a quadratic boost converter”, IET Proc. Electr. Power Appl., Vol. I, No. 3, pp. 362-367, 2007.

[13] M. G. Ortiz-Lopez, J. Leyva-Ramos, L. H. Diaz-Saldierna, J. M. Garcia-Ibarra and E. E. Carbajal-Gutierrez, “Current-mode control for a quadratic boost converter with a single switch”, 38th IEEE Power Electronics Specialists Conf. PESC’07, Orlando USA, Jun 17-21, 2007.

[14] M. G. Ortiz Lopez, Control de convertidores en cascada con un sólo interruptor activo, Tesis doctoral, Instituto Potosino de Investigación Científica y Tecnológica, San Luis Potosí, S.L.P., Dic. 2007.

[15] S. Siami, C. Joubert and C. Glaize, “High Frecuency Model for Power Electronics Capacitors”, IEEE Trans. Power Electron., Vol. 16, No. 2, pp.157-165, 2001.

[16] A. Lahyani, P. Venet, G. Grellet, and P. J. Viverge, “Failure Prediction of Electrolytic Capacitors During Operation of a Switchmode Power Supply”, IEEE Trans. Power Electron., vol. 13, no. 6, pp. 1199-1206, 1998.

[17] E. E. Carbajal Gutierrez, Modelado y Control de Convertidores Cuadráticos, Tesis doctoral, Centro de Investigación y Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería U.A.S.L.P., San Luis Potosí, S.L.P., Ago. 2006.

[18] M. G. Ortiz Lopez, El Efecto Resistivo de los Capacitores en la Estabilidad de Convertidores conmutados, Tesis de maestría, Centro de Investigación y Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería U.A.S.L.P., San Luis Potosí, S.L.P., Sep. 2003.

[19] H. K. Khalil, Nonlinear Systems, Third edition, Prentice Hall, 2001.

[20] J. G. Kassakian, M. F. Schlecht, and G. C. Verghese, Principles of Power Electronics. Addison-Wesley Publishing Company, 1991.

[21] J. Van De Vegte, Feedback Control Systems, Third edition, Prentice Hall, 1994.

[22] Manual del Usuario, Analizador de Respuesta en Frecuencia Modelo 300, A.P. Instruments, Windsor C.A., 2007